진동지속시간을 고려한 고속철도교량의 진동 사용성 처짐 한계

Deflection Limit on Vibration Serviceability of High-speed Railway Bridges Considering the Exposed Time Duration

전법규* 김남식† 김성일**

Jeon, Bub Gyu Kim, Nam Sik Kim, Sung Il

ABSTRACT

This paper aims for proposed the deflection limit on vibration serviceability of high-speed railway bridges considering the exposed time duration when a train passes a railway bridge. For this purpose, bridge-train transfer function was derived and bridge-train interaction analysis was performed by using the derived function. The vertical acceleration signals of passenger cars obtained from bridge-train interaction analysis were compared with them from the bridge-train transfer function by moving constant force analysis. Therefore it was estimated possible to induce the comfort deflection limit of railway bridge by using bridge-train transfer function. The deflections by moving force of single span bridge and continuous bridge were assumed as sine and haversine wave. The deflection limit on vibration serviceability of high-speed railway bridges considering the exposed time duration can be expanded using bridge-train transfer function and bridge comfort limit considering serviceability due to bridge vibration. And it was compared to other allowable deflection limits of railway bridge design specifications.

1. 서 론

본 논문에서는 진동 사용성을 구조물의 변위에 동반하여 생기는 차량진동에 대하여 철도이용자의 쾌적성을 확보하기 위한 성능이라고 정의하고 보다 좁은 의미로서 신설구조물의 설계에 있어서 구조물의 변위에 의하여 차량에 과도한 진동이 발생하지 않도록 하기위한 성능으로 판단하였다.[1] 그리고 열차가 철도교량주행시 열차와 교량의 상호작용과 주행속도에 의해 결정되어지는 진동지속시간을 고려하여 철도교량의 진동 사용성 허용처짐기준을 제시하고자 하였다.

진동전달함수(transfer function)의 신뢰성을 검증하기 위하여 KTX의 객차(passenger car) 1량을 이동집중하중(moving constant force)과 진동전달함수 및 SDOF(single degree of freedom), 정교한 3차원 이동차량모델(3-dimensional system)[2]로 모델링하여 차량과 교량의 동적상호작용해석을 수행하고 그 응답을 비교하였다. 비교를 위한 조사지표로서 교량을 통과하는 열차의 차체연직진동가속도를 사용하였다. 그 결과 진동전달함수를 이용한 이동하중해석의 결과는 정교한 3차원 이동차량모델을 이용한 동적상호작용해석의 결과와 비교하여 일정수준의 신뢰성이 있음이 확인되었다.[3] 따라서 진동전달함수를 이용하여 열차와 교량의 상호작용이 고려된 고속철도교량의 진동 사용성 처짐기준을 제시할 수 있을 것으로 판단하였다. 단경간 교량과 연속교량에 대하여 이동하중에 의한 교량의 처짐 형상을 사인파(half-sine wave)와 하버사인파(haver sine wave)로 가정하였다. 그리고 진동신호가 조화운동일 경우에 대하여 진동전달함수를 이용하여 진동지속시간을 고려한 고속철도교량의 진동 사용성 처짐한계를 전개하였으며 진동지속시간이 증가할수록 인체가 느끼는 진동의 크기는 감소하는 것에 주목하여 처짐한계를 유도하는 과정에서 허용 가속도한계로서 진동지속시간을 고려한 교량구조물의 진동 사용성기준을 사용하였다.[4]

† 정회원, 부산대학교, 사회환경시스템공학부, 부교수
E-mail : nskim@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2352 FAX : (051)513-9596
* 비회원, 부산대학교, 구조공학전공, 박사과정
** 정회원, 한국철도기술연구원, 선임연구원

2. 진동전달함수의 타당성검증을 위한 동적해석

진동전달함수를 활용한 열차-교량 동적해석의 신뢰성을 검증하기위하여 KTX의 객차1량과 교량의 동적해석을 도표 1과 같은 3가지의 예제로 수행 하였다. Case1은 이동집중하중을 이용한 차량과 교량의 동적해석으로 그림2(a)와 같이 KTX객차 1량을 이동집중하중으로 가정하여 동적해석을 수행함으로써 교량 중앙에서의 연직진동가속도를 얻었다. 그리고 식(1)의 진동전달함수를 이용하여 객차내부의 연직진동가속도를 유추하였다. 여기서 m은 객차의 질량(mass), k는 강성(stiffness), 그리고 c는 점성계수(damping coefficient)이다. 그림1은 식(1)의 진동전달함수를 이용하여 구해진 KTX의 객차와 전동차(power car)의 진동전달함수이다.[5] Case2는 KTX의 객차1량을 그림2(b)와 같이 SDOF시스템으로 표현하여 동적상호작용해석을 수행하였다. 그리고 질량에서의 연직진동가속도를 계산하였다. Case3은 그림2(c)와 같은 차량의 x,y,z 방향의 처짐과 각방향의 회전운동, 즉 피칭(pitching), 롤링(rolling), 요잉(yawing)을 고려할 수 있는 정교한 3차원 이동차량모델을 이용하여 동적상호작용해석을 수행하였다. 동적해석에서 사용된 교량모델은 경부고속선 천안-아산구간에 위치한 40m의 PSC BOX형식의 단순교인 연제교이며 고유진동수는 4.35Hz이고 교량의 감쇠비는 2%로 가정하였다. 모든 동적해석은 김성일에 의해 개발된 3차원 라그랑지안 방정식(Lagrangian equation)을 이용하여 구성된 차량모형과 가정과 보정에 의한 반복법(predictor-corrector iteration scheme)과 뉴마크β(Newmark-β)방법을 사용하여 차량과 교량의 동적상호작용을 수행할 수 있는 프로그램을 사용하였다.[2]

$$H_u(s) = \frac{cs + k}{ms^2 + cs + k} \tag{1}$$

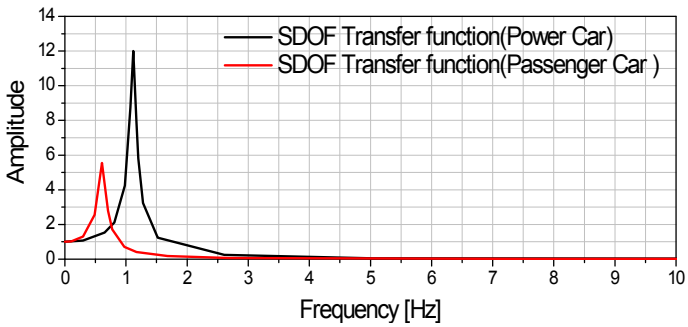


그림1. KTX의 진동전달함수

도표 1. 동적해석 예제

Case 1	이동집중하중을 이용한 상호작용을 고려하지 않는 해석을 수행하여 교량중앙에서의 연직진동가속도를 계산 한 후 진동전달함수 적용
Case 2	SDOF시스템으로 구현된 객차모델을 이용한 동적상호작용해석
Case 3	3차원 이동차량모델로 구현된 객차모델을 이용한 동적상호작용해석

이동집중하중과 SDOF, 정교한 3차원 이동차량모델로 표현된 KTX의 객차1량이 교량을 통과할 때의 진동응답을 비교하기위하여 대푯값으로서 최대값(peak value)과 RMS(root mean square), VDV(vibration dose value)를 사용하였다. 그리고 상관계수(correlation coefficient)를 이용하여 각 모델에서 얻어진 진동응답들의 상관성을 조사하였다. 식(2)는 가속도신호 $a(t)$에 대한 RMS값을 나타내고 있다. RMS값은 일반적으로 진동 사용성을 평가하기에 적절한 대푯값으로 증명되어 있다. ISO 2631에서는 진동신호의 변동이 크지 않은 경우에 RMS값을 사용하도록 규정하고 있으며 여기서 RMS의 단위는 m/s^2이다.[6][7]

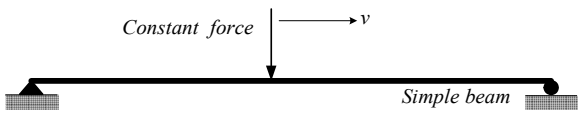
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a^2(t)dt} \tag{2}$$

진동신호의 변동이 상당히 크거나 진동의 시작과 끝이 명확하지 않을 경우에 RMS는 진동 사용성을 평가하기에 적절하지 않을 수 있다. 이러한 신호의 진동 사용성을 평가하기위한 지표로서 현재 ISO2631와 BS6841에서는 식(3)과 같은 VDV를 권장하고 있다. VDV의 단위는 $m/s^{1.75}$이다.[(7)(8)]

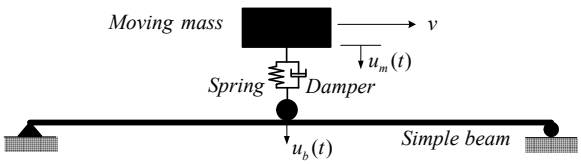
$$VDV = \sqrt[4]{\int_0^T a^4(t)dt} \tag{3}$$

두 변량 x, y 사이의 상관관계의 정도를 나타내는 값을 상관계수라 한다. 측정값 (x, y) 에 대하여 n 개인측정값 (x_1, y_1), (x_2, y_2) ,$\cdots$,(x_n, y_n) 이 주어졌을 때 식(4)를 x, y 사이의 상관계수라고 한다. 단, $\bar{x}, \bar{y}$ 는 각각 x, y 의 평균값이고, s_x, s_y 는 각각 x, y 의 표준편차이다. 우변의 분자에 있는 양을 x, y 의 공분산(covariance)이라고 한다. 상관계수 r 는 항상 -1이상이며 1이하이다. 양의 상관관계가 있을 때는 r 은 0보다 크며, 음의 상관관계가 있을 때는 r 은 0보다 작다. 또 무상관일 때는 r 은 0이 된다.

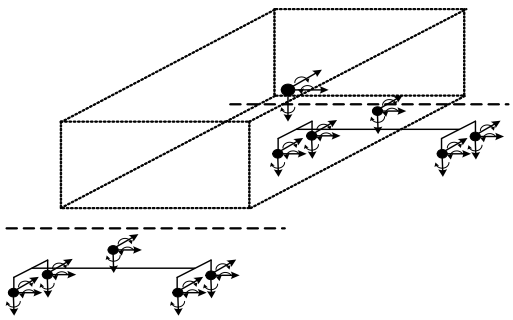
$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y} \tag{4}$$



(a) 이동집중하중을 이용한 동적 해석모델



(b) SDOF모델을 이용한 동적상호작용 해석모델



(c) 정교한 3차원 이동차량모델

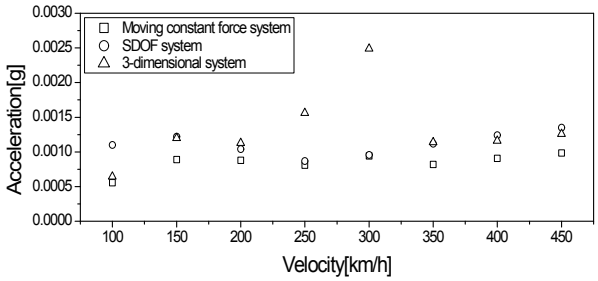
그림2. 동적상호작용 예제

도표 2는 주행속도에 따른 상관계수를 나타낸 것이다. CC1은 case1과 case3의 질량에서의 연직진동가속도의 상관계수이며 CC2는 case2와 case3의 상관계수이다. 그리고 CC3은 case1과 case2의 상관계수를 나타낸 것이다. CC3으로부터 해석예제 case1과 case2의 응답은 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, case3과의 상관성 또한 공진의 경우를 제외하면 유사한 것을 알 수 있다.

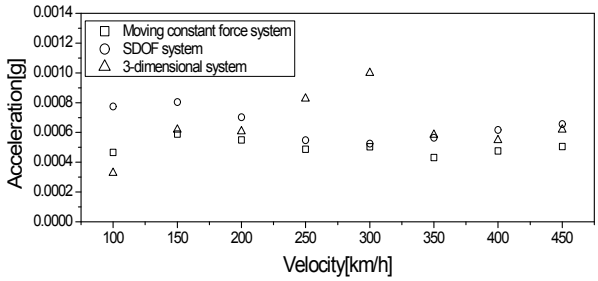
그림3은 주행속도와 차량모델에 따른 연직진동가속도의 대푯값을 비교한 이다. 정교한 3차원 이동차량모델의 경우 주행속도가 300km/h일 때를 전후하여 타 해석모델과는 달리 상당히 큰 응답이 나타났으며 이동집중하중해석

및 SDOF모델해석에서 얻어진 차량연직진동가속도와의 상관성은 낮게 나타났음을 도표 2에서 확인할 수 있다. 정교한 3차원 이동차량모델은 주행속도가 약 300km/h일 경우 식(5)와 같은 객차의 축간 거리에 의한 유효타격간격(effective beating interval of train)과 주행속도에 의한 가진진동수(f_{eff})가 4.45Hz로 교량의 고유진동수인 4.35Hz와 상당히 근접하여 공진이 발생하게 된다. 하지만 SDOF모델과 이동집중해중모델의 경우, 유효타격간격이 존재하지 않기 때문에 이로 인한 공진효과가 발생하지 않는다. 따라서 그림3의 결과와 같은 차이가 나타나는 것으로 판단된다. 식(5)에서 V는 주행속도이고 S_{eff}는 차축간거리로 18.7m이다.

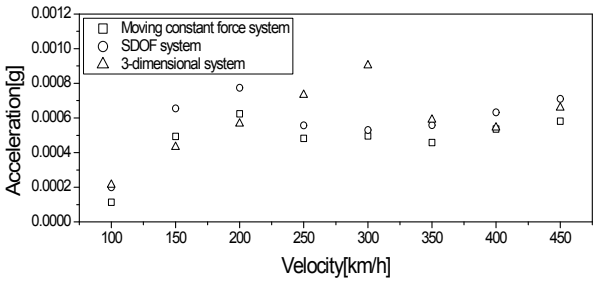
$$f_{eff} = V / S_{eff} \tag{5}$$



(a) Peak Value



(b) Vibration Dose Value



(c) Root Mean Square

그림3. 주행속도에 따른 차체연직진동가속도 대푯값의 비교

도표 2. 주행속도에 따른 차량연직진동가속도의 상관관계

V(km/h)	CC1 (case1-case3)	CC2 (case2-case3)	CC3 (case1-case2)
100	0.500	0.651	0.914
150	0.708	0.739	0.952
200	0.722	0.798	0.945
250	0.624	0.684	0.934
300	0.570	0.525	0.911
350	0.289	0.417	0.886
400	0.537	0.804	0.890
450	0.742	0.953	0.873

유효타격간격에 의한 영향이 고려된 응답을 구하기 위하여 그림4와 같이 차량1량을 연행하중으로 가정하여 연행하는 이동하중집중하중의 동적해석을 수행하였다. 그리고 교량중앙에서의 연직가속도응답에 진동전달함수를 적용하여 열차의 주행속도가 400km/h일 경우에 대하여 도표 1의 case2와 case3의 해석결과와 비교하였다. 그림5는 열차의 주행속도가 400km/h경우의 각 해석결과에 따른 응답을 비교한 것이며 이때의 주행차량의 교량통과시간은

0.36초이다.

그림5에서 그림4(a)와 같이 KTX의 객차 1량을 2개의 연행하중으로 모델링하였을 경우는 객차와 교량과의 상호작용에 의한 효과를 충분히 표현하지 못하고 있음을 알 수 있으며 그림4(b)와 같이 4개의 연행하중으로 모델링하였을 때에는 유효타격간격에 의한 영향이 어느 정도 고려되어 정교한 3차원 이동차량모델의 경우와 상당히 유사한 응답이 얻어졌다. 따라서 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)을 전개하는데 있어서 진동전달 함수를 활용하여도 무방할 것으로 판단하였다. 하지만 적용된 진동전달함수는 객차를 하나의 질량-스프링시스템으로 가정한 후 연직운동에 대해서 진동전달특성을 전개한 것으로 정교한 3차원 이동차량모델과 같이 열차의 피칭에 의한 효과가 고려되지 않은 것으로 판단된다.

(a) 2축 모델 (b) 4축 모델

그림4. 연행하중모델

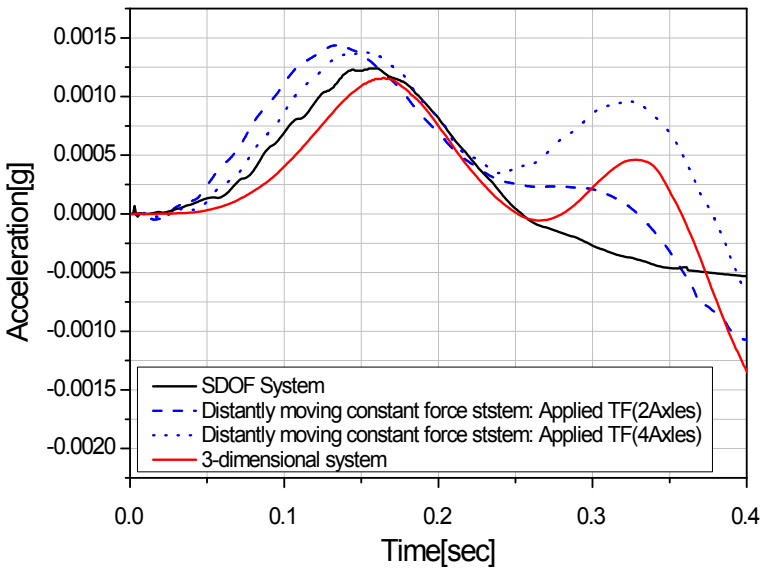


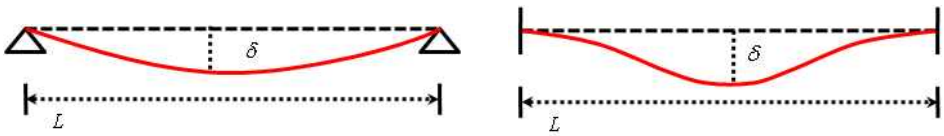
그림5. 주행속도에 따른 차체연직진동가속도

3. 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)

앞선 연구내용을 토대로 진동전달함수를 사용하여 진동 사용성을 만족하는 철도교량의 최대처짐을 유도하는 것이 가능하다고 판단하였다. 따라서 단경간 교량(simple span bridge)과 연속교(continuous bridge)의 이동하중에 의한 처짐을 그림6과 같이 가정하였다. 그리고 각 교량의 형식에 따른 처짐형상과 연직가속도, 연직속도등은 도표 3과 같다.

교량구조물상을 통과하는 차량의 차체진동가속도의 진동수(f)는 그 파형이 경간 길이를 1파로 하는 정현파 강제 가진에 가까운 경향이 된다. 따라서 차체진동가속도의 진동수는 열차주행속도(V)와 교량의 경간길이(L)의 비로 표현할 수 있다.[9] 또한 진동신호가 조화운동이라고 가정할 경우, 도표 3의 연직최대가속도(maximum vertical acceleration)와 진동전달함수를 이용하여 단경간교량과 연속교량에서의 차량과 교량의 진동전달이 고려된 열차내부의 연직최대가속도는 각각 식(6)과 식(7)로 유도될 수 있다.[10] 단경간 교량을 통과하는 차량의 최대연직가속도인

식(6)을 처짐에 대한 식으로 변환하여 식(8)과같이 나타내었다. 그리고 식(8)의 좌변을 처짐에 대해서 재정리하면 식(9)로 전개될 수 있다. 같은 방법으로 연속교량의 진동 사용성을 만족하는 철도교량의 최대처짐을 식(10)과 같이 유도하였다. 전개한 진동 사용성을 만족하는 철도교량의 최대처짐식에서 연직방향의 허용최대가속도는 $a_{comfort}$ 이다. 진동 사용성은 진동지속시간에 크게 의존하며 인체는 진동지속시간이 증가할수록 불편함을 느끼는 정도가 달라지는 것에 착안하여 그림7의 전법규등이 제시한 진동지속시간을 고려한 교량구조물의 진동 사용성 평가기준을 사용하였다.[11] 진동 사용성을 만족하는 철도교량의 최대처짐식을 유도하는 과정을 알아보기 쉽게 순서도로 나타낸 것이 그림8이다. 그리고 그림9는 진동지속시간에 따라 인체가 인지하는 사용성의 정도가 변하는 것에 초점을 맞추어 전개되어진 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)이다. 식(9)와 식(10)으로 전개된 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)은 그림1의 객차의 진동전달함수와 같이 0.6Hz에서 최대값을 가지는 진동전달함수가 분모의 위치에 있으므로 0.6Hz를 전후로 하여 아래로 볼록한 형상이 나타나는 것으로 판단된다. 단경간교량과 연속교량의 허용처짐은 배수의 관계를 가지는 것을 식(9), 식(10), 그림9에서 알 수 있다.



(a) 단경간 교량 (b) 연속교량

그림6. 교량 형식에 따른 처짐형상

도표 3. 조화운동으로 가정된 교량의 형식에 따른 응답

	연속교량	단경간 교량
처짐형상	$z=-\frac{\delta_b}{2}\left(1-\cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right)\right)$	$z=-\delta_b\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$
수평위치	$x=v_x t$	
연직위치	$z=-\frac{\delta_b}{2}\left(1-\cos\left(\frac{2\pi}{L}v_x t\right)\right)$	$z=-\delta_b\sin\left(\frac{\pi}{L}v_x t\right)$
연직속도	$v_z=\frac{dz}{dt}=\pi\frac{v_x}{L}\delta_b\sin\left(\frac{2\pi}{L}v_x t\right)$	$v_z=\frac{dz}{dt}=-\pi\left(\frac{v_x}{L}\right)\delta_b\cos\left(\frac{\pi}{L}v_x t\right)$
연직가속도	$a_z=\frac{d^2z}{dt^2}=2\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2\delta_b\cos\left(\frac{2\pi}{L}v_x t\right)$	$a_z=\frac{d^2z}{dt^2}=\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2\delta_b\sin\left(\frac{\pi}{L}v_x t\right)$
연직최대가속도	$a_{z,\max,con}=2\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2\delta_b$	$a_{z,\max,\sin}=\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2\delta_b$

$$a_{tz,\max,\sin}=\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2 H\left(\frac{v_x}{L}\right)\delta_b=\pi^2(f)^2H(f)\delta_b \tag{6}$$

$$a_{tz,\max,con}=2\pi^2\left(\frac{v_x}{L}\right)^2 H\left(\frac{v_x}{L}\right)\delta_b=2\pi^2(f)^2H(f)\delta_b \tag{7}$$

$$\frac{1}{\delta_b}=\frac{v_x{}^2\pi^2}{a_{tr,\max,\sin}L^2}H(f)=\frac{v_x{}^2\pi^2}{a_{comfort}L^2}H(f) \tag{8}$$

$$\delta_{comfort,\sin}=\frac{a_{comfort}L^2}{v_x{}^2\pi^2H(f)} \tag{9}$$

$$\delta_{comfort,con}=\frac{a_{comfort}L^2}{2v_x{}^2\pi^2H(f)} \tag{10}$$

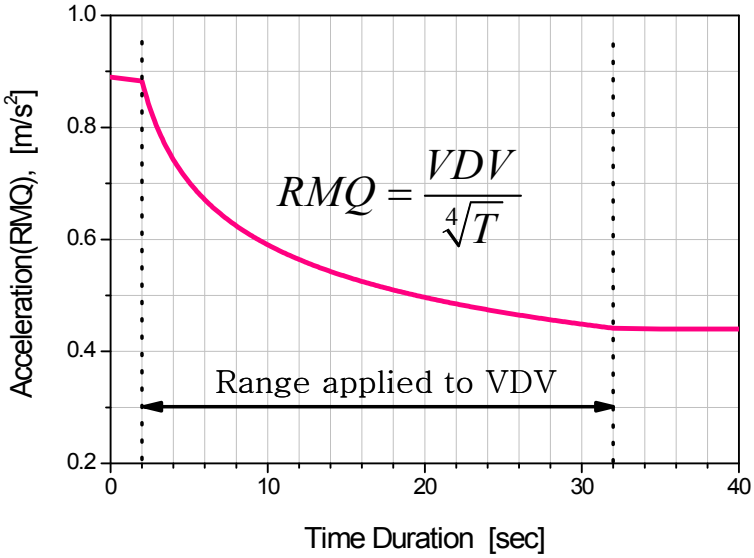


그림7. 진동지속시간을 고려한 교량구조물의 진동 사용성 평가기준(안)

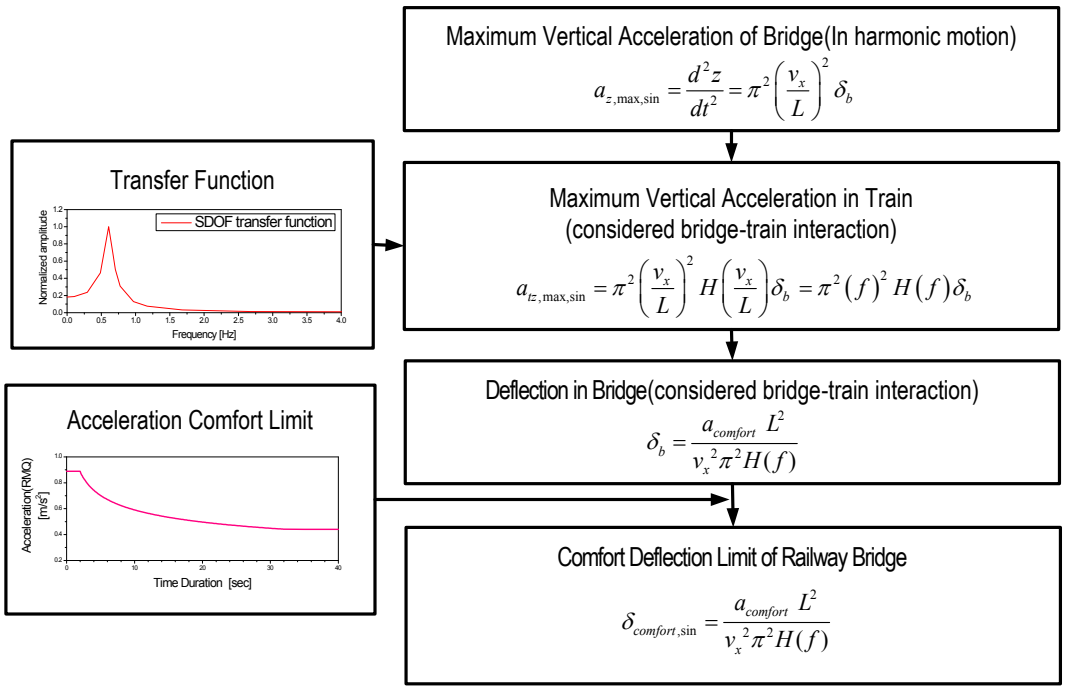


그림 8. 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동사용성 허용처짐(안)의 유도과정

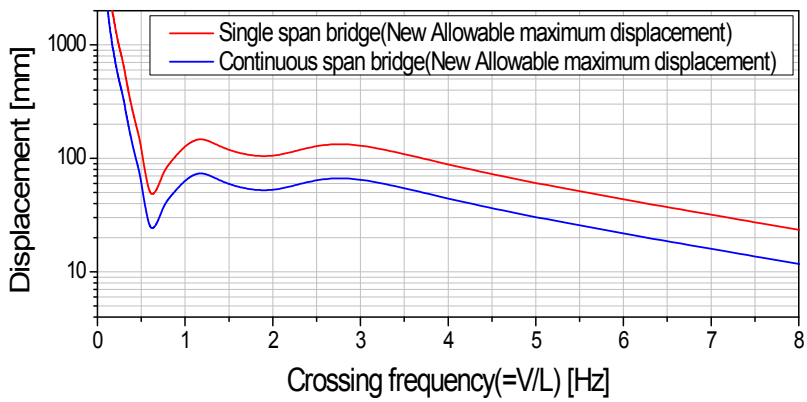


그림9. 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)

4. 결론

본 논문에서는 열차가 교량을 통과할 때의 연직진동가속도를 유추하여 철도교량의 진동지속시간을 고려한 진동 사용성 허용처짐기준을 제시하는 것을 목적으로 하고 있다. 이를 위하여 차량-교량 진동전달함수를 제안하고 진동전달함수의 타당성을 검증하기 위하여 차량모델의 자유도에 따른 동적상호작용해석을 수행하였다. 그 결과 진동전달함수를 이용한 이동하중해석의 결과가 정밀한 열차모델을 이용한 동적상호작용해석의 결과와 비교하여 일정수준의 신뢰성이 있음을 알 수 있었다. 하지만 적용된 진동전달함수는 객차를 하나의 질량-스프링시스템으로 가정한 후 연직운동에 대해서 진동전달특성을 전개한 것으로 정교한 3차원 이동차량모델과 같이 열차의 피칭에 의한 효과가 고려되지 않은 것으로 판단된다. 이동하중에 의한 교량의 처짐형상을 가정하고 진동전달함수와 가속도성분으로 정의된 진동지속시간을 고려한 교량구조물의 진동 사용성기준을 적용하여 진동신호가 조화운동일 경우의 진동지속시간을 고려한 고속철도교량의 진동 사용성처짐한계를 전개하였다.

전개된 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)은 0.6Hz에서 최대값을 가지는 열차와 교량의 진동전달함수가 분모의 위치에 있으므로 0.6Hz를 전후로 하여 아래로 볼록한 형상이 나타나는 것으로 판단되며 단경간교량과 연속교량의 허용처짐은 배수의 관계를 가지는 것을 전개된 처짐식을 통하여 알 수 있다.

차후 연구를 통하여 열차의 승차율과 진동전달함수의 보완을 통해 객차의 피칭에 의한 영향을 고려할 수 있게 되면 보다 신뢰성있는 진동지속시간을 고려한 철도교량의 진동 사용성 허용처짐(안)을 제안할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 연구비지원(과제번호 07차세대고속철도A01)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Masamich Sogabe (2006), “열차의 고속화에 대응한 콘크리트철도교의 동적설계법에 관한 연구”, Railway Technical Research Institute.
2. 김성일 (2000), “ 고속철도 교량의 교량-열차 상호작용해석” 박사학위논문, 서울대학교.
3. 전법규, 김남식, 김성일 (2009), “KTX차량의 교량주행 시 해석모델에 따른 차량내부의 수직진동평가”, 한국철도학회 2009년 추계학술대회 논문집, pp260.
4. 전법규, 김남식 (2007), “교량구조물의 진동사용성분석”, 한국소음진동공학회논문집, 제17권 제10호, pp. 923-935.
5. 전법규, 김남식, 김성일 (2009), “열차-교량 진동전달특성을 이용한 철도교량의 진동사용성 평가기법”, 한국철도학회춘계학술대회 특별세미나·특별/일반세션 논문집, pp357-366.
6. Griffin, M. J. (1990), “Handbook of Human Vibration”, Elsevier Academic Press, London, England.
7. ISO (1997), “ISO 2631 Mechanical vibration and shock -Evaluation of human exposure to whole-body vibration”.
8. British Standard Institution (1987), “BS6841 British Standard Guide to Measurement and Evaluation of Human Expose to Whole-body Mechanical Vibration and Repeated Shock”.
9. Railway Technical Research Institute (2006), "철도구조물 등 설계 표준·동해설 변위제한“, 마루젠 주식회사.
10. Bruggers, W. B. (2002), “Comfort Related Design of Railway Bridge”, Delft University of Technology.