

디지털 방사선 영상의 그리드 왜곡 제거를 위한 회전 각도의 최적화

김동식

한국의외국어대학교

dskim@hufs.ac.kr

Grid Angle Optimization for Grid Artifact Reduction in Digital Radiography

Kim, Dong Sik

Hankuk University of Foreign Studies

요약

산란선을 흡수하여 보다 선명한 x선 영상을 얻기 위하여 산란방지 그리드를 사용하여 투사영상을 얻는데, 이때 그리드로 인한 왜곡이 발생한다. 본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 투사영상을 얻어서 그리드 왜곡을 제거하는 방법에서, 보다 효율적인 그리드 왜곡 제거를 위한 최적의 그리드 각도를 얻기 위한 min-max 최적화 방법을 제시하였고, 몇 가지 예를 통하여 최적의 그리드 각도를 구하였으며, 실제 x선 영상에 적용하여 그 성능을 비교해 보았다.

1. 서론

X선을 사용한 사물의 투사영상은 의료 분야뿐만 아니라 여러 분야에서 매우 중요하게 사용되고 있다. 기존의 아날로그 방식인 필름과 필름 스캐너를 사용한 디지털 영상의 획득 방법은, 디지털 컴퓨터의 발달과 함께 형광체에 기초한 영상판을 사용하여 촬영한 영상을 레이저로 스캔 후 디지털 신호로 변환하여 영상을 획득하는 간접 방법으로 발달하였다[1]. 최근에는 중간 매개체를 사용하지 않고, x선의 에너지를 이미징디텍터에서 직접 디지털 신호로 변환하여 보다 고해상도의 영상으로 표현할 수 있는 직접 방식에 대한 연구가 활발히 진행되고 어느 정도 실용화되고 있는 단계이다. 이러한 직접 방식의 경우는, 조사된 x선이 중간 매개체를 거치지 않고 바로 전하로 전환되어 에너지 손실이 적은 상태로 영상이 형성되므로, 간접 방식에 비하여 보다 선명하고 고해상도의 영상 획득이 가능하다.

X선 발생 장치에서 발생한 x선이 환자를 투과한 후 영상을 획득하기 위한 획득 장치로 입사하게 되는데, 환자를 투과하기 전 또는 후에 발생하는 산란선은 영상 획득 장치에 입사하여 영상의 품질을 저하시킨다. 이러한 산란선으로 인한 영상의 품질 저하를 방지하기 위하여, 매우 가는 납줄을 일정 간격으로 배열한 그리드를 사용하는데, 이는 x선 발생 장치에서 방사되는 각도 이외의 다른 각을 가지는 산란선을 차단하여 산란으로 인한 화질의 흐려짐을 방지하려는 목적을 가지고 있다. 그러나 그리드를 사용하므로 인하여 그리드 왜곡이 심하게 발생한다[1]. 이러한 왜곡은 디지털 표본주파수와 그리드의 주파수 성분과의 관계에 의한 영상 표본화 과정에 의한 것으로, 획득한 영상에서 이러한 왜곡을 효율적으로 제거시킬 필요가 있다.

Lin 등[1]은 Gaussian 형태의 BRF(band-rejection filter)를 사용하여 그리드 왜곡을 제거하였다. 이렇게 기존에 제안된 알고리즘들은 먼저 왜곡의 중심이 되는 왜곡주파수를 측정하고 그 주파수를 중심으로 적절한 필터를 적용하여 그리드 왜곡을 제거하고 있다. 그런데 그리드를 적절한 각도로 회전시킨 상태에서 x선 투사영상을 얻을 때 왜곡주파수를 어느 정도 원하는 위치로 보낼 수 있다. 즉 원 신호에 영향을 덜 주는 위치로 이동시켜서 제거를 쉽게 만들 수가 있다[2]. 본 논문에서

는 회전된 그리드를 사용하여 투사영상을 얻고 BRF를 사용하여 그리드 왜곡을 제거하는 경우에, 최적의 그리드 각도를 구하기 위한 min-max 최적화 문제를 제시하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 x선 영상의 형성 과정과 그리드 왜곡에 대하여 고찰하였다. 제 3장에서는 회전된 그리드로 획득한 투사영상의 특성을 소개하고, 최적 그리드 각도를 구하기 위한 최적화 문제를 소개하였다. 제 4장에서는 실험 결과를 제시하였고, 마지막 장에 결론을 내렸다.

2. X선 영상 형성과 그리드 왜곡

X선 그리드 영상의 형성 과정을 정리하면 다음과 같다. 초점 그리드의 초점에 위치한 x선 발생 장치에서 방사되는 x선은 투사를 위한 물체를 거쳐서 그리드에 도착한다. 여기서 산란선은 흡수되고 기본선만 통과하여 영상디텍터로 투사된다.

상수 ϕ 가 그리드의 줄이 y 축의 방향과 이루는 각도를 의미한다고 할 때, $\phi = 0$ 인 고정 그리드로 만들어지는 그리드 영상 신호를 $g(x, y)$ 라 하고 $0 \leq g(x, y) \leq 1$ 을 만족한다고 하자. 여기서 (x, y) 는 영상 신호의 위치로 2차원 평면 R^2 의 어떠한 부분 집합 A 의 원소라고 하고 그리드의 밀도가 f_1 (lines/mm)이라고 하면 그리드 영상 신호 g 는 f_1 을 기본 주파수로 하는 주기 신호로 nf_1 , $n = 2, 3, \dots$, 인 고조파 성분을 가지게 된다. 즉 영상 g 는 주기신호이므로 다음과 같은 Fourier 급수 형태로 나타낼 수 있다.

$$g(x, y) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n) \quad (1)$$

식 (1)에서 $a_n \in R$ 이다. 물체를 투사한 원영상을 $h(x, y)$ ($(x, y) \in A$)라 하고 그리드를 거친 투사영상(projection image)을 $h_1(x, y)$ 라고 하자. 그러면 영상 형성에서 투과 모델에 기초하여 투사영상을 $h_1(x, y) = h(x, y)g(x, y)$ 의 곱셈 형태로 나타낼 수 있다. 즉 식 (1)로부터 투사영상 h_1 은 다음과 같이 진폭 변조 모델로 쓸

수 있다.

$$h_1(x,y) = h(x,y)a_0 + h(x,y) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n)$$

투사영상 h_1 은 원영상 h 에 이득항인 a_0 을 곱한 것에 $n f_1$ 의 주파수를 가지는 반송파로 진폭 변조된 항들의 합으로 되어있다. 만일 원영상 h 의 최대 주파수가 f_M 이라고 하면 투사영상 h_1 에 h 성분의 겹침이 발생하지 않기 위해서는 그리드의 주파수 f_1 은 $f_1 > 2f_M$ 의 관계식을 만족해야 한다.

3. 회전된 그리드와 회전 각도의 최적화

영상디텍터에서 디지털 신호로 변환하는 과정은, 투사영상 h_1 에 LPF(low-pass filter)를 적용하고 어떠한 표본 주파수 f_s (lines/mm)로 표본화하고 양자화함으로 이루어진다. 그리드 각도 ϕ 로 회전된 그리드를 사용하는 경우 $n f_1$ 주파수를 가지는 성분의 변조된 신호들이 표본화되면서 발생한 에일리어스 등의 중심 주파수들은 다음과 같다.

$$(n f_1 \cos \phi + m f_s, n f_1 \sin \phi + m' f_s) \quad (m, m' \in \mathbb{Z})$$

사상 $\eta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$\eta(v) := v - \lceil v/f_s - 0.5 \rceil f_s \quad (v \in \mathbb{R})$$

이 식에서 $\lceil u \rceil$ 는 실수 u 보다 크거나 같으면서 가장 작은 정수를 의미한다. 또한 사상 $\mu: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mu(v, v') := (\eta(v \cos v'), \eta(v \sin v')) \quad (v, v' \in \mathbb{R})$$

그러면 f_s 로 표본화를 하는 경우에, $n f_1$ 을 가지는 변조항의 기본 항 또는 그의 에일리어스 항이, 인지 가능한 주파수 영역 $(-f_s/2, f_s/2]^2 \subset \mathbb{R}^2$ 내로 들어오는 중심 주파수는 $\mu(n f_1, \phi)$ 가 된다. 즉 이 성분은 그리드의 n 차 고조파 성분인 $n f_1$ 로 인하여 발생하는, 다시 말하면 우리가 획득한 x선 영상에서 관찰하게 되는 그리드 왜곡이 된다. 그리드 왜곡을 제거하기 위해서는 이러한 변조항을 적절한 BRF를 사용하여 제거해야 하는데, 이때 이러한 변조항이 중앙의 복원하고자 하는 신호의 성분보다 주파수 영역에서 멀리 떨어져 있을수록 효율적인 그리드 왜곡 제거가 가능하다. $\|\mu(n f_1, \phi)\|$ 는 원점으로부터 변조항의 중심 주파수 $(0,0)$ 까지의 거리이며, 원신호의 최대 주파수 f_M 이 이러한 거리의 절반인 $2^{-1}\|\mu(n f_1, \phi)\|$ 보다 작은 경우 스펙트럼의 겹침이 없이 원신호의 복원이 가능하다. 여기서 거리 $2^{-1}\|\mu(n f_1, \phi)\|$ 를 RMF(recoverable maximal frequency)라고 부르자. 또한 RMF가 클수록 $n f_1$ 을 가지는 그리드 왜곡을 원 신호에 최소한의 영향을 주면서 제거가 가능하다. 만일 N 개의 고조파까지 제거하는 것을 고려한다고 하면, 최적의 그리드 각도는 다음과 같은 min-max 문제를 풀어 얻을 수 있다.

$$\max_{|\phi| \leq \Phi} \min_{n \in \{1, \dots, N\}} \frac{1}{2} \|\mu(n f_1, \phi)\|$$

이 식에서 Φ 는 그리드가 가질 수 있는 최대의 각도이다.

4. 실험 결과

그림 1에는 표본 주파수가 $f_s = 7.194$ 인 경우에 여러 그리드 주파수에 따른 최적의 그리드 각도 ϕ^* 를 최대 각도 Φ 에 따라 구하고

도시한 결과이다. $\Phi = 45^\circ$ 라고 하면 최적 그리드 각도는 $\phi^* = \pm 26.33^\circ$ 가 되며 이때의 RMF는 1.799가 된다. 이러한 값은 회전하지 않은 그리드를 사용하는 경우, 즉 $\phi = 0$ 일 때의 RMF가 0.4580인 것에 비하면 훨씬 증가한 것으로, 그림 2에서 그리드 왜곡 제거의 결과를 비교한 바와 같이, 회전된 그리드를 사용하여 얻은 x선 영상(그림 1(b))에서 더 효율적으로 원영상에 손실을 덜 주면서 그리드 왜곡을 제거할 수 있음을 보여주고 있다. $\phi = 0$ 인 경우(그림 1(a))에는 원영상에 얼룩 형태의 왜곡이 남아있음을 알 수 있으나, 제안한 방법에서는 얼룩이 없음을 알 수 있다.

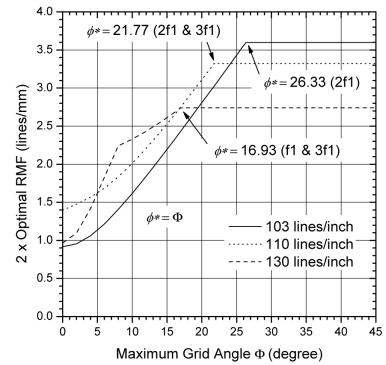


그림 1. 최대 그리드 각도인 Φ 에 대하여, 최적의 RMF ($f_s = 7.194, N = 3$)

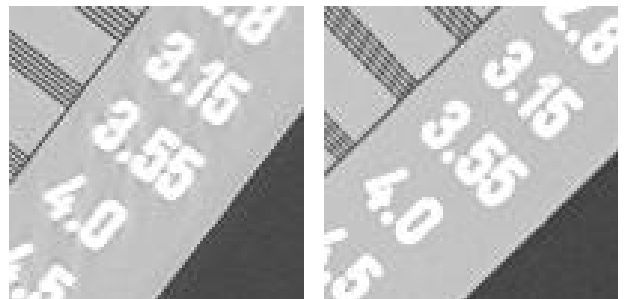


그림 2. 회전된 그리드를 사용한 경우의 그리드 왜곡 제거 성능 비교(DrTech Co.) (a) $\phi = 0$ 의 그리드에 Gaussian 형태 BRF 사용. (b) $\phi = -25^\circ$ 의 그리드에 Gaussian 형태 BRF 사용.

5. 결론

본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 x선 영상을 얻고, 그리드 왜곡을 효율적으로 제거하는 알고리즘에서 최적의 그리드 각도를 구하는 방법을 제시하였다. 주어진 조건에 따라서 min-max 최적화 문제를 풀므로 최적의 그리드 각도를 구할 수 있었다.

참고문헌

- [1] C. -Y. Lin, W. -J. Lee, S. -J. Chen, C. -H. Tsai, J. -H. Lee, C. -H. Chang, and Y. -T. Ching, "A study of grid artifacts formation and elimination in computed radiographic images," *Jour. Digital Imaging*, vol. 19, no. 4, pp. 351-361, Dec. 2006.
- [2] D. S. Kim and S. Lee, "Grid artifact reduction in radiography with arctan(1/2)-degree rotated grid," *IEEE Int. Conf. Image Processing*, Sep. 2010.