

강내탄도의 이동경계면 해석을 위한 수치해석 기법 연구

김인주* · 장진성* · 성형건* · 노태성*

Study on Numerical Analysis Method for Moving Boundary of Interior Ballistics

Injoo Kim* · Jinsung Jang* · Hyunggun Sung* · Tae-Seong Roh**

ABSTRACT

The expansion of 1D numerical code to 2D or 3D is needed in order to improve the analysis accuracy of the interior ballistics. The cut cell method has been imposed for the code expansion to multi dimensions. The MUSCL-Hancock scheme as a high resolution method has been selected. A feasibility of the cut cell method has been verified by analyzing the free piston problem.

초 록

강내탄도 성능 해석의 정확도를 높이기 위해서 1차원 해석 코드를 2차원 및 3차원으로 확장시키는 작업이 필요하다. 다차원 확장 시 이동경계면 해석에 Cut Cell Method를 적용하였다. 이에 high resolution 기법인 MUSCL-Hancock을 선택하였고 free piston problem에 적용하여 그 타당성을 검증하였다.

Key Words: Interior ballistics(강내탄도), Immersed boundary method(IBM), Cut cell method, Moving boundary(이동경계면)

1. 서 론

강내탄도란 화포의 약실 내 고체 추진제가 점화 가스에 의해 연소되고 생성된 가스 압력에 의해 탄자가 가속되어 포구를 이탈하는 일련의 과정으로 이동경계면을 포함한 다상유동이다[1].

1차원으로는 Fig. 1처럼 약실의 형태나 탄자의

형태에 따른 성능을 예측할 수가 없기 때문에 2차원 이상으로의 확장이 필요하다.

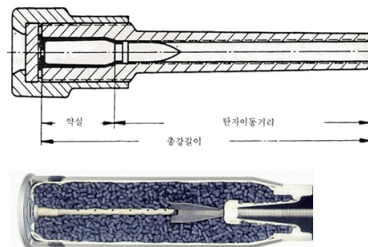


Fig. 1 Interior Ballistics

* 인하대학교 대학원 항공우주공학과

** 인하대학교 항공우주공학과

연락처, E-mail: ailyj@naver.com

또한 강내탄도는 이동경계면을 포함하고 있기 때문에 이동경계면을 해석할 수 있는 기법을 도입해야 한다. 이동경계면 해석 기법으로는 Geometry Conservation Law(GCL), Chimera 기법, Immersed Boundary Method(IBM)가 있다. GCL은 이동경계면을 가진 문제에 많이 사용되나 곡률형 입자를 가진 다상유동의 경우 격자가 크기가 점점 증가하는 문제가 발생하여 강내탄도 연구에서는 사용되지 않았다. Chimera 기법이 있는데 이중 격자를 사용하여 탄자의 형상이 복잡한 CTA 또는 APFSDS 해석에 용이할 수 있으나, 이중 격자로 인한 계산 시간 증대와 Eulerian-Lagrangian 접근법의 다상 유동 해석에 일반적으로 사용되는 Particle Source in Cell(PSIC) 모델 적용이 용이하지 못하다는 단점이 있다. IBM은 직교좌표 기반으로 body-conformal structured grid나 unstructured grid method에 비해 격자 생성이 쉽고 이동경계면을 가진 유동 해석에도 유리하다[2]. 균일한 격자로 인해 high resolution 기법들을 간단한 형태로 쉽게 표현할 수 있고 adaptive mesh refinement에도 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있어 다차원로의 확장이 용이하다[5]. IBM은 크게 continuous forcing approach와 discrete forcing approach로 나뉜다. Continuous forcing approach는 연속방정식을 이산화하기 전에 forcing term을 더하는 방법으로 elastic boundary에는 잘 맞지만 rigid boundary나 sharp edge, 고레이놀즈수의 유동에는 적용하기 어렵다. Discrete forcing approach는 가상경계를 이산화 한 후에 더해주는 방식으로 sharp edge나 고레이놀즈수의 유동 해석에 유리하다. Discrete forcing approach는 다시 indirect와 direct로 나뉜다. Indirect 방법은 forcing term을 계산하고 지배방정식에 추가해주는 방식이고 direct 방법은 가상경계 근처의 stencil의 값을 interpolation으로 구해주는 방법이다. Direct 방법에는 ghost cell finite difference와 cut cell finite volume 기법이 있다.

본 연구에서는 강내탄도 전산해석 프로그램의 3차원까지의 확장성을 고려하여 기존에 사용되

던 ghost cell 기법보다 적용이 쉬운 cut cell 기법을 도입하고자 cut cell 기법을 적용한 유동장 해석 프로그램 개발하였다. 강내탄도 해석 프로그램의 적용에 대한 타당성을 검증하기 위하여 free piston problem을 해석하였다.

2. 수치해석기법

2.1 지배방정식

유동 해석은 2차원 직교 좌표계에서 계산하였고 그 지배방정식은 Euler식을 사용하였다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Eu + pu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho Ev + pv)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

2.2 Cut Cell Method

Cut cell method는 Euler식에 잘 적용된다고 알려져 있으며 직교좌표계를 사용하기 때문에 격자생성이 쉬운 장점이 있다[5].

Figure 2에서처럼 생성된 cell들은 크게 flow cell(1), solid cell(3), 그리고 물체의 형상을 부분적으로 포함하고 있는 cut cell(2)의 세 부분으로 나눌 수 있다. 물체의 경계와 격자가 만나는 점들을 정의해줌으로써 각 cell들의 종류 및 cut cell의 형상을 파악할 수 있고 이를 통해 각 cell의 부피를 쉽게 정의할 수 있다.

Time step을 flow cell을 기준으로 결정한 경우 cut cell의 부피가 비교적 작은 cell에서 안정

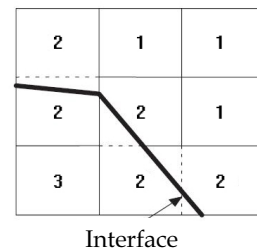


Fig. 2 Type of cell

성 문제가 발생할 수 있다. 이를 해결하기 위해 cell 병합기술(cell merging technique)을 도입했는데 일정한 부피(V_{\min} , 보통 flow cell 부피의 반)를 정하여 부피가 V_{\min} 보다 작은 cell을 인접한 cell과 병합하는 방식이다. 이동경계면의 속도를 고려하여 global time step의 영향을 받지 않도록 Eq. (4)와 같이 정의해준다.

$$\Delta t_x = \frac{\sqrt{V_{\min}}}{\max(|u_w|, |u_l|) + a}, \quad \Delta t_y = \frac{\sqrt{V_{\min}}}{\max(|v_w|, |v_l|) + a}$$

$$\Delta t = CFL \cdot \min(\Delta t_x, \Delta t_y) \quad (CFL < 1.0) \quad (4)$$

높은 차수의 정확도를 유지하기 위해서 각 cell마다 적절한 gradient 정보를 갖도록 데이터를 재구성해야 한다. 재구성시에는 overshoot이나 undershoot가 발생하지 않도록 제한자를 적용한다. Cut cell의 경우에는 다른 방식의 gradient 계산이 필요하므로 다음과 같은 방식으로 그 값들을 계산한다.

Cut cell의 gradient는 fluid와 solid 두 타입의 정보를 모두 가지고 있어야 한다. 먼저 fluid와 solid인 경우를 다음과 같이 따로 계산을 한다.

$$U_x^f = G\left(\frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{\Delta x_{i+1/2,j}}, \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2,j}}\right)$$

$$U_y^f = G\left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta y_{i,j+1/2}}, \frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta y_{i-1/2,j}}\right) \quad (5)$$

$$U_x^s = G\left(\frac{U_{R,j} - U_{i,j}}{\Delta x_{i,R}}, \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2,j}}\right)$$

$$U_y^s = G\left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta y_{i,j+1/2}}, \frac{U_{i,j} - U_{i,R}}{\Delta y_{j,R}}\right) \quad (6)$$

여기서 G는 제한자 함수로 superbee 제한자를 사용하였다[1]. 이렇게 두 타입의 gradients를 계산해준 뒤 cut cell에서 solid와 fluid가 차지하는 비중에 따라 gradient를 다음과 같이 결정한다.

$$U_x = \frac{\Delta y_s U_x^s + \Delta y_f U_x^f}{\Delta y}$$

$$U_y = \frac{\Delta x_s U_y^s + \Delta x_f U_y^f}{\Delta x} \quad (7)$$

($\Delta x_s, \Delta x_f, \Delta y_s, \Delta y_f$: length of solid or fluid)

2.3 MUSCL-Hancock 기법

Cut cell 기법을 도입하기 위해 high resolution, 다차원 기법을 사용해야 하므로 이를 만족하는 MUSCL-Hancock 기법을 선택하였다. 첫 단계는 gradient로 정보를 재구성하는 단계인데 cut cell의 gradient 정보를 담을 수 있도록 하였다[2,5].

$$U_k = U_{ij}^m + \bar{r}_k \cdot \nabla U_{ij}^m \quad (8)$$

$$\nabla U_{ij}^m = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 \bar{r}_k 는 cell 중심에서 각 경계면까지의 거리이다. 두 번째 단계에서는 재구성한 정보를 바탕으로 $1/2\Delta t$ 에서의 값을 계산한다.

$$(\bar{V}U)_k = (VU)_k - \frac{\Delta t}{2} \sum_{k=1}^m F(U_k) \cdot S_k^m \quad (10)$$

Equation (10)과 같이 구성한 값으로 intercell flux를 HLLC로 구한다[3].

3. 결 과

$1\text{kg}/\text{m}^3$ 밀도를 가진 이상기체가 1기압에서 유동이 없는 상태를 초기 조건으로 해석해보았다. 이 때 탄자의 질량은 1g 으로 해석하였다.

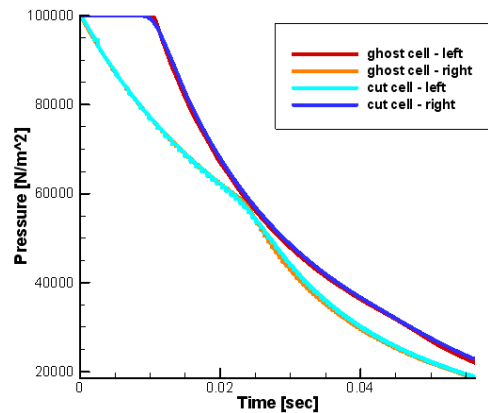


Fig. 3 Pressure distribution of piston left & right

Ghost cell에서는 SMART 기법을 사용하였고 ghost cell과 cut cell 모두 x-방향 격자수 500개로 해석하였다.

Figure 3에서 볼 수 있듯이 ghost cell과 cut cell의 결과가 거의 일치한다. 그리고 격자가 새로 생성되거나 solid cell에서 cut cell이 될 때 약간의 수치진동이 관찰된다.

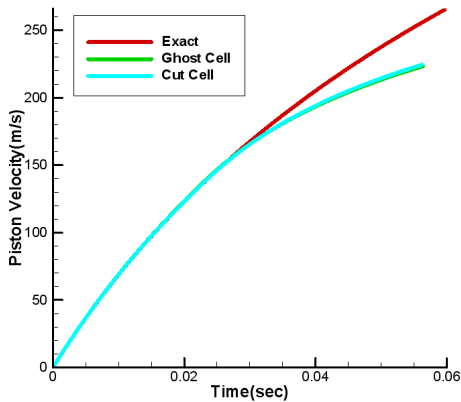


Fig. 4 Piston velocity vs time

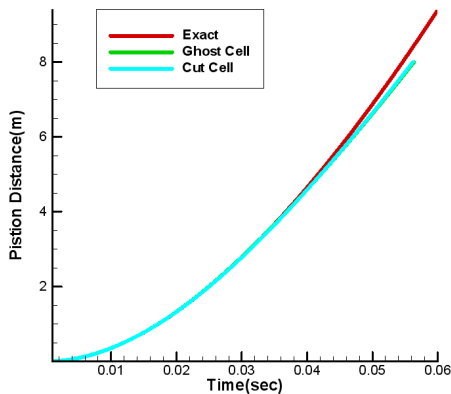


Fig. 5 Piston distance vs time

Exact solution과 두 기법의 결과가 차이 나는 이유는 압력파가 탄자 후면에 반사되어 유속이 감소하는 현상이 포함되었기 때문이다.

4. 결 론

강내탄도 성능해석의 정확도를 높이기 위해 다차원으로 확장하면서 이동경계면 해석이 가능한 기법들을 검토하였다. 그 중에서 solid 경계면 및 sharp edge 해석이 가능하고 확장이 용이한 cut cell method를 선택하였고 2차원 free piston problem의 유동을 해석하였다. 해석한 결과를 ghost cell 기법으로 해석한 결과와 비교하여 cut cell 기법 도입의 타당성을 검증하였다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소 지원에 의한 연구결과입니다. 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 장진성, 성형건, 이상복, 김인주, 노태성, 최동환, "약실 내 추진제 위치에 따른 강내탄도 수치해석," 한국전산유체공학회, 2010, pp 479-486
2. Rajat Mittal, Gianluca Iaccarino, "Immersed Boundary Methods," Annual Review of Fluid Mechanics, 2005
3. Eleuterio Toro, "Riemann Solvers And Numerical Methods For Fluid Dynamics 2nd ed," Springer, 1999
4. E.F. Toro, M. Spruce, W. Speares " Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver," American Mathematical Society, 1994
5. G. Yang, D.M. Causon, D.M. Ingram, R. Saunders, P. Batten, "A cartesian cut cell method for compressible flows Part A - static body problems," The Aeronautical Journal, February, 1997, pp.47-55
6. G. Yang, D.M. Causon, D.M. Ingram, R. Saunders, P. Batten, "A cartesian cut cell method for compressible flows Part B - moving body problems," The Aeronautical Journal, February, 1997, pp.57-65