

# 이방성 복합재료에서 방향과 램파의 속도와의 관계

이상호\*

## The Relation between Lamb Wave Velocity and Direction in the Anisotropic materials

Sang-Ho Rhee\*

### ABSTRACT

A Lamb wave guided by a plate structure has dispersive characteristics because phase and group velocity change with the variation of frequency and thickness. The Lamb wave has two modes, symmetric and anti-symmetric mode, which propagated symmetrically and non-symmetrically with respect to centerline. In this paper, the Lamb wave velocity variation with respect to direction is investigated.

### 초 록

판재를 통과하며 진행하는 Lamb wave는 주파수와 두께에 따라 전파 속도가 다른 특성을 지니며 진행한다. 이러한 특성은 분산이라고 하며, 대칭과 비대칭 모드 2개의 특성을 갖는다. 특히, 복합재료에서는 방향에 따라 속도가 변화하는 특성을 갖는데, 본 논문에서는 복합재 판재에서 초음파 전파속도 실험과 이론값과 차이에 대해서 살펴 본다.

Key Words: Lamb Wave, Composite Materials, Dispersion

### 1. 서 론

얇은 판재를 전파하며 진행하는 Lamb wave는 비파괴 시험 분야에서 최근 관심을 받고 있으나, 그 특성이 두께와 주파수에 따라 위상속도와 군속도가 변화하는 분산특성(dispersion characteristics)이 있어 비교적 복잡한 양상을 갖고 있다[1,2]. 이러한 Lamb 파는 입자의 진동이

판에 수직인 방향과 진행방향을 동시에 지니며 판을 따라 전파하는 파를 나타낸다. 입자의 진동이 판의 중심면에 대해 대칭인 대칭모드와 비대칭인 비대칭모드로 나누어지며, 이러한 모드들 중에서 차수가 가장 낮은 대칭모드와 비대칭 모드를 각각 extensional mode와 flexural mode로 부른다.

최근 유도초음파에 대한 관심이 높아지고 있으며, 다양한 산업 시설물 등에 그 응용 예가 발표되고 있는 추세에 있다. 영국의 Lowe et al.는 원통형의 판에 원주방향으로 transmitter를

\* 국방과학연구소 1-5

† 교신저자, E-mail: muso3234@naver.com

설치하여 초음파 펄스를 보내는 실험을 하였으며, 전파된 파는 결함이 있을 경우에 파의 일부가 반사되어 오실로스코프 시간축상에 결함의 위치로 표시되며, 이를 통하여 결함의 이상유무 및 제품의 품질을 비파괴 방법으로 판단하는 응용 예를 제시한 바 있다. 이러한 파는 wave guide를 타고 비교적 먼거리를 진행하는 Lamb wave의 특징을 활용한 예로서 현재 활발히 연구되고 있다[4]. 미국의 Rose et al. 은 판재 위에 transmitter를 빗(comb)모양으로 설치해서 시간차를 이용하여 펄스를 보내면 최종단계에서는 하나의 탐촉자가 보내는 에너지보다 매우 큰 에너지의 파를 먼거리까지 보내는 방법을 이용해서 판재의 결함 유무 및 제품의 건전성을 비파괴 방법으로 활용하는 방법을 발표하였다[5]. 본 논문에서는 이방성 재료에서 전파되는 Lamb wave 속도와 재료의 방향성과의 관계에 대해서 살펴보았다.

## 2. 이방성 재료에서의 운동방정식과 Lamb wave의 일반해

### 2.1 Lamb wave 방정식

탄소섬유 강화 복합재료(CFRP; Carbon Fiber Reinforced Plastic)는 탄소섬유 주위에 epoxy가 둘러싼 구조를 하고 있으며, 비강성, 비강도가 우수하고, 충격흡수 특성이 금속재료보다 우수하다. 섬유방향과 섬유의 수직 방향으로의 물성이 다른 이방성 재료 특성을 나타내므로, 탄성파의 위상속도와 군속도는 방향에 따라 다른 값을 나타낸다. 이러한 이방성 매질에서의 응력-변형률(stress-strain)관계는 Hooke's law로 표현된다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1)$$

이러한 재료가 3면에 대칭인 orthotropic anisotropic material일 때, 응력과 변형률과의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (2)$$

이를 변형률과의 관계를 이용하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= C_{11}\epsilon_{11} + C_{12}\epsilon_{22} + C_{13}\epsilon_{33} = C_{11}u_{1,1} + C_{12}u_{2,2} + C_{13}u_{3,3} \\ \sigma_{22} &= C_{12}\epsilon_{11} + C_{22}\epsilon_{22} + C_{23}\epsilon_{33} = C_{12}u_{1,1} + C_{22}u_{2,2} + C_{23}u_{3,3} \\ \sigma_{33} &= C_{13}\epsilon_{11} + C_{23}\epsilon_{22} + C_{33}\epsilon_{33} = C_{13}u_{1,1} + C_{23}u_{2,2} + C_{33}u_{3,3} \\ \sigma_{23} &= C_{44}2\epsilon_{23} = C_{44}(u_{2,3} + u_{3,2}) \\ \sigma_{13} &= C_{55}2\epsilon_{13} = C_{55}(u_{1,3} + u_{3,1}) \\ \sigma_{12} &= C_{66}2\epsilon_{12} = C_{66}(u_{1,2} + u_{2,1}) \end{aligned}$$

그리고, 탄성매질에서 입자의 운동방정식은 등방성 매질이나, 이방성 매질에 관계없이 입자의 변위가 탄성의 선형영역에 있다면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i, (i=1,2,3) \quad (3)$$

Figure 1과 같이 판재의 상하에서 응력이 0이 되는 경계조건을 적용하여 정리하면 다음과 같은 대칭 및 비대칭 모드 분산방정식이 유도되며, Fig. 2와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} (C_{33}R_+k_{z_+} + C_{13}k_x)(R_+k_x + k_{z_+})\sin(k_{z_+}h)\cos(k_{z_-}h) \\ - (C_{33}R_+k_{z_+} + C_{13}k_x)(R_-k_x + k_{z_-})\sin(k_{z_-}h)\cos(k_{z_+}h) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (C_{33}R_+k_{z_+} + C_{13}k_x)(R_+k_x + k_{z_+})\sin(k_{z_+}h)\cos(k_{z_-}h) \\ - (C_{33}R_-k_{z_-} + C_{13}k_x)(R_+k_x + k_{z_+})\sin(k_{z_-}h)\cos(k_{z_+}h) = 0 \end{aligned}$$

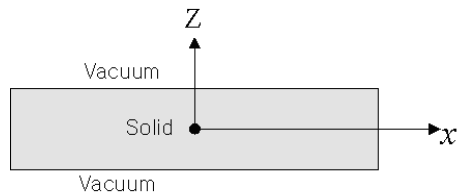


Fig. 1. Coordinate system

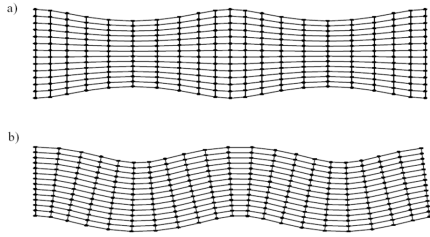


Fig. 2 Symmetric(a) and anti-symmetric mode(b) of Lamb wave

### 2.2 군속도 및 위상속도 분산곡선

대칭 및 비대칭 모드 방정식은 파수(wave number)와 주파수(frequency)와의 관계로 표현된 식이며, 이 식에 <Table 1> 복합재료 (CU-125NS)의 탄성계수를 대입하면, Fig. 3과 같은 복합재료 판에 대한 주파수와 파수와의 관계를 나타내는 곡선을 얻을 수 있다. 0도부터 90도 까지 각도를 변화시키면서 계산한 S0모드 위상속도와  $fd$ 의 분산곡선을 보였다. Fig 3에서는 일방향 군속도 곡선에서 방향과 속도와의 관계를 실험으로 측정된 데이터를 보였다. 0도 방향에서는 8200m/sec의 속도로 진행하지만, 90도 방향에서는 2100m/sec의 속도로 진행함을 알 수 있다. Fig. 4에서는 이론적으로 계산한 A0 모드의 일방향 군속도의 방향에 따른 속도변화를 볼 수 있다. S0 모드와 같이 방향에 따라 속도 변화가 크지 않음을 볼 수 있다.

Table 1 CU-125NS Material property.

Property	Symbol	Value
Elastic modulus in fiber direction	E1	135.4 GPa
Elastic modulus in transverse directions	E2, E3	9.6 GPa
Shear modulus in 1-2	G12	4.8 GPa
Poisson's ratio	$\nu_{12}$ , $\nu_{13}$	0.31

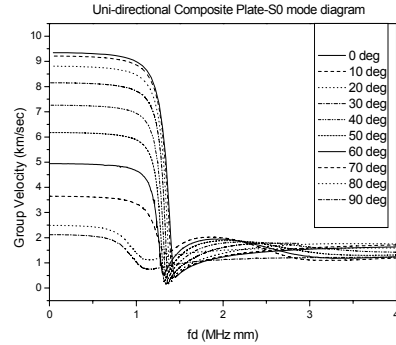


Fig. 3 Group velocity dispersion curves of S0 symmetric mode in an unidirectional CFRP plates.

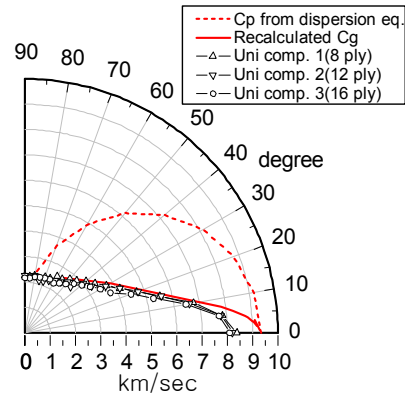


Fig. 4 Phase velocity, Corrected, and measured group velocity curve for unidirectional composite

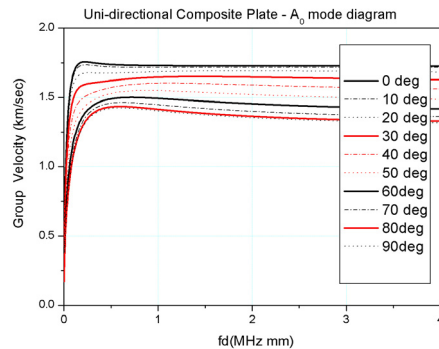


Fig. 5 A0 mode group velocity in unidirectional composite plate

Fig. 6에서는 0/90도로 적층한 cross ply 복합 재료 판재에서 S0 모드의 군속도 분산선도를 0~45도로 변화시켜가며 이론적으로 계산한 결과를 보여주고 있다. 일방향 재료와 같이 0도 방향에서는 속도가 빠르지만, 45도 방향에서는 속도가 느려지는 현상을 볼 수 있다. Fig. 7에서는 A0모드의 군속도 분산곡선을 볼 수 있다. 마찬가지로 방향이 커짐에 따라 속도가 줄어드는 현상을 볼 수 있다.

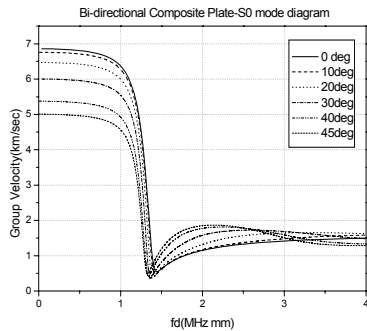


Fig. 6 Group velocity dispersion curves of S0 symmetric mode in a cross ply CFRP plates.

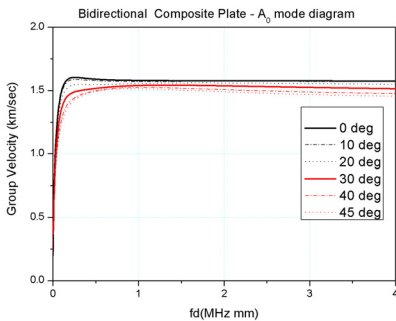


Fig. 7 A0 mode group velocity in cross ply composite plate

#### 4. 결 론

본 논문에서는 이방성 복합재료에서 방향에 따른 속도변화 거동을 살펴보았다. 일방향 복합 재료에서 0도 방향으로의 속도가 매우 빠르게 진행하지만, 90도에서는 속도가 매우 느리게 진행되는 현상을 나타남을 알 수 있다. 이러한 현상을 cross ply로 적층한 판재에서도 같은 현상이 나타남을 알 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. H. Lamb, "On waves in an Elastic plate", Proc. Of the Royal Soc. London, Series A. Vol. 93, pp.114-128, (1917)
2. D. C. Worlton, "Experimental Confirmation of Lamb waves at Megacycle Frequencies", J. Appl. Phys., Vol. 32(6), pp.967-971, (1961)
3. M. J. S. Lowe, D.N. Alleyne, P.Cawley, "Defect detection in pipes using guided waves", Ultrasonics, Vol. 36, pp.147-154, (1998)
4. J. L. Rose et al., "A Comb transducer model for guided wave NDE", Ultrasonics, Vol. 36, pp.163-169, (1998)