

# 침식연소를 고려한 고체로켓 추진기관 내탄도 해석기법 연구

조민경\* · 권태훈\*

## Internal Ballistic Analysis of Solid Rocket Motors with Erosive Burning

Mingyung Cho\* · Tae-hoon Kwon\*

### ABSTRACT

A typical unsteady internal ballistic analysis model was proposed to take account of the erosive burning for a solid rocket motor. The variance of local velocity and pressure along grain surface are analyzed by using the continuity and momentum equation. The model introduced in this study showed good agreements with the results of previous internal ballistics program. It was investigated that the change of combustion pressure, gas velocity and regression rate along the grain axis.

### 초 록

본 연구에서는 고체 추진기관의 침식연소 해석을 위한 비정상 일차원 내탄도 해석 모델을 개발하였다. 연소실 축방향 유동과 압력변화를 해석하기 위해 연속방정식과 운동량 보존식을 연립하여 수치해석 하였다. 기존에 검증된 고체 추진기관 무차원 내탄도 해석 프로그램과 해석 결과를 비교하여 개발한 해석 모델을 검증하였다. 그레인 직경 대 길이비가 큰 모터의 축방향 연소속도, 압력, 속도 변화를 고찰 하였다.

Key Words: Unsteady Internal Ballistics (비정상 내탄도 해석) Solid Rocket motor (고체 로켓 모터), Erosive burning (침식 연소), L&R model, Regression rate (연소속도)

### 1. 서 론

고체로켓의 내탄도 해석은 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석과 노즐에서의 유동해석으로 구분 할 수 있다. 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석은 연소실 전 구간에 걸친 질량, 모멘텀, 에너지 보존방정식과 실험을 통해 얻어지는 연소속도를 사용하여 해석한다.

연소 속도 측정에 주로 사용되는 스트랜드 버너에서는 연소속도를 압력과 온도에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 그러나 연소가스의 유동속도가 특정 속도 이상이 되면 추진제 연소 속도에 영향을 미치게 되며 이러한 현상을 침식연소(erosive burning)라고 한다.[1] 침식연소는 추진제의 조성과 연소 시 연소실 환경에 따라 그 영향이 다르게 나타난다. 연소가 진행되는 과정에서 연소실 축 방향 유동속도가 증가하거나 연소실 압력이 증가하면 침식연소가 증가하며, 연소실의 온도가 높을수록 침식연소는 줄어들는데[2].

\* 일반회원, (주)한화 대전 사업장 개발부  
교신 저자, E-mail: soho24@hanwha.co.kr

본 연구에서는 연소실 축방향의 압력변화와 침식 연소를 고려한 연소속도의 변화를 예측하여 고체 로켓의 일차원 내탄도 해석을 수행하였다. 일반적으로 이용되는 고체 로켓 모터의 내탄도 해석을 위해 상용프로그램을 이용하여 국부 연소 면적 및 단면적변화를 예측하였으며 선행연구 결과와 비교하여 해석 기법을 검증하였다.

## 2. 내탄도 해석 모델

### 2.1. 지배 방정식

Figure 1과 같이 연소실 그레이인에 미소체적을 설정하여 연속 보존 방정식을 설정하고 모터 전반에 걸쳐 연속, 운동량, 에너지 방정식을 적용한다[3].

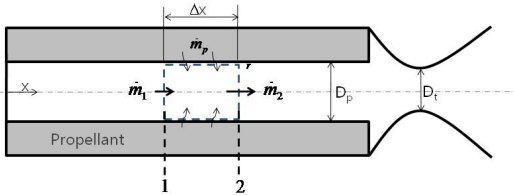


Fig. 1 Schematic of a solid rocket motor

추진제 그레이인 내 유동을 일차원 유동으로 가정하면 비정상상태에서 질량 보존식과 운동량 보존식은 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho UA) = \rho_p L_p \dot{r} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho UA) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2 A) = -Ag_0 \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

질량 보존식과 운동량 보존식을 미소구간에 대해 적분하여 간략하게 정리하면 다음과 같이 표현 할 수 있다.(Eq. 3, Eq. 4)

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 - \frac{\partial(V\rho_m)}{\partial t} + \left( \frac{L_p \dot{r}_2 + L_p \dot{r}_1}{2} \right) \rho_p \Delta x \quad (3)$$

$$P_2 = P_1 - \frac{2}{(A_1 + A_2)g_0} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m U_m V) + \dot{m}_2 U_2 + \dot{m}_1 U_1 \right] \quad (4)$$

연소실 축방향 질량유량은 비정상상태에서 그레이인 확공과 밀도 변화에 의해 감소되고 그레이인연소 표면에서

공급되는 추진제 질량유량에 의해 증가한다. 연소실 압력은 연소가스의 유속과 질량 유량에 대한 함수로 나타나며 그레이인 단면적이 클수록 압력변화는 작게 나타난다.

해석에 적용한 질량 보존식과 운동량 보존식은 비정상상태 일차원 미분방정식이다. 연소실로 공급되는 연소가스량 ( $\dot{m}_p$ ) 과 노즐 목으로 빠져나가는 유량( $\dot{m}^*$ )이 동일하지 않으므로 시간변화에 따른 유량차를 고려하여 해석하여야 한다.

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_p - \dot{m}^* \quad (5)$$

연소관 내부에서 생성되는 연소가스가 이상기체라고 한다면 시간에 따른 질량 변화는 시간에 따른 압력과 부피의 변화로 나타낼 수 있다(Eq 6). 이 때 온도 변화에 의한 연소가스 질량 변화는 무시된다[4].

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{PV}{RT} \right) = \frac{V}{RT} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{RT} \frac{dV}{dt} \quad (6)$$

연소가스의 체적 변화는 추진제 연소속도에 의한 그레이인의 확공(Grain Burnback)으로 표현될 수 있다(Eq 7).

$$\frac{dV}{dt} = \sum \rho_p \dot{r} L_p \Delta x \quad (7)$$

위 식을 연소실 시간변화에 따른 연소실 압력변화에 대한 식으로 나타내면 Eq. 8과 같다.

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{m} (\dot{m}_p - \dot{m}^* - \sum \rho_p \dot{r} L_p \Delta x) \quad (8)$$

### 2.2 연소속도 모델

본 연구에서는 L&R 모델 변형식을 사용하였으며 Eq. 9와 같다.

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + \dot{r}_e = aP_x^n + \alpha G^{0.8} D^{-0.2} \exp(-\beta \dot{r} \rho_p / G) \quad (9)$$

위 모델은 스트랜드 버너의 연소속도 모델 식에 침식 연소 효과가 고려된 연소속도 항을 추가한 형태이다. 연소가스의 유동속도와 추진제의 특성치가 모두 고려된 식

이기 때문에 고체로켓 연소 해석에 광범위하게 적용할 수 있다.

Eq. 9에서  $\beta$ 는 추진제 성분에 따라 독립적인 값을 가지며 일반적으로 SI단위에서 53인 값을 갖는다.[5]  $\alpha$ 는 추진제 표면에서의 열전달에 관한 상수이다. 추진제 표면에서 이뤄지는 열전달은 추진제의 열적 특성과 연료 주변온도 및 연료 표면온도에 의해 결정되며 Eq. 10과 같이 표현된다.

$$\alpha = \frac{0.0028c_{p,g}t^{0.2}Pr^{-2/3}}{\rho_p c_{p,p}} \frac{T_f - T_s}{T_c - T_p} \quad (10)$$

### 2.3 해석 기법

침식연소를 고려한 연소실 압력 변화 및 모터 성능 해석 알고리즘은 Fig. 2와 같다.

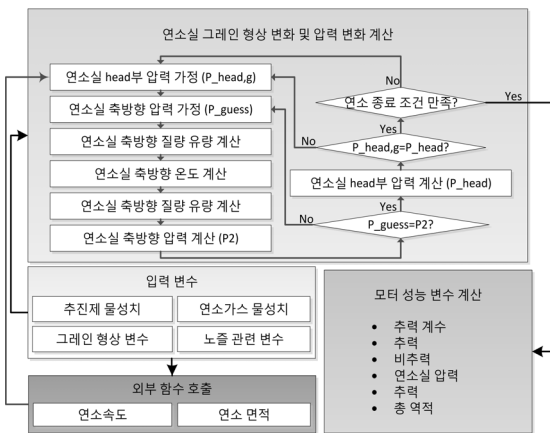


Fig. 2 Performance prediction process of a solid rocket motor

연소실 전체의 압력 변화는 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 Eq. 8을 수치해석하여 계산한다. 연소실 축방향 질량 유량과 연소실 압력은 변수값들이 서로 결합되어 있는 방정식으로 나타난다.(Eq. 3, Eq. 4) 원하는 해를 얻기 위해서는 연소실 압력, 온도, 연소가스 질량유량에 대한 연립방정식으로 계산이 수행된다. 연립 방정식을 이용한 해석 수행을 위해 가정한 압력값과 계산된 연소실 압력이 동일해지는 시점까지 반복하여 해석을 수행하는 방식을 채택하였다. 각 검사체적에 대한 해석과정은 연소실 앞단에서 후단 방향으로 순차적으로 이뤄진다.

그레인 표면으로부터 공급되는 연소가스의 유량을 계산하기 위해서는 연소면소 면적 계산이 요구된다. 실린더형 그레인의 경우 연소면적을 수식으로 표현하기 용이하지만 일반적인 고체 추진기관에 적용되는 그레인 형상은 연소면적을 수식화하기 어렵다. 일반적인 고체 추진기관의 침식연소해석을 위해 상용프로그램을 이용하여 고체 추진기관의 국부 연소 면적을 도출하였다. 연소실 압력 계산과정에서 도출된 연소실 후단 압력값과 연소가스 물성치를 바탕으로 노즐 유동을 계산하여 모터의 성능 변수를 도출 한다.

### 3. 내탄도 해석 모델 검증

침식연소 해석 모델을 검증하기 위해 이미 검증된 고체 추진기관 내탄도해석 프로그램을 이용하였다. Fig. 3은 기존 내탄도 해석 결과와 침식연소를 고려한 일차원 해석 모델을 결과를 비교한 그래프이다.

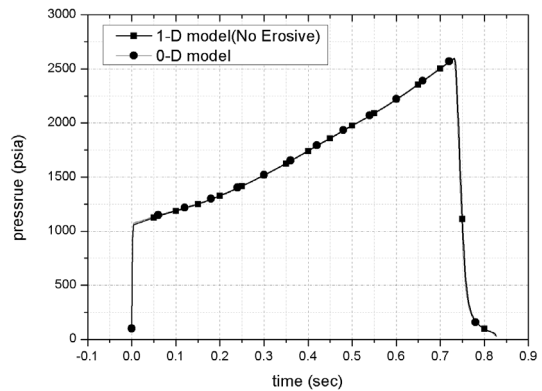


Fig. 3 Comparison of predicted pressure

해석 결과를 비교하기 위해 침식연소가 발생하지 않는 조건에서 해석을 진행하였으며 기존 내탄도 해석 프로그램과 동일한 추진제 물성과 그레인 형상에 관하여 해석을 진행 하였다. 그레인은 일반적인 star형 그레인으로 설정하여 상용프로그램을 이용 연소면적 변화를 도출 하였다.

일차원 내탄도 해석 결과 도출된 연소실 평균 압력은 기존 내탄도 해석결과의 연소실 압력과 동일하게 예측되는 것을 알 수 있다.

#### 4. 해석 결과

직경 대 길이비가 큰 고체 추진기관에서 발생하는 침식연소 현상을 예측하기 위해 개발모델을 이용하여 연소 시간변화에 따른 연소실 축방향 연소실 압력, 연소가스 속도, 연소속도 변화를 고찰하였다.

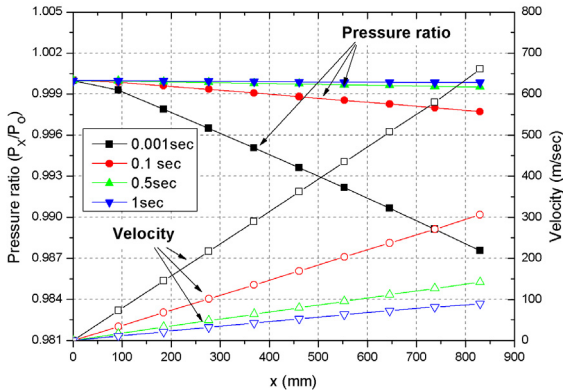


Fig. 4 Pressure and velocity along the grain

해석 결과 연소실 축방향 압력 변화 경향은 연소시간에 경과함에 따라 그 정도가 작아지는 것을 볼 수 있다. 이와 마찬가지로 연소 초기 연소가스 속도 변화가 가장 크며 연소가 진행되면서 변화량이 감소하는 것을 볼 수 있다.

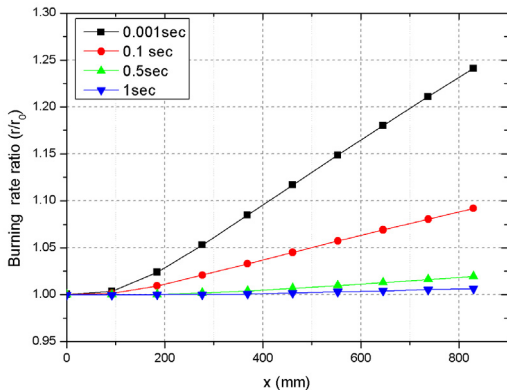


Fig. 5 Burning rate along the grain

Fig. 5는 연소시간 변화에 따른 축방향 연소속도 변화량을 나타낸 것이다. 연소속도 또한 연소 초기 급격히 변화하는 연소가스 속도로 인해 연소 초기 가장 크게 나타나며 연소가 진행됨에 따라 그 값이 일정해 지는 것을 볼 수 있다.

이러한 결과를 바탕으로 볼 때 침식연소는 연소초기에 급격히 일어나며 연소실 후반으로 갈수록 크게 영향을 주는 것을 알 수 있다.

#### 5. 결 론

고체 추진기관 침식연소 해석을 위한 비정상 일차원 해석 모델을 개발하여 연소실 축방향 연소속도 및 압력 변화를 예측하였다. 본 연구에서 제시한 모델 검증에 위해 기존 내탄도 해석모델에서 도출한 결과를 비교하였다. 동일 조건에서 해석을 진행하여 예측된 연소실 압력 변화 양상이 동일함을 확인하였다. 그레인 직경 대 길이비가 큰 고체 추진기관에 대한 침식연소 해석을 진행하였으며 연소시간 변화에 따른 연소실 축방향 연소속도 및 압력, 연소가스 속도를 분석하였다. 예측결과 침식연소로 인한 연소실 압력 변화 및 연소속도 변화는 연소 초기에 크게 나타나며 연소 후반으로 갈수록 그 영향이 작아지는 것을 확인했다.

#### 참 고 문 헌

1. K. Srinivasan, S. Narayanan, O. P. Sharma, "Numerical studies on erosive burning in cylindrical solid propellant grain", Springer-Verlag, Heat Mass Transfer 44:579-585, 2008
2. James Moss, Dr, Stephen Heister, Kevin Linke, "Experimental Program to Assess Erosive Burning in Segmented Solid Rocket Motors", 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, July 2007.
3. Heister, S. D. and Landsbaum, E. M., "Analysis of Ballistic Anomalies in Solid Rocket Motors." Journal of propulsion and power, Vol. 7, No. 6, 1991, pp. 887-893.
4. Heister, S. D. and Landsbaum, E. M., "Analysis of Ballistic Anomalies in Solid Rocket Motors." Journal of propulsion and power, Vol. 7, No. 6, 1991, pp. 887-893.
5. Sutton, G. P., "Rocket Propulsion Elements, 7th ed.", John Wiley & Sons Inc., 2001