

# 강성 변화에 따른 마찰스프링의 진동 해석 Vibration Analysis of a Friction Spring under Stiffness Variation

#차기업, 이성배, 조창기

\*K. U. Cha ([undersea@add.re.kr](mailto:undersea@add.re.kr)), S. B. Lee, C. K. Choi

국방과학연구소

Key words : friction spring, ring spring, structural friction, energy dissipation, natural frequency

## 1. 서론

마찰스프링은 경사면으로 접촉하는 내부링과 외부링을 적층으로 조립하여 사용하게 되는데 압축방향으로만 사용할 수 있으며 부하가 작용하면 반경방향으로의 내부링 수축 및 외부링 팽창을 통해 축방향의 변위를 발생시키게 된다. 코일스프링과는 달리 접촉면에서의 마찰로 부하 증가와 감소시 마찰스프링의 강성 차이가 발생하며 부하 감소시의 강성은 부하 증가시의 강성 대비하여 약 1/3 수준으로 작아진다. 또한 부하 증가와 감소의 1과정 동안 마찰력을 통해 부가된 충격량의 약 60~70%를 소산시키게 된다.

중·대구경 화포체계의 경우 사격 충격력을 제어하기 위해 일반적으로 유기압식 댐퍼를 적용하고 있으며 코일스프링을 적용하는 경우에도 복귀시 스프링력에 의한 운동에너지의 소산을 위해 역시 유기압식 댐퍼가 필요하게 된다. 유기압식 댐퍼는 환경 및 사격조건에 따른 작동유의 특성 변화가 크며 누유에 따른 정비가 다수 발생하는 단점이 있다. 이를 개선하기 위해 사격 충격력의 제어에 마찰스프링을 적용하고자 하며 다만 복귀시의 스프링력에 의한 운동에너지는 전방에 별도의 마찰스프링을 배치하여 전·후방 마찰스프링 간의 왕복 운동에 의해 에너지를 급속히 소산시킴으로써 원 위치로 복귀할 수 있도록 하였다.

마찰스프링의 진동특성에 대한 연구는 Hill<sup>(1)</sup>에 의하여 수행된 바 있으나 초기 조립 변위와 전·후방 마찰스프링의 강성 변화가 고려되지 않았다. 마찰스프링의 경우 내·외부링을 적층하여 조립하는 구조로 접촉면을 일정한 조건으로 유지하기 위해서는 초기 조립 변위가 필수적이다. 또한 조립공간 등의 조건에 따라서는 전·후방 마찰스프링의 설계를 달리함으로써 강성이 다른 경우를 고려할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 유기압식 댐퍼의 대안으로써 마찰스프링에 대해 초기 조립 변위와 전·후방 마찰스프링의 강성 변화를 고려한 진동 특성을 규명하고자 하였다.

## 2. 마찰스프링의 강성

Fig.1 은 마찰스프링의 단면도로 경사면을 맞대고 조립되어 있는 내부링과 외부링을 나타낸다. 스프링의 축방향으로 외력이 작용하면 경사면을 따라 미끄러지면서 내부링은 압축을 외부링은 인장을 받게 되고 축방향의 변위가 발생한다.

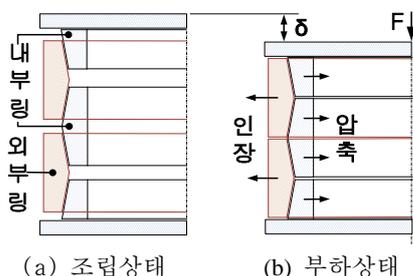


Fig. 1 마찰스프링의 단면도

Fig.2 는 마찰스프링의 변형량에 따른 작용력 곡선으로 점선은 코일스프링과 같이 마찰이 없는 경우를 나타내며 압축과 복귀에 따른 에너지 소산이 없으나 마찰스프링의 경우 경사면의 마찰로 인해 부하 증가시(과정 ①)와 부하 감소시(과정 ③)의 강성 차이가 발생하며 압축-복귀 1 행정 간 폐곡선에 해당하는 에너지의 소산을 일으키게 된다. Skup<sup>(2)</sup>에 의해 정리되어 있는 마찰스프링에 대한 관계식 중 부하 증가시와 감소시의 강성은 아래 식과 같다.

$$K_{\text{①}} = \frac{\pi E}{r_m n} \frac{A_i}{(1 + A_i/A_o)} \frac{\tan \beta (\mu + \tan \beta)}{(1 - \mu \tan \beta)}$$

$$K_{\text{③}} = \frac{\pi E}{r_m n} \frac{A_i}{(1 + A_i/A_o)} \frac{\tan \beta (\tan \beta - \mu)}{(1 + \mu \tan \beta)}$$

강성 비율( $K_{\text{①}}/K_{\text{③}}$ )은 경사각과 마찰계수만으로 요약되며 경사각( $\beta$ )  $14^\circ$ , 마찰계수( $\mu$ ) 0.12 을 적용하면 강성비율은 3.03 으로 작용력 또한 이에 비례하여  $F_2/F_3 = F_1/F_4 = 3.03$  이 된다.

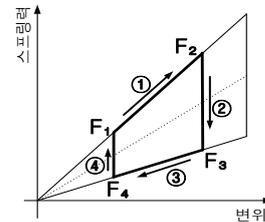


Fig. 2 마찰스프링의 변위-작용력 곡선

## 3. 마찰스프링의 적용 예

마찰스프링을 충격력 제어에 사용하고자 하면 마찰스프링의 구조상 압축방향으로만 사용할 수 있다는 점과 복귀시 스프링력에 의한 에너지의 소산을 위한 방안을 고려해야 한다는 것이다. Fig. 3 은 마찰스프링을 적용한 충격력 제어의 예로 2 세트의 마찰스프링을 사용하여 최초 충격력에 의해 +방향으로 작동시에는 2 세트의 마찰스프링이 작용되도록 하고, 이후 자유진동으로 원점(x=0)을 지나 -방향으로 진행하면 1 세트의 마찰스프링이, 다시 원점을 지나 +방향으로 진행하게 되면 2 세트의 마찰스프링이 작동되도록 설계한 예이다. 이와 같이 충격력 제어를 위해 마찰스프링을 이용한 경우 원점을 중심으로 전 후 방향으로의 진동 특성 분석이 필요하게 된다.

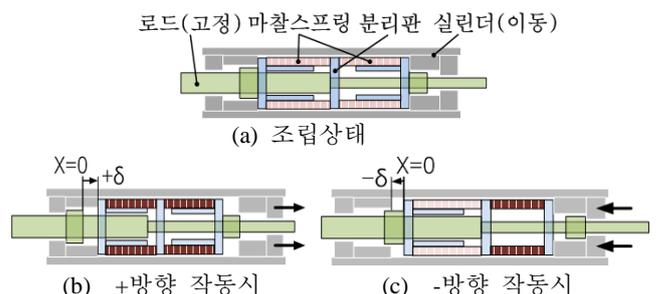


Fig. 3 마찰스프링 적용 예

### 4. 마찰스프링의 진동특성

마찰스프링은 초기 조립변위가 없는 경우 부하 감소시 조립 상태가 흐트러질 수 있기 때문에 최대 가능 변위의 5~10% 수준의 초기 조립 변위가 반드시 필요하게 된다. Fig.4 는 초기 조립 변위를 고려한, 원점을 중심으로 마주 조립한 2 세트의 마찰스프링에 의한 변위-작용력 곡선이다. 여기서  $\delta_{st1}$ ,  $\delta_{st2}$  는 초기 조립 변위이며  $\delta_1$  은 최초 충격력에 의해 발생된 변위로 이후 자유진동의 시작점이 된다. 마주한 2 세트의 마찰스프링을 4 개의 탄성 스프링으로 간주하고 각 과정의 경계 조건을 고려하여 단계별 운동방정식을 풀게 된다.

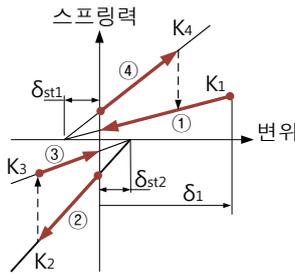


Fig. 4 조립 변위에 갖는 마찰스프링의 변위-작용력 곡선 단계별 결과를 정리하면 다음과 같다.

각 과정별 고유진동수 :  $\omega_{1,2,3,4} = (K_{1,2,3,4}/m)^{1/2}$

과정 ①	$\delta = A_1 \cos(\omega_1 t) - \delta_{st1}$	$0 \leq t \leq t_1$
과정 ②	$\delta = A_2 \cos(\omega_2(t - t_1)) + B_2 \sin(\omega_2(t - t_1)) + \delta_{st2}$	$t_1 \leq t \leq t_2$
과정 ③	$\delta = A_3 \cos(\omega_3(t - t_2)) + \delta_{st2}$	$t_2 \leq t \leq t_3$
과정 ④	$\delta = A_4 \cos(\omega_4(t - t_3)) + B_4 \sin(\omega_4(t - t_3)) - \delta_{st1}$	$t_3 \leq t \leq t_4$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \delta_1 + \delta_{st1} \\
 A_2 &= -\delta_{st2} \quad B_2 = -A_1 (\omega_1/\omega_2) \sin(\omega_1 t_1) \\
 A_3 &= A_2 \cos(\omega_2 t_2) + B_2 \sin(\omega_2 t_2) \\
 A_4 &= \delta_{st1} \quad B_4 = -A_3 (\omega_3/\omega_4) \sin(\omega_3 t_3) \\
 t_1 &= \text{acos}(\delta_{st1}/A_1)/\omega_1 \\
 t_2 &= t_1 + \text{atan}(B_2/A_2)/\omega_2 \\
 t_3 &= t_2 + \text{acos}(-\delta_{st2}/A_3)/\omega_3 \\
 t_4 &= t_3 + \text{atan}(B_4/A_4)/\omega_4
 \end{aligned}$$

마찰스프링 및 관련 재원을 다음과 같이 하여 분석을 진행하였다

소재의 탄성계수(E)	=	200,000 Mpa
스프링의 경사각 ( $\beta$ )	=	14°
마찰계수 ( $\mu$ )	=	0.12
중량(M)	=	200 kg
내부링의 도심반경( $r_i$ )	=	27.36 mm
외부링의 도심반경( $r_o$ )	=	29.89 mm
스프링의 평균반경( $r_m$ )	=	$(r_o+r_i)/2 = 28.62 \text{ mm}$
내부링의 단면적 ( $A_i$ )	=	34.55 mm <sup>2</sup>
외부링의 단면적 ( $A_o$ )	=	39.73 mm <sup>2</sup>
접촉면의 수 (n)	=	44

동일 조건으로 초기 조립 변위( $\delta_{st1}$ ,  $\delta_{st2}$ )을 0 으로 하여 계산을 진행하면 Fig.5 와 같이 Hill<sup>(1)</sup>이 산출한 결과와 동일한 결과를 얻게 된다. Fig.5 에서 초기 조립 변위가 없는 경우 1 왕복 행정 후 67.02%, 2 행정 후 89.12% 및 3 행정 후 96.41%의 진폭 감소를 확인할 수 있다.

앞서 서술했듯이 마찰스프링은 초기 조립 변위가 필수적이며 최대 가능 변위량의 5~10%을 초기 조립 변위로 설정하고 있다. Fig.5 는 초기 조립 변위에 따른 변위-시간 곡선으로 초기 조립 변위가 클수록 진폭 감소 시간과 폭이 빠르게 진행됨을 알 수 있다. 10%의 초기 조립 변위를 적용한 경우 1 왕복 행정 후 72.99 %, 2 행정 후 94.74%, 3 행정 후 99.31% 진폭 감소를 확인할 수 있다.

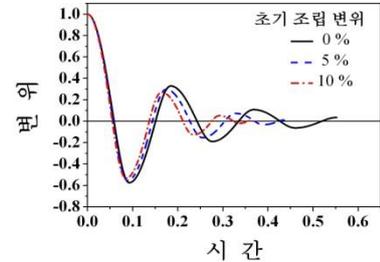


Fig. 5 초기 조립 변위에 따른 변위-시간 곡선

마찰스프링은 다른 특징으로는 최대 스프링력의 변화 없이 내·외부링의 사용 개수에 비례하여 최대 가능 변위가 증 감소 하게 된다는 것이다. Fig.6 에서 전방의 접촉면 44 개와 후방의 접촉면 22 개를 적용한 경우 마찰스프링의 개수(접촉면) 변화만으로는 강성 비율의 변화는 없기 때문에 Hill<sup>(1)</sup>이 유도했듯이 왕복 행정에 따른 진폭 감소 비율은 동일하게 나타난다. 다만 전 후방 44 개의 접촉면을 적용한 경우 대비하여 진폭 감소 시간이 좀 더 빠르게 진행되는 것을 확인할 수 있다.

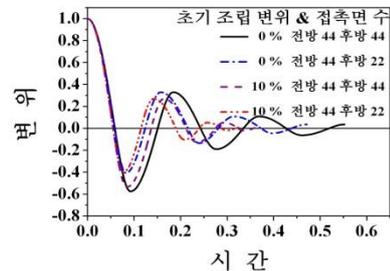


Fig. 6 초기 조립변위와 접촉면수에 따른 변위-시간 곡선

### 4. 결론

본 연구에서는 마찰스프링에 있어 작동 구조상 필수적인 초기 조립 변위와 전 후방에 강성이 다른 마찰스프링을 설치한 경우의 강성 변화를 포함한 마찰스프링의 진동 특성을 유도하였다. 초기 조립 변위를 10% 적용한 경우 3 왕복 행정 후 약 99%의 진폭이 감소되는 것을 확인할 수 있었다. 마찰스프링을 실제 적용하는 경우 후속 작업의 진행 여부를 위해 진동 감소폭뿐만 아니라 진동감소에 소요되는 시간 예측도 중요한 요소로 본 연구를 통해 각 설계변수가 진동특성에 미치는 영향을 분석할 수 있었다.

### 참고문헌

1. K. E. Hill, "Dynamic Energy Absorption Utilising Ring Springs," International Mechanical Engineering Congress Perth Western Australia, 207-212, 1994.
2. Zbigniew Skup, "Theoretical and Experimental Studies of Energy Dissipation in a Model of a Ring Spring," Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 45, 2, 363-377, 2007.
3. A. M. Wahl, "Mechanical Springs," McGRAW-HILL BOOK COMPANY, Second Edition, 204-210, 1963