1996으로 1에서 100까지 만들기 과제 적용에 관한 연구

김 상 룡(대구교육대학교)

초등학교 6학년을 대상으로 6회 총 120분 동안 1996을 활용해서 1에서 100까지 수를 만들게 하는 활동을 한 결과를 제시하고 분석하였다. 이 퍼즐 과제 활동은 아이들의 수학적 사고를 많이 향상시켰으며, 수학적 성향을 강화시켰다. 특히, 이 과제에서 아이들은 협동의 이점을 알게 되었고 수학적 의사소통의 중요성도 경험하는 계기가 되었다. 무엇보다도 지수, 제곱근, 가우스 함수의 아이디어가 먼저 제시되고, 후속학습이 일어났다. 계산기가 어떻게 활용되어야 하는지에 대한 아이디어도 제공했다.

주제어 : 1996 퍼즐 게임, 학생작품 분석, 교사의 역할, 수학적 사고, 수학적 성향

Ⅰ. 들어가며

우리나라에서도 21C 수학교육이 갖는 기본적인 방향은 학습자의 수학학습 능력과 학습 심리를 최대한 고려하여 학생들이 수학을 이해하고 문제를 해결하는 능력과 수학적 성향 및 사고력을 신장시키는데 역점을 두고 실생활의 수학적인 경험으로부터 지식을 구성하도록 하고 있다. 2007 개정 수학교육과정에서는 이에다 특히 수학적 창의성과 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

초등학교 학생들은 공통적으로 놀이와 게임을 좋아한다. 그중에서 퍼즐은 좋은 학습 소재이다. 학생들이 즐겨하는 퍼즐에는 다양한 수학적인 요소가 많이 들어있다. 퍼즐은 학생들의 수학학습에 대한 흥미를 자극시키고, 참여도를 높이게 하며, 오락적 기능을 가지고 있어서 즐겁게 수학 학습에 동참하게 할 수 있는 강력한 도구(박진성, 1998)이다. 수학적인 게임은 학습하고 있는 개념을 분명하게 할 수 있다고 한다(NCTM, 1989).

게임 자체를 즐기는 것도 하나의 수학학습 과정이지만 더 중요한 것은 이러한 수학게임을 하면서 수학적 사고를 탐색하고, 찾아낸 사실들을 기록하고 이야기할 수 있도록 하는 것이다. 따라서 어떤 게임을 하더라도 반성적 사고가 매우 중요하며 수학적 사고의 향상 및 습관을 기르는데 주안점을 두어야 한다는 사실이다. 이러한 맥락에서 기존의 전통놀이나 아이들의 놀이, 퍼즐 등을 통하여 수학적 의구심을 가지고 수학적 활동을 할 수 있는 능력과 자질을 갖추도록 격려해야만 한다.

아이들에게는 과제에 대한 집착력, 다른 사람들의 이야기를 잘 듣고 벤치마킹하는 자세, 새로운 아이디어를 탐구해 보는 것 등은 매우 중요하다. 또한 수학학습을 혼자하기보다는 다른 동료들과 협동하는 것도 매우 좋은 경험임에 틀림없다. 수학적 아이디어가 먼저 소개되고 표기법을 고안해 내는 것도 의미 있는 학습 중에 하나일 것이다.

이러한 방향에 기초하여, 고등학생들을 대상으로 1996 네 개의 숫자를 가지고 학생들이 이미 알고 있는 수학기호를 모두 활용해서 1에서 100까지 수를 만드는 퍼즐 과제를 실행한 것을, 초등학교 6학년 학생들에게 적용하여 그 과정 및 결과를 분석 제시하고자 한다. 이 과제가 비록 고등학생용일지라도 교사가 적절한 역할 수행을 한다면 초등학생들이 협동학습을 통해 과제해결이 가능하리라고 생각한다. 이 퍼즐과제를 해결하는 일련의 과정을 실질적으로 초등 현장에 적용하여 학습자의 수학적 사고의 발달과 수학적 성향을 구체적으로 분석해 보고자 한다. 이 적용을 통해 다른 학생들에게도 적절하게 활용하여 초등학생들의 수학적 사고력을 향상시키는데 조금의 보탬이 되고자 하는데 그 목적이 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 게임의 장·단점

게임의 장점은 정의적인 목표 성취, 긍정적인 전이, 발산적 사고 조장, 자발적 참여, 동기부여, 성취감 제공, 새로운 문제 상황 제공, 그리고 또래 수준의 사고 환경 제공 등을 줄 수 있다. 따라서 게임은 흥미와 재미가 있어 학생들의 학습 동기를 유발하고, 능동적이고 적극적으로 학습에 참여하게 한다. 또한 효과적으로 전략을 계획하게 됨으로써 의미 있는 학습을 유도할 수 있으며, 게임 유형에 따라 개별 또는 집단 활동이 가능하므로 학생을 관찰할 기회를 보다 많이 제공해 준다. 게임은 소집단 협동학습으로 상호작용이 자연스럽게 이루어져 사회성도 발달되므로, 동질집단이나 이질집단 모두에게 유의미하다(차만주, 2001).

이러한 게임의 장점들은 모두 학생들의 자기 주도적 학습력 신장에 직결되는 것이므로, 게임을 잘만 활용하면 지금까지 학교현장에서 크게 강조하고 있는 학생 주도적의 활기찬 학습 환경 조성에 이바지 할 수 있다는 중요한 시사점을 찾을 수 있다.

이러한 게임을 적용할 경우에는 적절한 수학적 아이디어 탐구가 가능하고 도전할 과제로서의 특성을 가진 것이 타당하다. 학생들은 게임을 실제 해 보고, 게임기록을 통해 게임이 내재하는 수학적 사고를 분석해 보고, 새로운 게임 규칙을 만들거나 알게 된 점 등을 글로 써 보는 활동 역시 매우 가치로우며 실행해 볼 만한 것이다.

2. 탐구 조장 과제

학습자들은 단순히 주어진 문제의 해결만으로 자율적인 학습자가 되기는 어렵다. 또한 문제가 만들어지는 구체적인 상황과 그러한 경험이 없는 한 한계성을 갖기 마련이다. 이러한 관점에서 장시간에 걸쳐 끊임없이 반성하고 자기가 만든 내용을 검토하고 반성하고 수학으로 표현하는 활동 등을 종합적으로 다루는 프로젝트를 실행할 필요가 매우 높다.

학생들은 주어진 과제를 자신의 수준에 맞게 접근하고, 문제를 해결 한 후, 해결방법을 소집단의 다른 구성원들과 토의를 통해 해결방법을 정당화하고 다른 구성원들의 문제해결방법

을 배울 기회를 갖는다(신인선, 권점례, 2003).

탐구를 조장하는 과제에 대해 살펴보자. 개방형 문제는 주어진 문제에 대해 해가 여러 가지가 있는 문제를 말하며, 하나의 답을 구하더라도 다른 답이 있으므로 계속해서 문제해결에 참여해야 한다. 또 해를 구하는 방법도 다양하게 존재하기 때문에 학생들은 자신의 수준에 맞는 해결방법을 선택해서 문제 해결을 할 수 있으며, 그 결과 한 교실에서도 수준별 수업이 가능하다.

어떤 특정한 목적치를 만들기 위해서 주어진 조건을 최대한 활용하고, 매우 어려운 상황에서 학습자 자신이 적절한 아이디어를 내어 표현하는 것 역시 매우 중요한 수학학습 중 하나이다. 구체적인 목표를 먼저 세우고, 그것을 달성하기 위해 다양한 전략과 자원을 유효적절하게 활용하는 능력과 관계된다고도 할 수 있다. 다만 숫자인 경우는 조건이 명확하여 더 이상 변하지 않겠지만, 실제 상황에서는 조건이 시시각각 달라 질 수 있으며, 활용하는 사람의 능력에 따라 달라질 수도 있다는 사실이 다르다면 다르다.

이러한 관점에서 1996 네 숫자를 활용한 1에서 100까지 만드는 과제는 아이들에게 탐구를 조장시킬 뿐만 아니라 다양한 수학적 사고, 표현기법, 의사소통, 협동학습의 실제 등을 경험할 수 있는 좋은 과제가 됨을 알 수 있다. 한편 신현용 외 3인(2001)은 1998을 이용하여 고등학교 대상으로 영재교육용 프로그램으로 이를 소개하고 있는데 사용되는 수학적 내용은 지수, 펙토리얼(!), 제곱근, 제곱 등을 활용하여 1에서 100까지 만든 예제를 제시하고 있다.

3. 교사의 역할

게임 또는 퍼즐을 실시 할 때, 교사는 안내자, 중재자, 조력자의 역할을 해야 하고, 허용적이며 수용적인 태도를 지녀야 한다. 모든 학생들을 격려하여 게임에 참가하도록 해야 하고, 소수의 학생이 게임을 독점하는 것을 막아야 하며, 개방적 분위기를 만들어야 한다. 누구나 게임의 규칙을 준수해야 하고 상대의 행동과 의사를 존중해야 함을 주지시켜야 한다. 교사는 학생 상호간의 활동을 격려하고, 학생들의 스스로의 힘으로 해결했다는 희열과 성취감을 갖도록 조력자가 되어 학생들이 게임을 통해 수학을 만들어 가는 경험을 갖게 해야 한다.

본 논문에서 제시하는 과제는 많은 시간을 요구한다. 더군다나 고등학생에게 적용된 과제이었기에 초등학교 6학년 아이들에게는 어려울 수도 있다. 아이들을 신뢰하는 교사의 자세는 무엇보다 중요하다. 나아가 아이들의 작은 생각에도 세심히 배려하여 힌트가 될 수 있도록 해야 한다. 한 반 학생들이 모두 참가하기 위한 룰을 제정할 필요가 있다. 수학을 다소 못하는 학생들부터 기회를 주고, 모르면 자연스럽게 넘어갈 수 있도록 패스(pass)전략도 필요하다. 새로운 아이디어가 나오면 그것을 활용해서 만들지 못한 수를 만들도록 권장해야 한다.

그리고 아이들에게 이 과제를 수행하면서 알게 된 새로운 사실들을 기록하여 적극 활용하도록 해야 함은 물론 이미 만든 수라도 다른 결합이나 수학적 아이디어로 만들었다면 적극 반영할 필요가 있다.

Ⅲ. 연구 대상 및 실시 방법

1996 이 네 수와 사칙연산, 어떤 수학적 기호나 아이디어를 사용하여 1에서 100까지 수를 만들어 내는 프로젝트 학습을 6학년 1개반 35명을 대상으로 실시하였다. 기간은 2009년 12월 첫째 주(월, 수, 금 오전 각각 20분)와 둘째 주(월, 수, 금 오전 각각 20분) 총 6회 120분에 걸쳐 이루어졌으며, 아이들은 활용할 수 있는 모든 자원, 즉 계산기, 가족의 도움, 선배들의 도움 등도 3회째부터 수용되었다. 실제 학교에서 활용은 120분 동안 이루어졌지만, 다수의 학생들은 오랜 기간 동안 이용할 수 있는 모든 자원을 활용하여 이 과제를 해결하기 위해 노력했다.

Ⅳ. 연구실제에 대한 기록

총 6회에 걸쳐 실시한 내용들을 간략하게 기록하여 나타냈으며, 마지막으로 이 과제를 수행한 참가 교사의 느낀 소감을 나타내었다. 또한 이 과제 기간 동안 일어난 에피소드에 대한 평가와 수학적 사실 들에 대한 분석을 하여 나타내었다.

1. 첫 번째 시간 활동 및 특이한 반응의 기록

제일 먼저, 1996으로 1에서 100까지 수 만들기 규칙을 다음과 같이 만들어 아이들에게 숙지하도록 하였다.

규칙1) 1, 9, 9, 6 네 수를 모두 사용한다.
규칙2) 모든 수학적 기호는 어떤 것이라도 사용해도 된다.
규칙3) 발표할 때마다 칭찬스티커를 주겠다.
준비물) 계산기 및 1에서 100까지 만들어진 메모판과 포스트 잇

″선생님 괄호를 사용해도 되나요?“
“규칙 2는 무엇이라고 했지? 모든 수학 기호 어떤 것이라도 사용할 수 있다. 그렇다면 괄호는 수학기호일까?”
“먼저 계산하라는 뜻이니까 되네요.”
“1개만 만들어도 되요?”
“10분 안에 만들 수 있는 만큼 만들어보세요. 그리고 앞에 발표한 사람과 똑같은 해결방법은 제외하고 발표하겠습니다.”

잠시 아이들은 계산을 하더니 여기저기서 발표하고 싶은 표정을 지었다. 그렇지만 기회는 한 번 뿐, 한사람에 1가지 방법만 발표하게 했다. 모든 학생들을 대상으로 10분 동안 만들

수 있는 만큼 만들어 보도록 하였다. 10분이 흐른 뒤, 우리 반에서 가장 발표를 잘 하지 않는 김00부터 발표를 시켰다. 제일 먼저 발표한 학생은 네 수를 모두 더하여 '25=1+9+9+6'부터 시작되었다.

발표의 결과를 살펴보면, 아이들은 모두 4칙 연산을 사용해서 해결했고, 중괄호, 소괄호를 사용하는 학생들도 있었다. 여기서 특이한 점은 계산기(일반계산기)를 함께 사용하면서 사칙연산의 계산순서를 교정해나가는 모습을 볼 수 있었다.

계산기를 사용한 경우에 있어서 특이한 반응을 하나 소개하면, '계산기 버튼을 아래와 같은 순서(9-6* 9+1)로 누르면 28이 된다. 그래서 28을 만드는 방법으로 "9-6* 9+1" 이라고 칠판에 쓰자, 몇몇의 아이들은 계산기로 계산하기 시작했고 몇몇의 아이들은 연필로 계산했다.' 하지만 이 식이 문제로 주어진다면 음수가 먼저 나오고 -44가 된다.

결국 계산기를 사용하는 경우에 있어 수식 표현을 적합하게 지도할 필요가 있다. 이 문제와 같은 혼합산 계산에서는 계산순서를 잘 적용하기 위해 적절하게 괄호( )를 사용해야 한다는 사실을 다시 한번 점검하게 되었다.

" 답이 이상해요", "틀렸어요." ...
" 아니야 맞는데 28이 맞아"
" 9-6은 3이고 3에 9를 곱하면 27, 거기에 1을 더하면 28, 맞잖아." 언성을 높였다.
" 아니, 곱하기를 먼저 해야지."
계산기를 집어든 아이 중에서 "~아" 하는 소리가 나왔다.

"앞에 괄호를 하면 되는데..."
"여러분 공책을 보고 수정해야할 부분이 있으면 수정 하세요"
이에 지적받은 학생은 (9-6)*9+1로 다시 수정하여 나타내었다.

모든 학생에게 1번씩 기회가 돌아갔고, 35개의 수를 일단 완성하였다. 10분의 시간이 금방 흘렀다. 발표 순서를 정하되 평소 수학에 자신이 없는 학생부터 시작해서 1개씩만 발표하는 것이 적절하다고 여겨진다.

2. 둘째 시간의 활동 및 특이한 반응의 기록

첫째 날 수업을 하고 난 후 밤에 문자가 몇 통이나 온 걸 확인했다.

선생님, 1, 9, 9, 6으로 두 자리 수를 만들어 해결해도 되요?

'그것도 방법이다'는 답의 문자를 보냈다.

아침에 교실에 들어서자 문자를 보냈던 아이는 언제 발표 하냐고 졸졸 따라다녔다.
수업이 시작하고, "91+9-6= 94" 발표하자.

" 아~ 그렇게 해도 되요?" " 문제될 것 있나요?

여기저기서 손을 들고 발표를 했다. 비슷한 종류의 조합으로 많은 수가 해결되었고, 이미 만든 수지만 수 조합 중 분수를 이용($\frac{6}{9} \div \frac{1}{9}$)하는 학생도 한명 있었다.

"내일부터는 만일 pass인 경우 다른 방법으로 이미 만든 수를 만드는 것도 허용하겠다."

이날 pass한 학생이 8명, 27개가 완성되었다. 모두 62개의 수가 완성되었다.

3. 셋째 시간의 활동 및 특이한 반응의 기록

두 번째 수업을 하고 나서 이틀 동안은 잠시 소강상태였다.

"자기가 알고 있는 것을 최대한 이용해도 됩니다." 라고 말하자

"중학교 내용도 되나요?"

"설명할 수 있으면 가능합니다."

정00은 반색하며 이렇게 이야기 하였다. "100은 99에다 1을 6번 곱하여 더하면 된다." 즉 이 아이는 구두로 100을 완성한 것이다. 이러자 이00이 자기는 55를 이렇게 조사하였다면서 칠판에 나와서 다음과 같이 썼다.

$6\times9+1^9=55$

아이들은 여기저기서 '저게 뭐야'라는 반응을 보였고, 몇몇 선수학습을 한 아이들은 '아~' 라는 소리가 나왔다.

"이00야, 설명해볼래?"

"1^9은 1을 아홉 번 곱한다는 뜻이야 $1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1=1^9$, 1의 9승이라고 말해"

"이런 원리, 어디서 본 것 같지 않나요?" 되묻자

"곱셈도 같은 방법이에요."

"$2\times5=2+2+2+2+2$처럼 2를 다섯 번 더하는 것 줄여서 표현하니까요?"

지수의 법칙으로 인해 55, 54(이미 만든 것), 81, 82 등이 해결되었고, 수의 결합과 지수법칙을 결합하여 70, 95, 98, 99. 100 등이 해결되었다.

"이번 시간을 통해 알게 된 사실 중에 또 다른 발견 있나요?"

"1^9이나 1^6이나 값이 같아요."

"1을 여러 번 곱해도 1이니까"

"선생님 또 해결했어요. $69-1^9=68$"

아이들은 앞 시간에 했던 숫자 2개를 결합해서 두 자리 수를 만든 것과 지수를 함께 이용

하는 모습도 보였다. 이렇게 지수를 활용해 해결한 수는 17개가 되었다.

4. 넷째 시간의 활동 및 특이한 반응의 기록

여전히 풀리지 않았던 숫자 중에서 33을 계산기를 이용하여 해결한 아이가 있었다. 우연하게 9를 치고 $\sqrt{\ }$ 키를 누르자 3이 나왔다고 했다. 그래서 아이들은 이제 1, 9, 3, 6을 이용하여 문제를 해결하되 $\sqrt{9}$를 3으로 바꾸기만 하면 된다고들 말하였다.

$$\sqrt{9}\times9+6\times1=33$$

여기저기서 질문이 쏟아졌다.
“젤 앞에 저거 뭐야?”
“루트 9라는 건데 3×3=9, 저번 시간에 배운 대로 하면 3^2이 9잖아. 루트를 표시하면 어떤 수를 두 번 곱했느냐를 알 수 있는 거야.”
“무슨 말인지 모르겠어.”
“무슨 숫자를 제곱했는지 알 수 있는 거야. $\sqrt{4}$=2 고 $\sqrt{16}$=4, $\sqrt{25}$=5 이런 거야”

“ 그런데 어떻게 읽어?”
“ 루트9라고 읽었어요.”
“ 루트가 무슨 뜻인가요?”
“ 모르겠어요.”
칠판에 철자로 적어주니까 'root(뿌리)'라고 말했다.
“ 계산기에서 저 표시 봤는데...”

몇몇의 아이들이 계산기를 보면서 제곱근 표시를 찾기 시작했다. 아이들에게 계산기를 사용해서 앞에 있는 숫자를 계산해보게 했다.
신기해하며 두드려 보다가
“ $\sqrt{2}$ 는 소수로 계속 나와요”
“ $\sqrt{3}$ 도 그래요.”
“ 왜 그럴까요? ”
“ 딱 맞는 숫자가 없어서요.”
“ 딱 맞는 숫자가 무슨 뜻인가요?”
“ 딱 떨어지는 수요”

32, 42, 48, 49 등 많은 수가 해결되었다. 계산기를 함께 책상위에 두었기 때문에 자유롭게

계산기를 사용하다보니, $\sqrt{961}$+9= 40같은 경우도 해결되었다.

이 문제에서 $\sqrt{9}$가 3이니까 결국 1, 9, 3, 1 네 수를 사용하여 나머지 만들어야 하는 수에 적용시키면 된다고 한 학생도 있었다. 즉 이미 익숙하게 알고 있는 지식을 연결하여 실제 활용한다는 점도 알 수 있었다. 유사하게 $\sqrt{16}$ =4이며, 이를 활용하며 $85=9\times9+\sqrt{16}$, 으로 9, 9, 4 세 수로 만들 수 있는 경우가 된다. 또한 계산기를 활용하여 $\sqrt{961}$=31임도 알아내었다. 이제 29, 41, 47, 91 4개의 숫자만 남게 되었다.

5. 다섯째 시간의 활동 및 특이한 반응의 기록

4개를 남겨두고 좀처럼 답이 나오지 않았다. 91인 경우 91만 사용하고 나머지는 버리면 되지 않느냐고 하자, 그 중에 한명이 반올림, 버림, 올림이라는 말을 사용하면 안 되냐고 했다. 그래서 91을 쓰고 나머지는 소수로 만들어 1보다 작으니까 버리면 된다고 주장했다. 이 아이디어는 어떤 자연수를 넘지 않는 최대 정수 즉 가우스 함수의 근본개념이다. 이래서 가우스 함수가 도입되었다. 즉 [91.96] 또는 91+[6/9]로 91을 만들면 된다. 어떤 아니는 그러면 '92=91+[9/6]' 이렇게 하면 된다고 즉각적으로 이야기하였다.

어떤 아이가 자신 있게 말한다. "$\sqrt{6}$을 계산기로 하면 2보다 크고 3보다 작은 수가 나오는데 소수점 이하를 버리고 결과 2만 사용하면 47을 만들 수 있다"고 했다.

즉, ($\sqrt{6}$ 계산 중 소수점 이하는 사용 않음)×19+9=47임을 확인할 수 있었다.

교사는 가우스 기호를 칠판에 쓰고 그 의미를 아이들에게 가르쳐 주었다. [ ]는 그 수를 넘지 않는 최대 자연수를 말한다고.. [2.999]=2, [2.1]=2, [3.00001]=3의 예를 들어서 말이다.

91과 47은 위와 같이 하여 해결되었다. 41은 황00이 이 수들을 적절하게 변형시켜 계산기의 $\sqrt{\ }$ 키를 이용하여 찾아낸 결과가 $\sqrt{1699}$ =41.2189... 따라서 [$\sqrt{1699}$]=41이다. 마지막 수는 29로 지수, 제곱근, 가우스 함수 모든 아이디어들, $29=9^1\times\sqrt{9}+[\sqrt{6}]$와 같이 이 모든 아이디어들을 종합하여 마침내 해결되었다. 모든 것이 끝났다. 이 한 문제로 아이들은 다양한 해결방법, 아이디어 탐구, 종합적 능력 등이 배가되었다는 생각이 든다.

6. 여섯째 시간의 활동 및 특이한 반응의 기록

지난 다섯 째 시간에 4개의 숫자를 남기고 한 아이가 질문을 했다.

"삼각형의 넓이를 구하라. 이렇게 써도 되나요?"

"왜 그런 생각을 했니?"

"÷2가 들어가니까요, 예를 들어 밑면의 길이가 (19-9)cm이고, 높이가 6cm인 삼각형의 넓이를 구하라고 하면요. 그러면 30을 만들 수 있어요."

그래서 마지막시간에는 1, 9, 9, 6이 들어가는 문장제 문제 및 이 과제를 통해 알게 된 특정한 사실들에 대한 글을 써 보기로 했다. 아이들이 알게 된 사실들은 “1만 만들어지면 연속하는 세 자리 수를 만들 수 있다. +, −, × 연산자를 사용하면 된다. 그 예들로는 (100, 99, 98) (11, 12, 13) (17, 18, 19) (26, 27, 28) (80, 81, 82) 등 5개가 실제 사용되었다.” “ 친구들과 함께 하니 참 재미있고 다른 사람의 도움을 얻을 수 있어 좋았다. 그리고 다른 아이들의 이야기를 잘 들어야 해결하지 못한 수를 잘 만들 수 있다” 는 등이다.

아이들이 만든 문제 유형을 살펴보면 단순한 사칙연산 문제가 가장 많았고, 경우의 수를 묻는 문제, 부피나 도형의 넓이를 구하는 문제가 있었다.

7. 교사의 자기 평가 사항

이 시간을 통해서 먼저 교사의 변화는 다음과 같이 3가지로 요약하여 나타낼 수 있다.

첫째, 학생들에게 시간적 여유를 줄 수 있는 계기가 되었다. 문제를 주고 바로 바로 단위시간 안에 해결하도록 강요한 경우가 많았는데, 당초 ‘어디까지 가능할까?’라는 열린 목표 때문인지, 아이들이 문제해결을 실행해 나가는 과정을 즐겁게 관찰 할 수 있었다.

둘째, 계산기 활용법에서, 자신의 알고리즘을 확인하거나, 새로운 개념을($\sqrt{\ }$, 제곱) 얻는데 도움이 되었다. 계산기 사용 시 부정적 시각에서, 적절하게 계산기를 잘 활용하게 된다면 수학적 아이디어와 사고를 향상시키는데 도움을 줄 수 있다는 것을 경험할 수 있었다.

셋째, 흥미의 유지가 문제 해결의 관건이었는데, 쉽게 풀리는 부분도 있었고, 요것만 해결되면 풀릴 것 같은 문제가 함께 있어 계속 도전하는 원동력이 된 것 같다.

학생들의 변화를 살펴보면 무엇보다도 이 단순해 보이는 문제를 통해 우리 반 35명이 한가지 이상의 해결책은 모두 제시했다는 것이다. 그리고 변화 중 특이할 만 한 점은 이 과정중에서 남의 이야기, 즉 다른 사람의 해결방법을 들어야 나의 해결전략과 어떤 차이점이 있는지, 어떤 힌트를 얻을 수 있는지 알게 되도록 진행되었기 때문에 듣기 태도가 많이 좋아진 것이 변화의 큰 부분이 되었다.

8. 학생들의 과제에 분석 및 논의

학생들이 이 과제 해결과정을 대체적으로 요약하면 다음과 같다. 전체 학생 35명이 참가, 평소 수학에 관심이 적거나 실력이 낮은 학생부터 발표하도록 해서, 본인 차례에 더 이상할 수 없으면 ‘통과’ 사인을 사용하여 소외되지 않고 선택할 수 있도록 하였다. 그러나 ‘통과’를 외쳤더라도 다른 수를 만들었다면 중간에도 제시할 수 있도록 배려하였다.

학생들은 자신이 만든 수가 있고 차례가 되지 않았을 경우엔, 다른 학생이 이 수를 먼저 말하면 안 되는데....라고 생각하며 조마조마하게 긴장하며 기다리는 학생들의 모습에서 적극적 참여를 관찰 할 수 있었다. 해결될 듯 말 듯 할 경우, 수학 학습에 적극적으로 참여한다는 사실도 이 활동을 통해 알 수 있었다. 그리고 다른 학생이 제시한 것과 자신의 식을 비

교 검토하고 계산결과가 맞는지 즉각적인 검토과정도 당연히 있었다.

셋째 시간부터는 이미 다른 학생들이 만든 수라도, 다른 연산이나 식, 또는 아이디어로 만든 수는 post-it을 활용하여, 전체 1에서 100표에 붙이도록 권장하였다. 이러한 경험은 답이 하나만 주어지는 것이 아니라 매우 다양한 표현으로 수를 만들 수 있다는 것을 알 수 있는 기회가 되었다는 점이다.

계산기는 학습의 좋은 소재를 마련할 수 있었다. 계산기 이용 방법을 먼저 지도되어야 한다고 평소 믿었지만, 아이들은 계산기를 가지고 놀다가 기능키를 적절하게 활용하여 문제를 해결할 수 있을 뿐만 아니라 수학 기호 표기에 대한 아이디어도 얻을 수 있다고 여겨진다.

부록에 제시된 아이들의 해결한 것을 분류해 보면, 4가지 숫자를 단독으로 사용하고 괄호 ( )와 사칙연산 기호만 사용하여서 42개의 수를, 91과 같은 두 자리 수로 나누어서 22개, 지수를 사용하여 해결한 경우가 17개, 제곱근을 활용한 경우가 15개, 나머지 4개의 수(29. 41, 47, 91)는 또 다른 아이디어인 가우스 기호를 이용하여 해결하였다.

이 상황을 구체적으로 알아보자면, 초기 단계에서는 두 수를 적절히 활용한 전개 방식으로 50사례를 볼 수 있으며, ( )를 적절히 활용한 경우가 15사례, 1의 거듭제곱을 활용한 지수인 경우가 (1^{69}, 1^{9}, 1^{6}) 17사례, 제곱근을 활용한 경우로 $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{961}$ 을 직접 활용하여 15사례, 지수와 제곱근을 혼합하여 사용한 경우($\sqrt{9}\times 9-6^{1} = 21$), 버림의 내용으로서 [ ]를 함께 사용한 경우(91을 만들게 된 것은 주어져 있는 91을 사용하고 나머지 두 수를 나누면 1미만이면 버리고 생각하면 안 될까요? 또는 91 + [6/9] 가우스 함수를 이용) 또는 계산기를 활용한 41([$\sqrt{1699}$] : 제곱근과 가우스 함수의 동시 사용), 모든 경우를 다 종합한 마지막 수인 29($9^{1}\times\sqrt{9}$+[$\sqrt{6}$])로 나누어 생각해 볼 수 있다.

수학적 의사소통과 관련되는 사항으로는 아이디어나 상황에 적합한 언어표현을 먼저 하고, 그 기호를 물어보는 경우(지수, [x]: 가우스 함수, 제곱근($\sqrt{\ }$)에서 도입을 어떻게 해야 하는지에 대한 생각도 하게 한다. 수학에서 기호의 도입과 그 표현은 매우 중요하다. 무엇보다 아이디어가 먼저 제시되고 그 기호 표기법이 추후에 도입하는 것이 좋을 경우가 매우 많다. 이 과제 진행과정에서 그 예를 찾아 살펴보면, 먼저 1996을 이용하여 100을 만든 경우이다. 아직까지 지수를 배우지 않은 학생들에게 매우 어려운 문제해결과정이다. 그러나 '99에다 1을 6번 곱해서 더하면 된다.'는 말로 미루어 볼 때, 지수를 같은 수를 반복해서 곱하면서 그 곱한 횟수를 적절하게 나타내면 된다는 사실이다. 덧셈을 반복되는 것을 간단하게 곱셈으로 나타낸 것에서 힌트를 얻어, 여러 번 반복되는 곱셈의 표현도 있으면 좋겠다는 아이디어가 나온다. 다음으로 계산기를 활용하여 그 아이디어를 찾아 기호로 나타낸 경우로는 9 또는 16을 먼저 누르고 $\sqrt{\ }$ 키를 누르니까 3 또는 4가 된 경우이다. 이러한 경우 3과 9의 관계와 4와 16의 관계에서 같은 수를 2번 곱해서 나온 수니까 제곱수, 제곱근의 관계를 $\sqrt{9}$ 또는 $\sqrt{16}$ 으로 나타낸 경우이다. 이는 계산기 활용방법을 먼저 가르치지 않더라도 좋은 수학 아이디어 탐구의 소재로의 활용 가능성을 보여준다 할 것이다. 91의 경우는 이렇게 해결되었다. 91만 사용하고 나머지는 사용하지 않을 수만 있다면 해결된다는 생각에서 91.69에서 1미만인 0.69를 버리면 된다고 발표하자, [91.69]=91이 되었다. 이로서 가우스 함수 {[x]; x를 넘지 않는 최대 정수}까지도 만들어 도입되었다는 사실에 근거할 때 매우 고무적

이다.

이 과제는 협동학습의 전형적인 모형으로 활용될 수 있다. 혼자서는 해결할 가능성이 매우 낮다. 왜냐하면 많은 경우의 수를 고려해야 하고, 과제 해결 자체에 몰입되다 보면 새로운 아이디어는 나오지 않고 다람쥐 체바퀴 돌듯 하기 때문이다. 이러한 문제는 성인도 끝까지 해결하기는 매우 어렵다. 초등학교 6학년 아이들이 1에서 100까지 수를 모두 완성한다는 생각은 하지 않았다. 하지만 이 과제해결을 통해, 교사가 학습자의 능력을 얼마나 믿고 신뢰하고 기다림의 여유를 갖느냐에 따라 학습의 성패가 달려 있다는 점에 대해 깊은 생각을 하게 된다. 이용가능한 모든 자원들, 특히 가정과 연계한 학습이 가능하며, 어떤 자원이나 도움이든지 적극적으로 활용할 수 있다는 사실이다.

수학학습에서 끈기는 매우 중요하다. 해결 할 문제가 있을 경우 다양한 방법으로 접근하고, 자신이 알고 있는 다양한 수학적 사실들을 결합하여 생성하는 등의 구체적 행위가 요구된다. 이 과제는 이러한 과정의 힘과 그 관련성을 보여주는 좋은 사례이다. 방과 후에도 아이들이 전화로 묻거나 연락 하는 등, 왜 수학시간을 빨리 만들지 않느냐 등의 아이들의 얘기에서도 이러한 점을 찾아 볼 수 있다. 아이들은 알고리듬에 얽매이지 않는 학교 성적이 중간 정도인 학생에게 가장 적극적인 성향이 나타난 것도 의미 있는 결과이다. 그래서 자율적 학습이 매우 중요하다.

Ⅴ. 결론 및 제언

앞으로 수학교육은 학생들을 논리적인 사고력과 창의력이 풍부한 수학적인 힘을 가진 인간으로 기르는 데 있으며, 학생들이 수학학습에 흥미가 있어야 하고, 문제해결에 자신감을 갖도록 해야 한다. 아이들이 자율적 학습자가 되고 반성적 사고를 생활화하며, 인내력을 가지고 다양한 상황에서 수학적 사고를 함양해야 하고, 교사는 이를 적극 학습에서 일어나도록 해야 한다.

게임의 교육적 가치와 수학 교육의 새로운 방향을 비추어 볼 때, 게임의 적용은 학생들에게 수학적 경험을 줄 수 있는 가장 적절한 도구이다. 게임 학습을 통해 학생들의 수학적 인식이 변화되고 발전되어 수학의 매력에 아동들이 흠뻑 젖어 들 수 있도록 한다면, 수학이란 교과가 재미없고 지루하고 어려운 과목이 아니라 흥미 있고 도전적이며 다양한 사고를 하게 하는 교과로 인식될 것이다.

1996을 활용해서 1에서 100까지 만든 이 활동은 아이들의 수학적 사고를 많이 향상시켰으며, 수학적 성향을 강화시켰다. 특히, 이 과제에서 아이들은 협동의 이점을 알게 되었고 수학적 의사소통의 중요성도 경험하는 계기가 되었다. 무엇보다도 지수, 제곱근, 가우스 함수의 아이디어가 먼저 제시되고, 후속학습이 일어났다. 계산기가 어떻게 활용되어야 하는지에 대한 아이디어도 제공했다.

이 과제는 1996을 사용했지만. 1997, 1998, 1999 모두 1에서 100까지 만들 수 있다. 1996을 해결한 것을 토대로 재점검하고 다른 수들로 만드는 활동과 어떤 관계에 있는지 탐구하는 방향에서 활용 할 수 있다. 또한 이 과제는 이미 만들어진 수에도 다른 수식이나 아이디어로 표현하도록 장려한다면 다양한 응용문제의 장으로 훌륭히 다루어질 수 있다.

참고문헌

NCTM(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic.* Rest on. Va: The National Council of Teachers of Mathematics

박진성(1998). “게임을 활용한 수학과 교수-학습의 실제”, 제22회 초등수학과 교육 세미나, 한국초등수학교육연구회, pp.243-258.

신인선, 권점례. 제 7차 수학교육과정에 따른 수학과 문제 중심 학습 자료 개발 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A, (2003) 369-286

신현용·김원경·신인선·한인기(2001). “영재교육에서 창의성 신장을 위한 수하 수업모형. 청람수학교육, 9집, p673-706.

차만주(2001). 게임학습 프로그램의 적용이 수학적 성향에 미치는 영향, 대구교육대학교 석사학위 논문

< 부록 > 아이들이 만든 1에서 100까지 사례

1	(9-9)×6+1	21	$\sqrt{9}\times9-6^{1}$	41	[$\sqrt{1699}$]	61	69+1-9	81	$9\times9\times1^{6}$
2	(9+9)÷6-1	22	91-69	42	($\sqrt{9}$+1)×9+6	62	6×9+9-1	82	$9\times9+1^{6}$
3	1×(9+9)÷6	23	9-1+6+9	43	61-9-9	63	1×9+6×9	83	99-16
4	(9+9)÷6+1	24	9×1+6+9	44	6×9-9-1	64	1+9+(9×6)	84	(1+9)×9-6
5	9-9+6-1	25	9+1+6+9	45	(9×6)-(1×9)	65	9×9-16	85	9×9+ $\sqrt{16}$
6	1×6+9-9	26	(9-6)×9-1	46	(9×6)-9+1	66	(9-1)×9-6	86	9×9-1+6
7	1+6+9-9	27	(9-6)×9×1	47	[$\sqrt{6}$]×19+9	67	69- $\sqrt{9}$+1	87	1×9×9+6
8	9÷9+1+6	28	(9-6)×9+1	48	9×16÷ $\sqrt{9}$	68	$69-1^{9}$	88	1+9×9+6
9	9×1^{69}	29	$9^{1}\times\sqrt{9}$+ [$\sqrt{6}$]	49	61-9- $\sqrt{9}$	69	9+{6×(1+9)}	89	91-6÷ $\sqrt{9}$
10	$9+1^{69}$	30	(9-6)×(1+9)	50	69-19	70	$69+1^{9}$	90	(9+9)×(6-1)
11	9+9-6-1	31	96÷ $\sqrt{9}$-1	51	(9+1)×6-9	71	($\sqrt{9}$+9)×6-1	91	91 + [6/9]
12	9+9-6×1	32	$\sqrt{9}$×9+6-1	52	9×6- $\sqrt{9}$-1	72	(1+6)×9+9	92	99-(6+1)
13	9+9-6+1	33	$\sqrt{9}$×9+6×1	53	$6\times9-1^{9}$	73	9×6+19	93	99-(6×1)
14	$9+6-1^{9}$	34	19+6+9	54	(1+6)×9-9	74	(9×9)-(1+6)	94	91+9-6
15	(1+9)×9÷6	35	9×6-19	55	$6\times9+1^{9}$	75	1×9×9-6	95	$96-1^{9}$
16	19-9+6	36	(6-1)×9-9	56	9×6+ $\sqrt{9}$-1	76	9×9-6+1	96	(1+9)×9+6
17	$9+9-1^{6}$	37	91-6×9	57	(9-6)×19	77	96-19	97	9×9+16
18	$9+9\times1^{6}$	38	99-61	58	9×6+ $\sqrt{9}$+1	78	(9-1)×9+6	98	$99-1^{6}$
19	$9+9+1^{6}$	39	(9-1)×6-9	59	69-9-1	79	61+9+9	99	99×1^{6}
20	9×9-61	40	$\sqrt{961}$ +9	60	(19-9)×6	80	$9\times9-1^{6}$	100	$99+1^{6}$

그 외 특이한 반응들 : 100 = [$\sqrt{6}$] + 99 -1 [99.6]+1, 97 = [96.9] +1 ,
96 = [96.9] ×1 , [96.19] ; 73 = [$\sqrt{69}$]×9+1 ; 64 = [$\sqrt{19}$] × 16