역해석기법에 의한 기존의 p-y곡선 적용성에 관한 고찰 Research on the Applicability of Conventional p-y curve for Lateral Behavior of Pile Foundation based on Inverse Analysis

김현욱¹⁾, Hyun-Uk Kim, 고재신²⁾, Jae-Sin Goh, 김남호³⁾, Nam-Ho Kim, 김연정⁴⁾, Yeon-Jung Kim

¹⁾ 유신코퍼레이션 지반공학부 사원, Staff, Dept. of Geotechnical Engineering, Yooshin Corporation

²⁾ 유신코퍼레이션 지반공학부 부장, General Manager, Dept. of Geotechnical Engineering, Yooshin Corporation

- ³⁾ 유신코퍼레이션 지반공학부 전무, Executive Managing Director, Dept. of Geotechnical Engineering, Yooshin Corporation
- ⁴⁾ 유신코퍼레이션 지반공학부 전무, Executive Managing Director, Dept. of Geotechnical Engineering, Yooshin Corporation

SYNOPSIS : BNWF(Beam on Nonlinear Winkler Foundation) method has long been adopted for lateral behavior analysis of pile foundation and widely recognized for its simplicity and accuracy up until now. However, due to lateral load tests which were done in limited conditions and theory-based input Parameter estimation, the applicibility of p-y curve has not been fully examined. Accordingly, we researched on the applicability of conventional input parameter estimation and the p-y curve to be determined by the estimation through inverse analysis based on lateral load tests.

Keywords : lateral load test, inverse analysis, B.N.W.F analysis, p-y curve, single pile

1. 서 론

말뚝기초의 수평거동 해석법방법중 B.N.W.F(Beam on Non-linear Winkler Foundation) 방법 또는 p-y 곡선법으로 불리는 비선형 지반반력법은 지반의 비선형적 거동을 고려할 수 있다는 점에서 널리 이용되 고 있다. p-y 곡선법에서 말뚝은 탄성의 보-기둥으로, 지반은 비선형 p-y 곡선으로 모사된다. 비선형 p-y 곡선은 지금까지 여러 연구자들에 의해 다양하게 제시된바 있으나 반경험적 모델이기 때문에 정하중 및 동하중과 같은 하중조건, 항타 또는 매입과 같은 설치조건에 따라 달라질 수 있다. 특히 동일 분류상의 지반이라 할지라도 유효입경과 같은 흙자체의 특성이 달라질 경우 이를 반영할 수 없다는 단점이 있 다. 이에 현재까지 국내 및 국외에서 모래 및 점토지반의 모델로 가장 많이 이용 되어온 API sand (O'Neill & Murchinson, 1983)모델과 Soft Clay(Matlock, 1970)모델에 대해 현장재하시험결과와 비교하 여 그 적용타당성을 고려해 보고자 한다.

2. 기존의 p-y곡선

2.1 모래의 p-y곡선

O'neill과 Murchinson(1983)은 Reese(1974)등의 p-y곡선이 갖는 복잡함과 불확실성을 개선하여 탄젠트 쌍곡선함수로 정의되는 단순한 형태의 p-y 곡선을 제안한바 있다. 현재 미국석유협회(A.P.I)의 추천 p-y

곡선으로 이용되는 O'neill & Murchinson의 p-y곡선은 단위 폭당 극한 저항력을 식 (1)과 식 (2)로부터 산정한다.

$$p_{us} = (C_1 z + C_2 b)\gamma' z \tag{1}$$

$$p_{ud} = C_3 \, b\gamma z \tag{2}$$

$$p = Ap_u \tanh\left(\frac{k_{py}H}{Ap_u}y\right) \tag{3}$$

여기서, z는 지표면 아래 깊이, b는 말뚝직경, γ'은 유효 단위중량이고 $C_{1,}C_{2,}C_{3}$ 는 내부마찰각(φ)에 의해 결정되는 극한저항 계수값으로 그림 1.(b)로 부터 결정된다. 식 (1)은 수동 쐐기파괴이론에 의해 식 (2)는 지중에서의 횡방향 흐름파괴이론에 의해 정의되었으며 각 깊이에서의 극한저항값은 식 (1)과 식 (2)의 값이 같아지는 한계깊이를 기준으로 상부는 식 (1)에 의해 하부는 식 (2)에 의해 결정된다. 식 (3)으로 정의되는 p-y 곡선함수에서 A는 하중조건에 따라 달라지는 보정상수로 정하중에 대해서는 $A = 3-0.8\frac{x}{B} \ge 0.9$ 의 관계를 갖는다. k_{py} 는 지반반력상수 (n_{h}) 로써 초기지반반력계수×말뚝직경의 깊이에 따른 증가율 $(k_{h}D/z)$ 이며 내부마찰각(φ) 또는 상대밀도 (D_{r}) 에 따라 아래의 그림 1.(a)와 같이 결정된다.



2.2 점토의 p-y곡선

Matlock(1970)은 정하중 작용시 자유수가 존재하는 연약점토지반에 대해 비배수전단강도(c), 유효단위 중량(γ') 및 최대축차응력 50% 해당 변형률(ε₅₀)을 입력변수로 하는 식 (4)의 p-y곡선을 제안하였다. ε₅₀은 삼축시험결과를 적용하는 것을 원칙으로 하나 삼축시험결과가 없을 경우 단단한점토 0.005, 중간정도의 점토 0.01, 연약점토는 0.02의 제안치를 적용하며 y₅₀은 ε₅₀에 의해 식 (5)와 같이 결정된다. 단위길이당 극 한지반반력은 식 (6)과 식 (7)중 작은값을 적용하며 입력변수 J값은 실험을 통해 결정되는 매개변수로서 Matlock은 연약점토에 대해 0.5를 제안하고 있다.

$$\frac{p}{p_u} = 0.5 \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4}$$

$$y_{50} = 2.5 \epsilon_{50} b \tag{5}$$

$$p_u = \left[3 + \frac{\gamma'}{c} + \frac{J}{b}z\right]cb \tag{6}$$

$$p_u = 9 c b \tag{7}$$

3. 현장재하시험 결과분석

3.1 모래지반에서의 재하시험 결과분석

3.1.1 지층 및 시험말뚝조건

모래지반에서의 수평재하시험결과 분석을 위해 Ashford 와 Rollins(2002)가 San Francisco Bay의 Treasure Island에서 수행한 외말뚝 및 군말뚝재하시험 연구결과를 인용하였다. 시험이 수행된 지반조건 은 그림 2와 같다. 외말뚝 시험시 지하수위는 지표면으로부터 0.5m였으나 군말뚝 시험시 우천으로 인하 여 지표면까지 상승하였기 때문에 외말뚝 시험결과 분석에 대해서는 지하수위 조건을 지표면으로부터 0.5m로 적용하였다.



그림 2. Treasure Island 수평재하시험 지반조건(Ashford & Rollins, 2002)

지반조건 및 강도정수를 결정하기 위해 표준관입시험 및 콘 관입시험 결과를 이용하였다. 상대밀도는 상재압보정을 거친 표준관입시험 결과치 $(N_1)_{60}$ 와 정규화 콘관입저항치 (q_{c_1}) 를 이용하여 Kulhawy and Mayne (1990)의 제안식으로 산정하였으며 내부마찰각은 산정된 상대밀도의 적용타당성을 평가한 후 A.P.I 의 제안식으로 결정하였다. 그림 2에서와 같이 표준관입시험치와 콘관입저항치에 의해 산정된 상대밀도 결과는 잘 일치하였다. 표 1. 상대밀도 (D_r) 와 내부마찰각 (ϕ) 추정

상대	밀도(<i>D_r</i>) 추정	내	비고	
Kulhawy &	$D_r = [(q_{c1}/P_a)/305]^{0.5}$	A D I(1097)	$4 - 16D^2 + 0.17D + 284$	D – דו] קוסף
Mayne(1990)	$D_r = [\left(N_1\right)_{60}/40]^{0.5}$	A.F.I(1907)	$\phi - 10D_r + 0.11D_r + 20.4$	

재하시험에 이용된 말뚝은 직경 0.324m, 두께 9.5mm의 개단 강관말뚝으로 약 11.5m깊이까지 항타시공 되었으며 강관말뚝의 탄성계수는 2.0×10⁸kPa, 단면이차모멘트(I)는 스트레인 게이지보호를 위해 부착된 앵글에 의해 원 단면값보다 조금 더 큰 1.43×10⁻⁴m⁴ 였다.

3.1.2 재하시험 요약

재하시험은 변위제어방식으로 수행되었으며 최대변위 38mm까지 지표면 상부 0.69m에서 약 9mm/s의 속도로 재하(Loading) 및 제하(Unloading)되었으며 모멘트값 측정을 통한 p-y곡선 분석 및 p승수 (p-multiplier) 산정을 위해 깊이별 18개소에 스트레인게이지를 부착하였다.

3.1.3 B.N.W.F방법에 의한 해석

기존 p-y곡선의 적용성을 평가하기 위하여 본 재하시험과 동일한 조건으로 L-pile 해석을 수행하였 다. L-pile 프로그램은 비선형 p-y 곡선으로 구성된 지반에 하중조건, 말뚝머리와 선단에서의 경계조건 을 이용하여 유한차분해석법으로 외말뚝의 수평변위 및 부재력을 계산하는 프로그램이다. 해석에 적용 된 지반조건은 표 2와 같다.

순 번	USCS	층후(m)	$\gamma'(kN/m^3)$	c(kN/m ²)	$\phi(\degree)$	k_{py} (kN/m ³)	ϵ_{50}	비고
1	СD	0.5	19.5	-	33	24,400	_	
	- 31	1.0	10.3	_	33	15,400	_	
	1.1	10.3	_	33	15,400	_	ADI Sond	
2	SP-SM	2.1	10.3	-	32	13,600	-	AFI Salid
		0.9	10.3	_	30	10,800	_	
3	SM	1.9	10.3	-	30	10,800	-	
4	CL	1.7	9.5	19.2	_	-	0.01	Soft Clay
5	SP	심도이하	10.3	-	30	10,800	-	API Sand

표 2. L-pile 해석 입력지반 조건

※ 지하수위 지표면 0.5m하단에 위치

수평하중 24kN, 45.8kN, 67.6kN 및 89kN조건에 대하여 해석을 수행한 결과, 말뚝의 하부거동은 계측결과 와 유사하나 상부 거동에서는 다소 차이를 보였다. 따라서, API방법에 의하여 상대밀도조건으로 결정한 지반반력상수 (k_{py}) 는 적절했으나 비교적 큰 변위발생시 주요 영향인자로 작용하는 극한저항 (p_u) 은 적절 하게 산정되지 않았음을 알 수 있었다.



3.1.4 역해석에 의한 p-y곡선 산정

p-y 곡선은 기본적인 보 이론에 근거하여, 깊이별 모멘트분포를 식 (8)에서와 같이 2차미분 및 적분 함으로써 얻을 수 있다.

$$p = \frac{d^2}{dz^2} M(z) \quad , \quad \frac{d^2}{dz^2} y_{pile} = \frac{M}{EI} \tag{8}$$

하지만, 이러한 방법은 모멘트 보간함수에 따라 차이를 보일수 있고 다음장에서 다루게 될 점토지반 재 하시험 분석의 경우 p-y곡선 도출을 위한 데이터가 경사계 자료밖에 없기 때문에 4차 미분과정을 거쳤을 때 적지 않은 오차가 누적될 가능성이 있어 본 연구에서는 L-pile 프로그램을 이용하여 다음과 같은 절 차로 p-y곡선을 역산하였다.

- 1) 지반물성치를 변화시켜가며 각 하중별 계측변위와 가장 잘 부합하는 지반반력(p) 및 수평변위(v) 산정
- 2) 각 하중별 지반반력과 수평변위를 Kondner(1963)가 제안한 쌍곡선 함수로 Fitting하여 초기지반반력 $계 \phi(k_h)$ 및 극한저항 (p_u) 산정
- 3) 초기지반반력계수 및 극한저항의 깊이별 경향성 분석

쌍곡선 모델(Kondner,1963)역해석 p-y 도출원리쌍곡선 p-y 함수p(F/L)p(F/L)p(F/L) $p = \frac{y}{\frac{1}{k_h D} + \frac{y}{p_u}}$ d 기서, p : 지반반력(kN/m)y(L)y(L)y(L)y(L)y(L)

표 3. 쌍곡선함수를 이용한 역해석 p-y 도출

기존 API p-y곡선을 이용한 해석결과와 계측치간의 비교로부터 극한저항(*p_u*)이 과소평가 되었다는 가 정하에 내부마찰각(φ)을 증가시켜가며 각 하중별 계측변위와 잘 부합하는 지반반력(p) 및 수평변위(y)를 산정하였고 이를 쌍곡선 함수로 Fitting 하였다. 그림 4는 상부모래층에 대해 역해석으로 산정한 p-y 곡 선의 초기지반반력계수와 극한저항의 깊이별 분포를 나타낸다.



(a) 지하수위 상부모래층의 깊이별 k_hD 분포
 (b) 지하수위 상부모래층의 깊이별 극한저항분포
 그림 4. 깊이별 초기수평지반반력계수 및 극한저항 분포

모래지반의 경우, 통상적으로 지표면에서의 수평지반반력 및 저항이 존재하지 않으므로 절편을 0으로 하여 선형회귀분석을 수행하였다. 깊이별 초기지반반력계수와 모멘트분포식으로 정의되는 역해석 p-y곡선을 이용하여 L-pile 해석을 수행하였고 그 결과를 그림 5와 그림 6에 나타내었다. 비록 24kN 하중에서는 역해석 p-y곡선이 실제지반의 강성을 약간 과대평가하는 경향이 있으나 대체적으로 계측치와 잘 일치함을 확인할 수 있었다.



3.1.5 API p-y곡선의 입력변수 추정방법 및 적용타당성 검토

API p-y곡선에서 제안하는 극한저항이론과 지반반력상수의 적용 타당성을 고찰하기 위하여 그림 7에서 와 같이 역해석 p-y곡선과 API p-y곡선을 정성적으로 비교해 보았고, 정량적인 비교를 위해 일부지층의 극한저항과 지반반력상수를 표 4에 나타내었다. 지반반력상수의 경우, 역해석 p-y곡선과 API p-y곡선의 정의함수가 달라 약간의 차이를 보이지만 대체적으로 비슷한 범위에 있으므로 API제안치의 적용 타당성 을 확인할 수 있었다. 그러나 역해석에 의한 극한저항이 모든 경우에서 API 제안치보다 크므로 API p-y 곡선이 실제지반의 극한저항을 과소평가하고 있음을 확인할 수 있었다.



그림 6. 말뚝두부에서의 계측변위와 각 p-y곡선 적용변위 비교



표 4. API p-y곡선과 역해석 p-y곡선의 극한저항과 지반반력상수 비교

	API p-	-y 곡선	역해석 p			
z(m)	p_u (kN/m)	k_{py} (kN/m ³)	p_u (kN/m)	$k_h D/z$ (kN/m ³)	비꼬	
0.2	5.9	24,400	33.1	21,688	SP(지하수위)	
1.2	77.6	15,400	235.6	16,469	SP(지하수아래)	
2.2	191.4	15,400	514.4	19,000	SP-SM	
5.2	542.5	10,800	1,215.8	12,990	(지하수아래)	

※ $k_{py} = E_s/z = k_h D/z$ 로 초기지반반력계수의 증가율 즉, 지반반력상수 (n_h) 를 의미함.

3.2 점토지반에서의 재하시험 결과분석

3.2.1 지층 및 시험말뚝조건

본 연구에 이용된 점토지반의 수평재하시험결과는 XX고속철도현장의 강관말뚝 시험결과이다. 재하시험에 이용된 말뚝은 직경 0.609m, 두께9mm, 길이21.0m의 개단 강관말뚝으로 깊이별 수평변위를 측정하기 위하여 0.5m 간격으로 약 10m 깊이까지 경사계를 설치한 후 항타시공 하였다. 지층조건 및 표준관입시험결과는

재하시험장소의 주상도 및 시험결과를 참고하였으나 유효단위중량과 비배수전단강도의 경우 시험장소에서의 결과가 없으며 주변지반 데이터들도 분산정도 및 값의크기를 고려할 때 이용이 어려울 것으로 판단되어 발생 변위에 대한 정량적인 비교분석 대신 비배수전단강도 추정치에 의한 Matlcok p-y 곡선의 적용성을 정성적 으로 검토해 보도록 하였다.

	<u> </u>	SPT N value (N_{60})								주변지반 데이터					
순 번	순 번 USCS	冬市 (1	(m)	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	γ' (kN/m ³)	c (kN/m ²)
1	CI	전답토층	1.5	0	1	1 0	0		0	0 0	1		1	5.0	17.3
2	2 CL	퇴적층	9.5		1			U	0	0	1			8.1	25.5

표 5. 연약점토층의 지층조건 및 강도정수 요약

3.2.2 재하시험 요약

반력 말뚝에 의한 재하로 수행된 수평재하시험은 지표면으로부터 약 0.5m위치에서 30kN씩의 단계하중 을 재하하는 하중제어방식으로 최대하중 257kN까지 재하되었다.

3.2.3 역해석에 의한 p-y곡선 산정

비배수전단강도 및 ϵ_{50} 데이터 부재로 Matlock p-y곡선을 구하지 않았으므로 극한저항(p_u)과 ϵ_{50} 을 모 두 변수로 두고 각 하중별 계측변위와 가장 잘 부합하는 지반반력(p) 및 수평변위(y)를 산정하여 그 결 과를 쌍곡선 함수로 Fitting하였다. 점토지반의 경우 점착력으로 인하여 지표면에서의 저항이 존재하기 때문에 선형회귀 분석 시 절편을 고려하였다. 그림 8은 상부전답토층에 대해 역해석으로 도출한 p-y곡선 초기지반반력계수와 극한저항의 깊이별 분포를 나타낸다.



그림 9는 깊이별 수평지반반력계수 및 모멘트분포식에 의해 정의되는 역해석 p-y곡선을 적용한 L-pile 해석결과를 나타내며 그림 10은 말뚝두부의 하중-변위곡선결과를 나타낸다. 비록 50kN 하중에서는 역해 석 p-y곡선이 실제지반의 강성을 약간 과소평가하는 경향이 있으나 대체적으로 잘 맞는다는 것을 알 수 있다.



그림 10. 말뚝두부에서의 계측변위와 역해석 p-y곡선 적용변위 비교

3.2.4 강도정수 추정방법에 의한 Matlock p-y곡선 적용성 검토

Matlcok p-y곡선의 적용성에 관한 계략적인 검토를 위해 기존에 제시된 SPT N치와의 상관관계식으로 부터 비배수전단강도를 추정하였다. 표준관입시험으로 산정된 비배수전단강도는 적용타당성을 비교·평가 해볼 다른 시험결과가 없었기 때문에 비배수 전단강도(S_u)와 N치와의 상관계수의 범위를 Terzaghi & Peck의 S_u/N=6.25에서부터 일본 도로·교각 시방의 최대값 S_u/N=10까지 두어 산정하였고 각 범위에 따른 적용성을 평가해보고자 했다. 유효단위중량(γ')은 주변지반의 분포범위 5~8(kN/m³)를 고려하여 N ≥2인 구간은 7(kN/m³), N<2인 구간에 대해서는 6(kN/m³)을 각각 적용하였다.

서거도	Te	erzaghi & Pe	ck(1948)	CDT N C(1-Dc) 사고나게			
연경도	ϵ_{50}	N	$S_u(kPa)$	- SFIN-S _u (Kra) 後世紀州			
매우연약	0.02	<2	<12	• Terzaghi & Peck : $S_u = 100N/16$			
연약	0.02	2~4	12~24	$ \cdot \text{Peck} : S = 100 N / 12 $			
보통	0.01	4~8	$24 \sim 48$	$= \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{n} $			
굳음	0.006	8~15	48~96	• Dunham : $S_u = 100N/15.4$			
매우굳음	0.005	15~30	96~192	• Stroud : S_u =4 ~ 7.3N			
단단함	0.004	>30	>192	·일본 도로·교각 시방서 : $S_{\!u}$ =6 ~ $10N$			

표 6. SPT N치를 이용한 비배수전단강도 및 ϵ_{50} 결정

※ N=0인 지점의 비배수전단강도는 N=1인 지점의 절반을 고려하였음

강도정수추정치를 적용한 Matlock p-y곡선과 역해석 p-y곡선의 깊이별 분포 산정결과를 그림 11과 그림 12에 나타내었다. Terzaghi & Peck의 방법으로 추정한 비배수전단강도 및 이에 따른 ϵ_{50} 을 적용한 결과 8m깊이 상단의 모든 지점에서 역해석 p-y곡선보다 현저히 작은 초기강성 및 극한저항을 나타냈으며 일 본 도로·교각 시방서에 의한 방법으로 비배수전단강도 및 ϵ_{50} 을 추정한 경우는 약 1.5m깊이까지 역해 석 p-y곡선보다 작은 극한저항을 보였다. 일본 도로·교각 시방서에 의하여 입력변수를 추정한 경우 비 록 1.5m깊이 이후로 극한저항이 역해석 p-y곡선보다 크거나 비슷하다고는 하나 해당깊이 이하로 일반 적으로 발생될 수 있는 변위의 범위를 고려할 때 여전히 Matlock의 p-y곡선의 강성이 역해석 p-y곡선 에 비해 과소평가 되고 있으므로 표준관입시험치에 의해 강도정수를 추정하고 삼축시험결과 없이 추정된 비배수전단강도에 따른 제안치 ϵ_{50} 을 그대로 적용하게 되면 지반의 강성을 과소평가하게 될 것이라 판단 되다.



4. 요약 및 결론

본 연구에서는 기존에 제시된 API Sand p-y curve와 Matlock Soft Clay p-y curve의 적용타당성을 검증하기 위해 현장재하시험결과에 의한 역해석을 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 모멘트데이터를 2차미분 및 적분함으로서 p-y곡선을 산정하는 기존의 방법과는 달리 L-pile프로그램을 이용하여 시행착오법으로 역해석 p-y곡선을 산정하였으며 산정된 p-y곡선은 실제말뚝의 수평거동을 잘 모사하였다.
- (2) 모래지반의 경우, API 방법으로 산정한 지반반력상수(k_{py})는 적절하였으나 극한저항은 실제에 비해 다소 과소평가되고 있는 것으로 나타났다.
- (3) 표준관입시험에 의해 추정된 비배수전단강도와 그에 따른 최대축차응력 50%시 변형률(ϵ₅₀)제안치를 적용한 Matlock p-y곡선은 실제지반의 초기강성 및 극한저항을 과소평가하고 있었다. 이는 실내시험 결과없이 표준관입시험에 의한 비배수전단강도추정과 그에 따른 ϵ₅₀제안치를 그대로 적용할 경우 보수적인 결과를 초래할 수 있다는 것을 의미한다.

참고문헌

- 김영수, 김병탁(1999), "원심모형실험에 의한 사질토 지반의 p-y곡선에 관한 연구", 대한토목학회지, 제 19권, 제 3-1호, pp.105~115.
- 2. 김용필, 송용선, 이광열, 장용채, 정경환, 이대명(2002), "지반공학시험-이론과 실무", 세진사, pp.620~628
- 3. 이승래, 오세붕(2002), "지반공학 시리즈 깊은기초", 한국지반공학회, pp.439~508
- American Petroleum Institute(1987), "Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms", API Recommended Practice 2A(RP-2A), 17th edn.
- Byung-Tak Kim, Nak-Kyung Kim, Woo-Jin Lee and Young-Su Kim(2004), "Experimental Load-Transfer Curves of Laterally Loaded Piles in Nak-Dong River Sand", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Eng. A.S.C.E, April 2004, pp.416~425
- Kondner R.L(1963), "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils", Journal of Soil Mechanics and Foundation Div., ASCE, Vol. 89, No.1, pp.115~144
- Kyle M. Rollins, J. Dusty Lane and Travis M. Gerber(2005), "Measured and Computed Lateral Response of a Pile Group in Sand", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Eng. A.S.C.E, January 2005, pp.103~114
- Lymon C. Reese and William F. Van Impe(2001), "Single Piles and Pile Groups under Lateral Loading", A.A.Balkema, Rootterdam, Brookfield, pp.21~97
- Matlock and Hudson(1970), "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay", Paper No. OTC 1204, Proc of 2nd Annual Offsore Technology Confernece, Houston, Texas, Vol.1, pp.577–594