

Discontinuous Expansion Methods with First Collision Source for Radiation Transport Calculation

홍서기 · 김종운 · 이영욱 · 김교윤

한국원자력연구원

E-mail: hongsg@kaeri.re.kr

중심어 (keyword) : Discontinuous Flux Expansion, Unstructured Geometry, S_N Transport, First Collision Source

서론

세계적으로 비정형구조의 복잡한 문제에 대한 방사선수송계산을 위한 S_N 방법론 및 전산코드의 개발이 활발히 연구되고 있다^{1,2)}. 본 논문에서는 복잡한 3D 구조의 문제를 불규칙한 사면체 (tetrahedra)의 격자로 나눈 후에 S_N 수송방정식을 적용하는 입자속전개 방법을 소개하고 특히 S_N 방법의 고유문제인 Ray Effect를 줄이기 위한 일차충돌선원법 (FCS (First Collision Source Method))의 적용결과와 유용성을 보여주하고자 한다.

이론 및 방법론

현재, 원자력연구원에서는 국방부의 지원 하에 비정형구조문제를 해석위해 각분할방법에 기초한 방사선수송해석코드 (MUST)를 개발하고 있다^{3,4)}. MUST 코드는 다군단면적라이브러리를 사용하며, 계산이전에 계산격자생성 프로그램을 사용하여 생성된 계산격자화일을 사용한다. 실제로 계산격자는 불규칙사면체를 의미한다. S_N 수송방정식을 풀기위해 불연속유한요소법 (DFEM) 및 최근 개발되고 있는 선형불연속전개-부격자균형방법 (LDEM-SCB)을 사용한 불연속전개 방법을 채택하고 있다. 또한 각분할방법인 S_N 방법이 가지는 고유의 문제점인 Ray Effect를 줄이기 위해 일차충돌선원법을 채택하고 있다. 현재 MUST코드에서 FCS 방법은 점선원문제의 경우에만 적용가능하다. 중성입자의 수송방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \sigma_g \psi_g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = q_{s,g}(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \frac{s_{p,g}}{4\pi} \delta(\vec{r} - \vec{r}_p) \quad (1)$$

이 식에서 $q_{s,g}$ 는 에너지군 g 의 산란선원항을 나타내고, $s_{p,g}$ 는 외부점선원의 강도를 나타낸다. 일차충돌선원법에서 입자속은 충돌부분과 비충돌부분으로 분리되고 비충돌속은 Ray Tracing을 사용하여 다음과 같이 해석적으로 계산한다.

$$\psi_g^u(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{s_{p,g}}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}_p|^2} \delta(\hat{\Omega} - \hat{\Omega}_{pr}) \exp[-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}_p)], \quad (2)$$

$$\hat{\Omega}_{pr} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_p}{|\vec{r} - \vec{r}_p|}$$

반면에 충돌속은 DFEM¹⁾ 또는 LDEM-SCB²⁾를 사용하여 계산된다. 이때 위 식(2)로 주어진 비충돌속에 의한 충돌선원 ($q_{s,g}^{first}$)이 외부선원항으로 들어간다. 충돌속에 대한 수송방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\Omega} \cdot \nabla \psi_g^c(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \sigma_g \psi_g^c(\vec{r}, \hat{\Omega}) = q_{s,g}^c(\vec{r}, \hat{\Omega}) + q_{s,g}^{first}(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (3)$$

LDEM-SCB방법에서 입자속은 사면체격자내에서 선형으로 전개되며 사면체중심점과 사면체의 4개 노드를 연결한 4개의 부격자에 대한 평균입자속을 미지변수로 사용한다. 이러한 선형성을 이용하여 다음과 같은 4개의 사면체격자 외부면 평균중성자속과 4개의 부격자평균속사이의 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\psi_{mg,ei}^c = \frac{15}{12} \psi_{mg,si}^c - \frac{1}{12} (\psi_{mg,s\alpha}^c + \psi_{mg,s\beta}^c + \psi_{mg,s\gamma}^c) \quad (4)$$

이 식에서 $\psi_{mg,s\alpha}^c, \psi_{mg,s\beta}^c, \psi_{mg,s\gamma}^c$ 는 i 와 다른 3개의 부격자에 대한 평균충돌입자속을 의미한다. 유사한 관계식은 사면체격자내부의 6개의 내부면에 대해서도 유도 가능하다. 최종방정식은 이들 관계식을 4개의 부격자에 대한 입자균형방정식에 대입함으로써 얻는다. 예로 부격자 1에 대한 균형방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\left\{ \left[\frac{15}{12} \delta_{m,234}^p - \frac{11}{12} + \frac{15}{12} (1 - \delta_{m,234}^p)(1 - \lambda) \right] t_{m,234} + \sigma_g V_{s1} \right\} \psi_{mg,s1}^c$$

$$+ \left\{ u_{m,234} + \frac{16}{12} t_{m,345} \right\} \psi_{mg,s2}^c + \left\{ u_{m,234} + \frac{16}{12} t_{m,245} \right\} \psi_{mg,s3}^c$$

$$+ \left\{ u_{m,234} + \frac{16}{12} t_{m,235} \right\} \psi_{mg,s4}^c = q_{s1,mg}^{c,total} - (1 - \delta_{m,234}^p) \lambda t_{m,234} \psi_{mg,e1}^{ups,c},$$

$$u_{m,234} = \left[-\frac{1}{12} \delta_{m,234}^p + \frac{5}{12} - \frac{1}{12} (1 - \delta_{m,234}^p)(1 - \lambda) \right] t_{m,234},$$

$$t_{m,234} = \hat{n}_{234} \cdot \hat{\Omega}_m A_{234}, \quad (5)$$

최종 전체입자속은 충돌속과 비충돌속을 더하여 구한다.

결과 및 고찰

본 논문에서 소개한 불연속전개법들과 일차충돌선원법을 결합한 방법의 적용성을 보이기 위해 그림 1에 주어진 팬텀문제를 고려하였다. 이 문제는 1군 문제로 9개의 물질영역으로 구성된다. 점선원이 collimator 내부에 위치한다. 점선원에서 발생한 중성자는 collimator를 지나 중성자반응단면적이 적은 1번 물질영역을 통과하여 팬텀에 도달한다. 계산격자는 TetGen 프로그램을 이용하여 생성하였고 그림 1에 주어진 바와 같다. 그림 2는 LDEM-SCB 방법과 일차충돌선원법을 결합하여 방향공간의 팔분면에 4개의 방향을 사용하여 계산한 x=0면에서 중성자속분포를 보여준다. 그림 3은 일차충돌선원법을 사용하지 않고 DFEM (S₄)의 결과를 보여준다. 그림에서 보듯이 일차충돌선원법을 사용한 경우에는 중성자속이 부드럽게 중성자속이 감소하나, 일차충돌선원법을 사용하지 않은 경우에는 중성자속이 급격히 감소하며 Ray Effect에 의해 중성자속의 비물리적인 방향성이 나타난다. 타 코드와의 비교는 참고문헌 [3,4]를 참고하기 바란다.

감사글

본 연구는 국방과학연구소의 지원하에 수행되었습니다 (계약번호 : UC080023GD).

참고문헌

1. T. A. Wareing, et al., "Discontinuous Finite Element S_N Methods on Three-Dimensional Unstructured Grids," *Nucl. Sci. Eng.*, **138**, p.256 (2001).
2. M. L. Adams, "Discontinuous Finite Element Transport Solutions in Thick Diffusive Problems," *Nucl. Sci. Eng.*, **137**, p.298 (2001).
3. S. G. Hong, J. W. Kim, and Y. O. Lee, "Development

of MUST (Multi-group Unstructured geometry S_N Transport) Code," *Trans. of the Kor. Nucl. Soc.*, Gyeongju, Oct. 29-30, 2009.

4. J. W. Kim, S. G. Hong, and Y. O. Lee, "Implementation of the First Collision Source Method in a Three-Dimensional Unstructured Tetrahedral Mesh, Discrete Ordinates Code," *Trans. of the Kor. Nucl. Soc.*, Gyeongju, Oct. 29-30, 2009.

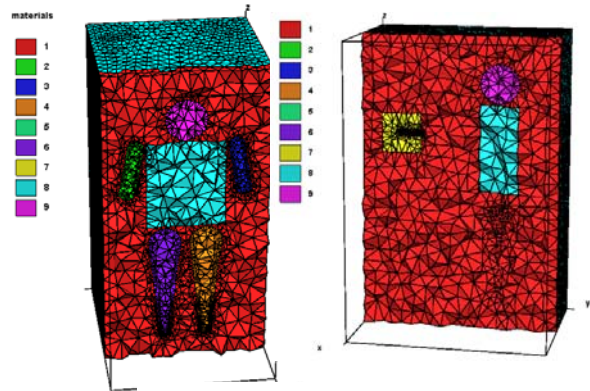


그림 1 Phantom 문제의 계산격자구성

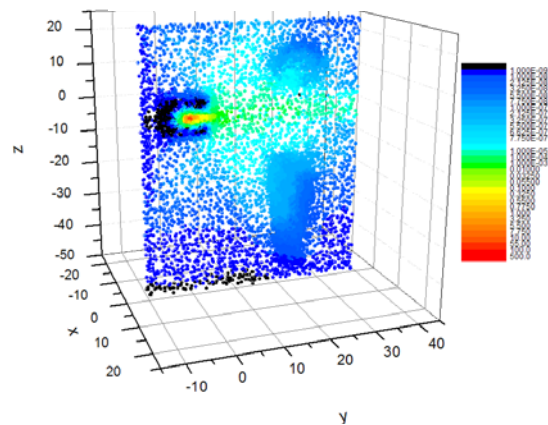


그림 2 중성자속분포 (GC₂₂, LDEM-SCB, FCS)

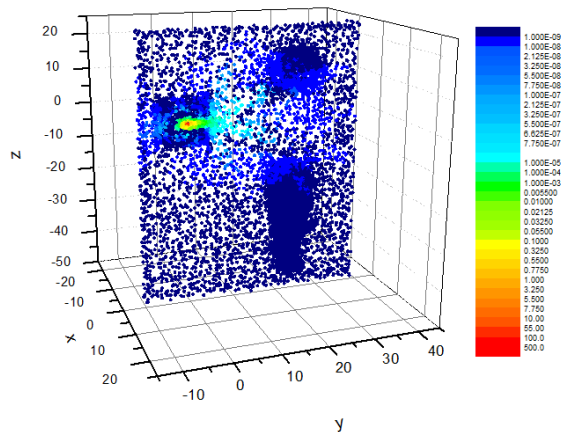


그림 3 중성자속분포 (S₄, DFEM, no FCS)