

우연, 이상원인의 유형에 따른 C_{PK} , P_{PK} 의 이해와
적용방안

– Understanding and Use of C_{PK} and P_{PK}
According to the Pattern of Common and
Assignable Causes –

최성운*

Sungwoon Choi*

Abstract

The research proposes two calculation methods for estimating the overall, within and between standard deviation of population. These standard deviations can be used to evaluate the process capability and performance indexes. The guidelines for using C_{PK} and P_{PK} according to the pattern of common and assignable causes are presented.

Keywords : Overall, Within and Between Standard Deviation, C_{PK} , P_{PK} , Guidelines, Pattern of Common and Assignable Causes.

* 경원대학교 산업공학과

1. 서론

식스시그마 프로젝트 수행시 개선 및 혁신 목표를 달성하기 위한 척도로 Z 시그마 수준을 사용한다. Z 시그마 수준은 개선 목표치 또는 고객과 약속한 스펙(Specification)을 벗어나는 부적합품률, 부적합률, 실수(Mistake)율, 에러(Error)율을 표준 정규 확률변수로 나타낸 것이다. 식스시그마 품질 및 경영혁신운동의 타이틀인 6σ 도 Z 시그마 수준을 나타낸 것으로 데이터의 우연원인에 의한 자연공차(Natural Tolerance) 양쪽 3σ 가 스펙의 공차(Tolerance of Specification)인 양쪽 6σ 에 비해 절반 정도의 산포를 개선 목표로 삼는다는 의미이다. 스펙의 기준치와 데이터의 평균이 일치하는 완전한 정확성을 갖는 경우 부적합품률은 2 PPB(Parts Per Billion)이고 1.5σ Shift의 치우침을 갖는 경우 Z 시그마 수준은 4.5 식스시그마 경영혁신운동으로 3.4 PPM(Parts Per Million)이 된다. 6σ 척도의 문제는 고객에게는 마치 100% 정확성을 추구하는 하느님 같이 6σ 수준의 개선 목표를 달성할 것 처럼 명칭을 사용하면서 기업에서는 명백한 근거없이 1.5σ Shift의 치우침을 적용하여 실제 개선 활동보다 과대 평가하는 개선 목표 척도를 사용한다. 이러한 차이를 보정하기 위해 기업에서는 단기, 장기란 용어를 사용하면서 장기 시그마 수준 = 단기 시그마 수준 + 1.5σ 이라는 교육지침의 공식을 활용하고 있는 실정이다.

공식에 대한 합리성을 제시하기 위해 다양한 주장이 나오면서 C_p 를 단기 공정능력지수, C_{PK} 를 장기 공정능력지수로 제안하는 연구가 있는 반면에 C_p , C_{PK} 를 단기 공정능력지수, P_p , P_{PK} 를 장기 공정능력지수로 제시하는 연구[4,6]가 있어 이에 대한 혼란과 논란이 가중되고 있는 실정이다. 이에 대한 해결책으로 최[1,2]의 연구에서는 기존의 연구에서와 같이 업종과 신규제품의 특성을 고려하지 않는 데이터의 사용기간과 임의의 1.5σ Shift의 적용 여부에 따른 단기, 장기의 용어 사용을 하지말 것을 권고하면서 정확도와 정밀도 오차에 의한 공정능력 및 성능지수와 Z 시그마 수준의 유형화 방안을 제시하였다.

따라서 본 연구에서는 최[1-2]의 연구를 확장하여 $\bar{x}-R$ 관리도의 우연원인과 이상원인 유형[3,5]에 의한 공정능력지수 C_{PK} 와 공정성능지수 P_{PK} 의 사용 가이드 라인을 제시한다. 또한 $\bar{x}-R$ 관리도 데이터 시트에서 원 데이터의 직교분해된 편차제곱합, 자유도를 이용하여 전체 표준편차, 군내 표준편차, 군간 표준편차를 추정하는 단계와 \bar{x} , R 지표에 의한 산출 단계를 제시한다.

2. $\bar{x}-R$ 관리도에서 표준편차 추정

2.1. \bar{x} , R 지표 활용 방법

단계 1 : 전체(Overall) 표준편차 $\sigma_{\bar{x}}$ 산출

$\bar{x}-R$ 관리도 데이터 시트(Data Sheet)에서 부분군의 수(Subgroup Number)($i=1, 2, \dots, k$), 부분군의 크기(Subgroup Size)($j=1, 2, \dots, n$)인 \bar{x} 에 대한 이동범위(Moving Average) R_s 와 이에 대한 평균 $\bar{R}_s = \sum_{i=1}^{k-1} R_s / (k-1)$ 을 구하고 $\sigma_{\bar{x}} = \bar{R}_s / d_2$ ($n=2$ 인 경우 $d_2 = 1.128$)로 전체 표준편차를 추정한다.

단계 2 : 군내(Within) 표준편차 σ_w 산출

R 에 대한 평균 $\bar{R} = \sum_{i=1}^k R/k$ 를 구하고 $\sigma_w = \bar{R} / d_2$ ($n=2, 3, 4, 5$ 인 경우 $d_2=1.128, 1.693, 2.059, 2.326$)으로 군내 표준편차를 추정한다. KS 또는 JIS 인증업체의 경우 제품시험을 위한 시료 갯수를 기준으로 제품검사 또는 작업자의 자주검사의 검사량이 강화될 수 있으며 이 경우 $n=2$ 에서 5까지의 체크검사의 형태를 취한다.

단계 3: 군간(Between) 표준편차 σ_b 산출

이 방법으로는 군간 표준편차 σ_b 를 직접 산출할 수 없으며 $\sigma_x^2 = \sigma_b^2 + \sigma_w^2/n$ 의 관계식을 통해 $\sigma_b = ((\bar{R}_s/d_2)^2 - (\bar{R}/d_2)^2/n)^{1/2}$ 로 추정한다.

2.2. 원 데이터 활용 방법

단계 1 : 요인별 편차제곱합 S 의 계산

부분군의 수($i=1, 2, \dots, k$), 부분군의 크기($j=1, 2, \dots, n$)의 $\bar{x}-R$ 관리도 데이터 시트에서 원 데이터 x_{ij} 와 $\bar{x}_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}/n$, $\bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}/kn$ 을 구한다. 직교분해(Orthogonal Decomposition)된 편차제곱합은 $\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$ 으로 전체(Overall) 편차제곱합 = 군내(Within) 편차제곱합 + 군간(Between) 편차제곱합 즉 $S_o = S_w + S_b$ 의 관계로

계산된다.

단계 2 : 요인별 시료 표준편차의 s 의 계산

$s = (S/\text{자유도})^{1/2}$ 의 관계식에 의해 추정한다. 직교분해된 자유도 $\nu_o = \nu_w + \nu_b$ 로 $\nu_o = kn - 1$, $\nu_w = kn - k$, $\nu_b = k - 1$ 이다. 따라서 $s_o = (S_o/(kn - 1))^{1/2}$, $s_w = (S_w/(kn - k))^{1/2}$, $s_b = (S_b/(k - 1))^{1/2}$ 이다.

단계 3 : 요인별 대표준편차 σ 의 추정

$\sigma = s/c_4$ 의 관계식에 의해 $\sigma_o = s_o/c_4$ (계수표는 kn 으로 찾음), $\sigma_w = s_w/c_4$ (계수표는 $kn - k - 1$ 로 찾음), $\sigma_b = s_b/c_4$ (계수표는 k 로 찾음)를 추정한다. 2.1절의 $\sigma_{\bar{x}}$ 는 σ_o 에 해당한다.

3. 용도별 관리도에 의한 이상원인 제거와 우연원인 예측

시크시그마 Define 단계에서 Project를 선정 후 Measure 단계에서는 현상파악의 해석용 관리도에 의해 이상원인에 대한 즉시 개선(Quick Fix, Correction)을 실시하고 시정조치(Corrective Action)와 예방조치(Preventive Action)가 요구되는 이상원인의 경우 잠재적 원인분석을 통한 치명 인자의 선정을 Analyze 단계에서 실시한다. Improve 단계에서 개선 실시 후 Control 단계에서는 관리용 관리도를 사후관리에 이용한다.

이와 같이 해석용 관리도는 이상원인을 파악한 후 개선하는 용도로 사용되며 단점으로는 한 달을 기준으로 관리도를 운영할 경우 관리한계 작성 시점이 월말로, 이상원인의 역추적으로 인한 시차(Time Lag)와 정보손실이 발생한다. 관리도를 잘못 이해하게 되면 데이터를 전부 모은 후 관리한계를 계산하여 꺾은선 그래프를 그리는 사후 관리적인 결과가 초래되어 실무현장에서는 검사의 규격한계를 선호하는 경향이 있어 관리한계에 규격한계를 병용하면서 엉뚱한 해석과 적용을 하고있는 실정이다. 해석용 관리도는 이상원인을 제거, 개선한 후 관리한계를 재계산하는 용도로 사용된다.

해석용 관리도에 의해 이상원인이 제거된 관리용 관리도는 히스토그램, 공정능력지수에 의해 정확도와 정밀도를 고려하여 관리한계를 조정된 후 우연원인에 의해서 공정을 예측할 수 있으며 이를 위해 한 달을 기준으로 조정된 관리한계를 미리 월초에 긋고 점을 플로팅하면서 이상원인의 문제를 즉시적으로 해결하는 것이다.

따라서 현장에서 사후관리 데이터인 검사항목에 대한 검사성적서보다는 사전관리 데이터인 관리항목에 대한 작업일지를 활용해야 한다. 관리도는 제품결과의 관리항목으로 작성하지만 개선은 설비, 치공구, 금형 등 생산기술 조건의 점검항목에서 이루어진다는 것을 명심해야 한다. 따라서 관리항목 = $f(\text{점검항목}) + \text{오차}$ 의 관계식에서 f 는 function으로 즉시적인 개선을 할 수 있는 연속적인 함수로 실제 장치산업의 제어에서는 이를 활용하고 있지만 관리도에서는 관리항목은 관리도를 점검항목은 작업일

지의 기록으로 별도로 남겨져 있어 이를 시차를 고려하여 연계 운영하는 것이 SPC (Statistical Process Control)의 초점이 된다. 검사는 사후관리로 제품결과인 검사항목에 비중을 두지만 관리도는 사전결과로 제품결과인 관리항목으로 그래프를 작성하지만 실제 개선은 원인인 점검항목에 의해 이루어 진다. 따라서 일부 인증심사원이 원인을 추구할 수 없는 제품검사성적서에 관리도를 작성케 하는 것은 잘못된 방법이다.

4. 변동원인 유형에 따른 C_{PK} 와 P_{PK} 의 사용

4.1. C_{PK} 사용방안

해석용 관리도에서 우연원인의 정상으로 판정된 경우와 우연원인을 예측하여 사후관리하는 관리용 관리도에 적용한다. 해석용 관리도에서 부분군의 수 k 가 연속 25점 중 0점 이하, 연속 35점 중 1점 이하, 연속 100점 중 2점 이하의 관리이탈(Out-of-Control) 되거나 관리한계 내에 있으면서 특수한 패턴유형이 존재하지 않는 랜덤한 경우 적용한다.

C_p 와 C_{PK} 는 히스토그램의 시각화된 그림 정보를 통해 규격의 호칭치수와 데이터의 평균의 일치여부에 의한 정확도(치우침)에 의해 치우침이 Zero인 경우 C_p 를, 치우침이 존재하는 경우 C_{PK} 를 사용한다. $C_{PK} = \min\{C_{PU}, C_{PL}\} = \min\{(USL - \mu)/3\sigma_w, (\mu - LSL)/3\sigma_w\}$ 로 USL, LSL은 규격상한, 규격하한, μ 는 $\bar{x} - R$ 관리도에서 \bar{x} , σ_w 는 3절에서와 같이 두 방법 중 하나를 선택하여 구한다.

C_{PK} 는 R 관리도의 σ_w 에 의해서 작성되며 \bar{x} 관리도의 σ_b 를 전혀 고려하지 않는 방법으로 관리이탈, 관리한계 내의 특별 패턴유형 초래, 3σ 관리도가 아닌 2σ , 1σ 관리도의 적용시는 다음절과 같은 P_{PK} 를 사용해야 한다.

4.2. P_{PK} 사용방안

4.2.1. 관리이탈의 이상원인 경우

부분군의 수 k 가 연속 25점 중 1점 이상, 연속 35점 중 2점 이상, 연속 100점 중 3점 이상인 경우 관리이탈로 인정하지만 SPC를 엄격하게 실시하는 기업에서는 1점의 관리이탈로 이상원인으로 개선을 실시한다.

4.2.2. 관리한계내의 특별한 패턴 유형인 경우

KSA ISO 8258 : 2008[3]에 의하면 비록 관리한계내에 부분군의 수 k 가 존재하더라도 1점이 $\pm 3\sigma$ 벗어남, 9점이 $\pm 1\sigma$ 이내 런(Run), 6점이 경향(Trend), 14점이 주기(Cycle), 연속 3점 중 2점 $\pm 2\sigma$ 와 $\pm 3\sigma$ 사이 또는 $\pm 3\sigma$ 이상, 연속 5점 중 4점 $\pm 1\sigma$

와 $\pm 2\sigma$ 사이 또는 $\pm 2\sigma$ 이상, 연속 15점 $\pm 1\sigma$ 이내, 연속 8점 $\pm 1\sigma$ 이상인 경우 이상원인으로 판정한다.

4.2.3. 2σ , 1σ 관리도에 의한 목표 σ_w 를 벗어나는 경우

3σ 관리도는 우연원인에 의한 실수가 $\alpha = 0.27\%$ 로 군내 표준편차가 2σ , 1σ 관리도에 비해 크다. 3σ 는 기업간 비교를 위해 외부용으로 사용될 수 있으나 생산기술 기반의 조성이 잘 되어 있는 대기업의 경우 내부용으로 2σ , 1σ 관리도를 사용해야 한다.

군간변동의 이상원인(Assignable, Special Cause)은 급성적(Sporadic) 문제로 기술자, 실무자에 의해 즉시 제거(Trouble Shooting)되거나 빠른 시정(Quick Fix)이 요구된다. 그러나 군내 변동의 우연원인(Random, Common Cause)은 만성적(Chronic) 문제로 시간, 비용, 인원이 요구되는 개선과제 또는 프로젝트 같은 경영자의 투자와 지원에 의해 양산 테스트시 해결될 수 있다.

따라서 3σ 관리도에서 만성적으로 인정된 군내 표준편차도 2σ , 1σ 관리도에서는 급성적 문제로 즉시 개선 또는 빠른 시정이 될 수 있다. 또한 정상으로 판정된 3σ 관리도에서 군내 표준편차를 사용해서 C_{PK} 를 구했지만 군간 표준편차를 고려한 P_{PK} 에 의해 양산테스트시 생산기술 조건의 성능을 점검하기 위해 사용한다.

이와 같이 P_{PK} 는 관리도가 정상인 경우 군내 표준편차 σ_w 만을 사용하는 C_{PK} 와 다르게 군간 표준편차 σ_b 가 고려된 전체 표준편차 σ_o (또는 σ_x)를 사용한다. σ_b 군간 표준편차는 관리이탈되는 경우, 관리한계내에 특별한 패턴 유형이 있는 경우 즉 이상으로 관리도가 판정된 경우 적용한다. 또한 3σ 관리도 적용 기업에서 2σ , 1σ 관리도로 적용할 경우 군내 표준편차 σ_w 에 의한 관리한계 폭이 좁아져 군간 표준편차 σ_b 의 관리가 강화되어 만성적 원인을 급성적 원인으로 전환하여 문제를 빠르게 해결할 수 있다.

P_P 와 P_{PK} 는 C_P , C_{PK} 와 같이 정확도(치우침) 여부에 따라 P_P 는 치우침이 없는 경우, P_{PK} 는 치우침이 있는 경우 적용한다.

5. 결론

본 연구에서는 $\bar{x}-R$ 관리도 데이터 시트에서 전체, 군내, 군간 표준편차를 계산하기 위한 두가지 산출단계를 제시하였다. 정상으로 판정된 우연원인의 군내 표준편차에 의한 C_{PK} 의 적용방안을 제시하였고 특히 관리이탈되거나 비록 관리한계내에 있더라도 특별한 패턴유형이 있는 경우 이상원인의 군간 표준편차의 영향을 파악하기 위한 방법으로 전체 표준편차를 고려한 P_{PK} 사용방안을 제안하였다. 특히 3σ 관리도에서의 만성적 문제를 2σ , 1σ 관리도에서는 급성적 문제로 전환하여 개선할 경우 현 공정의 성능(Performance)을 군간 표준편차에 의한 P_{PK} 로 파악을 하는 경우 적용될 수 있다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 최성운, “정확도와 정밀도 오차에 의한 PCI, PPI 및 Z 시그마 수준의 유형화”, 한국경영공학회지, 14 (2) (2009) : 31-40.
- [2] 최성운, “계수이산 공정에서 SPC 관리도에 의한 시그마 수준과 PCI 및 PPI의 산출”, 대한안전경영과학회지, 11 (1) (2009) : 131-136.
- [3] KSA ISO 8258 : 2008 슈하트 관리도, 지식경제부 기술표준원.
- [4] Rodriguez R.N., “Recent Developments in Process Capability Analysis”, Journal of Quality Technology, 24 (4) (1992) : 176-187.
- [5] Udler D.M., Zaks A.L., “Use P_{PK} and C_{PK} to Reduce Customer Conflicts”, Manufacturing Engineering, March (1997) : 20.
- [6] Kotz S., Johnson N.L., Process Capability Indices, Chapman & Hall, London, 1993.