

지분인자, 블록인자와 되풀이 유형에 따른
실험계획의 랜덤화 순서
- Random Ordering of Experimental Design
According to the Nested Factor, Block Factor
and Repetition Types -

최성운*

Sungwoon Choi*

Abstract

The research develops random ordering methodology of experimental design by the use of nested factor, block factor and repetition types. The spreadsheets developed are useful for quality practioner to acquire the experimental characteristics according to the random ordering.

Keywords : Random Ordering, Nested Factor, Block Factor, Repetition, Spreadsheet

1. 서론

실험계획법(DOE : Design of Experiment)은 신제품 R&D를 위한 제품기술, 설비조건의 생산기술에서 유용하게 사용되는 방법이다. SQC, SPC가 정해진 표준조건에서 공정의 문제를 해결하는 기법인 반면 DOE는 고객이 요구하는 스펙을 만족하는 연구개발조건, 생산기술조건을 최적화하여 기업의 표준조건을 디자인하는 방법이다.

DOE[4-5, 8]는 고객이 요구하는 스펙의 종류를 상한스펙, 하한스펙, 양쪽스펙에 따라 실험특성치(반응값, 데이터, 종속변수, 실험결과, y)를 망소특성, 망대특성, 망목특성의 실험목표를 설정한다. 실험특성치에 영향을 주는 인자(Factor)의 수준(처리, 독립변수, 원인, x)를 설정하고 인자수준의 특성치에 대한 영향 정도를 ANOVA 가설검정으로 분석한 후 인자가 영향을 주었다면 특성치 목표에 맞는 최적 인자수준조건을 알아보는 구간추정을 실시한다.

* 경원대학교 산업공학과

기업에서 실무자가 DOE를 적용할 경우 ANOVA 분석 방법은 MINITAB 등 통계 패키지에서 쉽게 결과를 얻을 수 있고 스펙에 대한 특성치 설정 역시 실무적 관점에서 업무의 일환으로 용이하게 수행할 수 있다.

그러나 기술적 관점과 효율적 관점에서 인자의 선정 및 랜덤화 순서는 전문적인 통계 분석모형의 선택과 연계되어 사용되어야 하는 관계로 실제 적용은 교차인자(Crossed Factor)인 모수인자(Fixed Factor)와 CRD(Completely Randomized Design)의 랜덤화 순서에 국한되어 적용되고 있는 실정이다. 특히 대부분의 실험계획법 참고서가 랜덤화 순서를 고려하지 않고 데이터 배열을 제시하고 있어 사용자의 경우 반복 있는 2인자의 모수모형, 혼합모형, 단일분할법, 이방분할법, 지분실험법에 따른 랜덤화 순서의 차이점을 이해하지 못하여 아예 적용을 못하거나 적용을 하더라도 틀린 분석모형을 선택하여 평가하는 우를 범하고 있다.

따라서 본 연구에서는 Block 인자, 지분(Nested Factor)인자, 되풀이(Repetition)에 의한 다양한 DOE 모형에 랜덤화 순서를 제시하고자 한다. 본 연구에서는 첫째, 기업에서 기술적 조건과 시간, 비용의 제약을 고려한 효율적인 DOE 데이터 구조 모형식으로 분할법[1-2, 6-7]과 RBD(Randomized Block Design)[3]의 다양한 모형을 제시한다.

둘째, 기업의 실무자가 특성치 데이터를 모형에 따른 인자수준 조건별로 구할 경우 활용될 수 있는 랜덤화 순서가 고려된 데이터 배열의 양식을 개발한다.

2. DOE에서 블록인자, 지분인자와 되풀이

DOE에서 인자는 모수인자(Fixed Factor : 고정인자)와 변량인자(Random Factor : 랜덤인자)로 통상 구분되며 모수인자는 CRD, 변량인자 중 Block 인자는 RBD 모형으로 구분된다. Block은 날짜별, 기술자별, 장치별, 로트배치별, 원료별, 치공구, 금형별 인자를 층별하여 동일 조건에서 실험하는 방법이 효율적일 경우 적용한다.

인자의 또 다른 분류방법으로 교차인자(Crossed Factor)와 지분인자(Nested Factor)가 있다. 교차인자는 모수인자와 같이 CRD의 랜덤화 순서이나, 지분인자는 완전 랜덤화가 비용과 시간이 많이 소요될 경우 적용하는 방법이다. 지분인자는 비효율적인 특정조건을 정해 놓고 상대적으로 효율적인 다른 조건을 CRD로 배치하는 랜덤화 순서방법이다.

실험의 오차를 분산하고 교호작용(Interaction)을 구하기 위해 DOE에서는 반복(Replication)을 하여 특성치를 구하며 랜덤화 순서는 CRD로 수행한다. 그러나 블록인자, 지분인자 내 또는 교차인자의 특정 조합조건을 되풀이(Repetition)하는 것이 시간과 비용을 절약할 수 있는 경우 유용하게 적용될 수 있다. 책을 두 번 읽는 경우 책을 첫 번째 읽고 두 번째 읽을 경우 Block 인자가 되고 반복(Replication)은 랜덤하게 페이지를 읽되 모든 페이지가 2번 될 때까지 보는 것이며 되풀이(Repetition)는 한 페이지를 두 번씩 읽는 것이다.

3. 3인자 이하 랜덤화 순서

3.1 2인자 모형

$A(i=1, 2, \dots, l)$, $B(j=1, 2, \dots, m)$ 의 분할법 데이터 구조 모형식 $y_{ij} = \mu + a_i + b_{j(i)} + e_{ij}$ 의 랜덤화 순서(Random Ordering : RO)는 <표1>과 같다.

<표1> 2단계 모형 RO

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| B_1 | | B_2 | |
| A_1 | A_2 | A_1 | A_2 |

3.2 3인자 모형

1차 단위 $A(i=1, 2, \dots, l)$, 2차 단위 $B(j=1, 2, \dots, m)$, 블록인자 $R(k=1, 2, \dots, r)$ 의 단일 분할법 데이터구조 모형식 $y_{ijk} = \mu + r_k + a_i + (ar)_{ik} + b_j + (ab)_{ij} + (br)_{jk} + e_{ijk}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표2>와 같다.

<표2> 1차 단위 A 단일분할법 RO

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | | | | R_2 | | | |
| A_1 | | A_2 | | A_1 | | A_2 | |
| B_1 | B_2 | B_1 | B_2 | B_1 | B_2 | B_1 | B_2 |

1차 단위 $A(i=1, 2, \dots, l) \times B(j=1, 2, \dots, m)$ 2원 배치, 2차 단위 되풀이($k=1, 2, \dots, r$)인 이방 분할법의 데이터 구조 모형식 $y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + e_{k(ij)}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표3>과 같다.

<표3> 이방 분할법 RO

| | | | | | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| $A_1 B_1$ | | $A_1 B_2$ | | $A_2 B_1$ | | $A_2 B_2$ | |
| 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 |

1차 단위 1원 배치 $A(i=1, 2, \dots, l)$, 2차 단위 되풀이 인자 ($j=1, 2, \dots, m$), Block 인자 $R(k=1, 2, \dots, r)$ 의 되풀이 분할법의 데이터 구조 모형식 $y_{ijk} = \mu + r_k + a_i + (ar)_{ik} + e_{ijk}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표4>과 같다.

<표4> 되풀이 분할법 RO

| Block 1 | | | | Block 2 | | | |
|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| A ₁ | | A ₂ | | A ₁ | | A ₂ | |
| 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 |

$A(i=1, 2, \dots, l)$, $B(j=1, 2, \dots, m)$, 되풀이 인자($k=1, 2, \dots, r$), 집단 인자의 변량모형의 지분실험법(다단계 분할법) 데이터 구조 모형식은 $y_{ijk} = \mu + a_i + b_{j(i)} + e_{k(ij)}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표5>와 같다.

<표5> A, B 지분실험법 RO

| A ₁ | | | | A ₂ | | | |
|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
| B ₁ | | B ₂ | | B ₁ | | B ₂ | |
| 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 |

$A(i=1, 2, \dots, l)$, $B(j=1, 2, \dots, m)$, Block 인자 $R(k=1, 2, \dots, r)$ 의 RBD 데이터 구조 모형식은 $y_{ijk} = \mu + r_k + a_i + b_j + (ab)_{ij} + e_{ijk}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표6>과 같다.

<표6> RBD RO

| R ₁ | | | | R ₂ | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| A ₁ B ₁ | A ₁ B ₂ | A ₂ B ₁ | A ₂ B ₂ | A ₁ B ₁ | A ₁ B ₂ | A ₂ B ₁ | A ₂ B ₂ |

4. 4인자 이상 랜덤화 순서

4.1 4인자 모형

$A(i=1, 2, \dots, l) \times B(j=1, 2, \dots, m)$ 가 1차 단위, 2차 단위 $C(k=1, 2, \dots, m)$, Block 인자 $R(p=1, 2, \dots, r)$ 의 단일분할법의 데이터 구조 모형식 $y_{ijkp} = \mu + r_p + a_i + b_j + (ab)_{ij} + (ar)_{ip} + (br)_{jp} + (abr)_{ijp} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + (cr)_{kp} + (acr)_{ikp} + (bcr)_{jkp} + e_{ijkp}$ 가 되며 랜덤화 순서(RO)는 <표7>과 같다.

<표7> 1차 단위 A×B 단일 분할법 RO

| R ₁ | | | | | | | | R ₂ | | | | | | | |
|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| A ₁ B ₁ | | A ₁ B ₂ | | A ₂ B ₁ | | A ₂ B ₂ | | A ₁ B ₁ | | A ₁ B ₂ | | A ₂ B ₁ | | A ₂ B ₂ | |
| C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ |

지면의 한계로 인자와 개수의 표현은 생략하고 모형의 이름, 데이터 구조식, 랜덤화 순서(RO)만을 기술한다.

1차 단위 A×B×C 3원 배치, 2차 단위 되풀이 인자인 삼방 분할법 데이터 구조 모형식 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ic} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + e_{ijkp}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표8>과 같다.

<표8> 삼방 분할법 RO

| | | | | | | | | | |
|---------------|-----|---------------|-----|--------|--|--|--|---------------|-----|
| $A_1 B_1 C_1$ | | $A_1 B_2 C_1$ | | | | | | $A_3 B_3 C_3$ | |
| 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | | | | | 되풀이 | 되풀이 |

1차 단위 A, 2차 단위 B, 3차 단위 C, Block 인자 R의 2단 분할법의 데이터 구조 모형식은 $y_{ijkp} = \mu + r_p + a_i + (ar)_{ip} + b_j + (ab)_{ij} + (br)_{jp} + (abr)_{ijp} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + (cr)_{kp} + (acr)_{ijp} + (bcr)_{jkp} + e_{ijkp}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표9>와 같다.

<표9> 2단 분할법 RO

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | | | | | | | | R_1 | | | | | | | |
| A_1 | | | | A_2 | | | | A_1 | | | | A_2 | | | |
| B_1 | | B_2 | | B_1 | | B_2 | | B_1 | | B_2 | | B_1 | | B_2 | |
| C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 | C_1 | C_2 |

A, B, C 3인자, 되풀이 인자 변량모형의 지분실험법의 데이터 구조 모형식은 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_{j(i)} + c_{k(ij)} + e_{p(ijk)}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표10>과 같다.

<표10> A, B, C 지분실험법 RO

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
| A_1 | | | | | | | | A_1 | | | | | | | |
| B_1 | | | | B_2 | | | | B_1 | | | | B_2 | | | |
| C_1 | | C_2 | | C_1 | | C_2 | | C_1 | | C_2 | | C_1 | | C_2 | |
| 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 | 되풀이 |

A 지분인자 분할법 데이터 구조 모형식 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_{j(i)} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + d_p + (ad)_{ip} + (bd)_{bp} + (cd)_{kp} + (acd)_{ijp} + e_{ijkp}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표11>과 같다.

<표11> A 지분인자 분할법 RO

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| A ₁ | | | | | | | | A ₁ | | | | | | | |
| B ₁ | | | | B ₂ | | | | B ₁ | | | | B ₂ | | | |
| C ₁ D ₁ | C ₁ D ₂ | C ₂ D ₁ | C ₂ D ₂ | C ₁ D ₁ | C ₁ D ₂ | C ₂ D ₁ | C ₂ D ₂ | C ₁ D ₁ | C ₁ D ₂ | C ₂ D ₁ | C ₂ D ₂ | C ₁ D ₁ | C ₁ D ₂ | C ₂ D ₁ | C ₂ D ₂ |

4.2 5인자 모형

1차 단위 A, 2차 단위 B×C, 3차 단위 D, Block 인자 R, 되풀이 인자 2단 분할법 데이터 구조 모형식 $y_{ijkpqz} = \mu + r_p + a_i + (ar)_{ip} + (br)_{jp} + (cr)_{kp} + (abc)_{ijk} + (bcr)_{jkp} + (abcr)_{ijkp} + (dr)_{qp} + (bdr)_{jqp} + (cdr)_{kqp} + (abdr)_{ijqp} + e_{ijkpqz}$ 이며 랜덤화 순서(RO)는 <표 12>와 같다.

<표12> 2차 단위 B×C인 2단 분할법 RO

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| R ₁ | | | | | | | | | | | | | | | | R ₁ | | | | | | | | | | | | | | | |
| A ₁ | | | | | | | | A ₂ | | | | | | | | A ₁ | | | | | | | | A ₂ | | | | | | | |
| B ₁ | | | | B ₂ | | | | B ₁ | | | | B ₂ | | | | B ₁ | | | | B ₂ | | | | B ₁ | | | | B ₂ | | | |
| C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ | C ₁ | C ₂ |
| 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 | 되 풀 이 |

5. 결 론

본 연구에서는 연구개발의 신제품 개발과 설비의 생산기술의 최적조건을 설정하는 경우 기술적 난이도 또는 비용과 시간의 효율성을 고려하는 DOE 모형을 제시하였다. 본 연구에서 제시한 DOE 모형은 블록인자, 지분인자, 되풀이 유형에 따라 2인자, 3인자, 4인자, 5인자 모형으로 구분하여 데이터의 구조식을 제시하고 랜덤화 순서를 위한 양식을 제시하였다.

기업의 실무자는 실험목표에 맞는 특성치 데이터를 본 연구에서 개발한 랜덤화 순서에 따른 데이터 배열 양식에 맞추어 인자 수준조건을 구할 경우 구조식의 이해는 물론 ANOVA 분석요인까지의 관계도 손쉽게 파악이 가능하다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 최성운, “블럭 반복측정을 이용한 품질통계 모형의 유형화”, 대한안전경영과학회지, 9 (3) (2007) : 165-171.
- [2] 최성운, “분할법에서 EMS 알고리즘을 이용한 풀링 분산검정”, 대한안전경영과학회지, 10 (3) (2008) : 245-251.
- [3] 새 MINITAB 실무완성, V 14.2, 이레테크, 2005.
- [4] Box G.E.P., Hunter W.G., Hunter J.S., Statistics for Experiments : An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building, Wiley, 1978.
- [5] Diamond W.J., Practical Experiment Designs for Engineers and Scientists, 3rd Edition, Wiley, 2001.
- [6] Federer W.T., King F., Variations on Split Plot and Split Block Experiment Designs, Wiley, 2007.
- [7] Goos P., The Optimal Design of Blocked and Split-Plot Experiments, Springer, 2002.
- [8] Mason R.L., Gunst R.F., Hess J.L., Statistical Design and Analysis of Experiments with Applications to Engineering and Science, 2nd Edition, Wiley, 2003.