

# Extended Kalman Filter기반의 PN부호 추적성능 Performance of PN Tracking with Extended Kalman Filter

배정남\*, 구성완\*, 김성일\*\*, 김진영\*

Jung-Nam Bae, Sung-Wan Koo, Sung-Ill Kim, Jin-Young Kim

## Abstract

In this paper, a PN code tracking loop with extended Kalman filter (EKF) is proposed for a direct-sequence spread-spectrum. EKF is used to estimate amplitude and delay in a multipath fading channel. It is shown that tracking error performance is significantly improved by EKF compared with a conventional tracking loop.

**Keywords** : PN code, tracking, extended Kalman filter (EKF), direct-sequence spread-spectrum (DSSS)

## I. 서론

페이딩 환경에 대한 PN(pseudonoise) 코드 추적은 직접 시퀀스 확산 스펙트럼(direct sequence spread spectrum : DSSS) 수신기 설계에서 중요한 문제이다. 이전 연구들에서 delay-locked loop(DLL), tau-dither loop (TDL), 그리고 그것들의 수정된 버전은 광범위하게 고려되어왔다[1]. 종래의 PN 코드 추적 루프는 AWGN 채널에서의 최적 성능을 위해 설계되었다[1,2]. 하지만, 이동통신 환경에 대한 응용을 위해서 추적 루프는 추적 성능이 심각하게 떨어지는 다중경로 페이딩 채널에서 제대로 된 동작이 요구된다[3]. 잦은 loss-of-lock이 시스템 용량을 감소시키는 통신 dead 시간을 증가시키기 때문에 PN 추적 성능이 이동통신 시스템의 용량에 영향력을 갖는다는 것은 잘 알려져 있다.

이 논문에서, 확장된 Kalman 필터(extended Kalman filter : EKF)를 사용하는 PN 코드 추적이 제안되었고 종래의 DLL과 비교하였다. 다중경로 페이딩 채널에서 PN 코드 성능을 높이기 위해, EKF가 채널의 크기와 지연 파라미터를 추정하는데 사용되었다[4]. 추적 성능은 추적 지터와 추적 에러 분산에 의해서 평가되었다.

## II. PN 추적 성능

그림 1은 제안된 EKF-DLL 추적 루프를 나타낸다. EKF는 다중 경로 페이딩 채널의 크기 및 지연을 예측한다[5]. EKF 단계 후의 EKF-DLL의 동작은 기존의 DLL과 동일하다.

직접 시퀀스 확산 스펙트럼 시스템의 수신 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

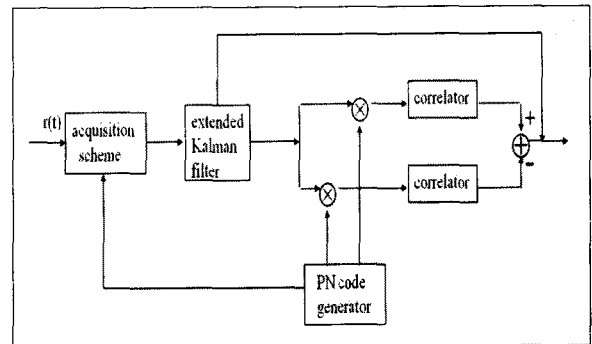


그림 1. extended Kalman filter를 적용한 PN 코드 동기화 구조  
Fig. 1. PN code synchronization scheme with extended Kalman filter

$$s(t) = \text{Re} \left[ \sqrt{2P}d(t)c(t) * h_T(t)e^{j2\pi f_c t} \right] \quad (1)$$

여기서  $P$ 는 신호파워,  $d(t)$ 는  $T_b$ 의 비트 간격을 갖는 데이터 시퀀스,  $c(t)$ 는  $T_c$ 의 칩 간격을 갖는 확산 시퀀스,  $H_T(t)$ 는 수신 필터의 등가적인 저역통과 임펄스 응답이다. 그리고 \*는 컨볼루션을  $f_c$ 는 반송파 주파수를 나타낸다. 간단한 분석을 위해 신호대역폭과 비교하여 도플러 쉬프트는 아주 작고, 수신 필터는  $0.5T_c$ 를 등가적인 저역통과 대역폭으로 갖는다고 가정한다.

다중경로페이딩의 저역통과 임펄스 응답은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h_c(\tau, t) = \sum_{n=0}^{L-1} \alpha_n(t) \delta(\tau - nT_c) \quad (2)$$

여기서  $\alpha_n(t)$ 는 레일레이분포의 복소수 진폭을 나타내고,  $\delta(\cdot)$ 은 델타함수,  $L$ 은 다중경로의 수를 나타낸다. 그리고 수신 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r(t) = \sum_{n=0}^{L-1} \alpha_n(t) s[(t-n)T_c + \tau(t)] e^{j\theta(t)} + n(t) \quad (3)$$

접수일자 : 2009년 8월 07일

최종완료 : 2009년 8월 07일

\*광운대학교 전파공학과

교신저자, E-mail : jinyoung@kw.ac.kr

\*\*KT 인프라연구소

$\tau(t)$ 는 알지 못하는 지연,  $\theta(t)$ 는 임의의 위상을 나타내고,  $n(t)$ 는 AWGN 성분을 나타낸다. 잡음 성분의 상관 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$E[n(k-i)n^*(k-j)] = \sigma_n^2 \cdot \delta_{i,j} \quad (4)$$

여기서,  $\sigma_n^2$ 은 잡음 분산이고,  $\delta_{i,j}$ 는 크로네커 델타 함수이다. 다중경로 채널의 파워 지연 프로파일은 지수적으로 감소하는 프로파일 모델로 가정하고, 식은 다음과 같이 주어진다.

$$E[\alpha_n^2(t)] = e^{-\beta t} \quad (5)$$

여기서,  $\beta$ 는 감소 상수이다. 저역통과 동가 도플러 파워 스펙트럼 다음과 같이 만들어 진다.

$$S(f) = [1 - (f/f_m)^2]^{-1/2}, |f| < f_m \quad (6)$$

$f_m = f_c \cdot (v/c)$ 는 최대 도플러 주파수,  $f_c$ 는 전송주파수,  $v$ 는 차량 속도,  $c$ 는 빛의 속도이다.

Kalman 필터(KF)는 예측 문제에서 여러 분산을 최소화 하는 최적의 필터로 알려져 있다[5]. Kalman 필터(KF)는 상태 변수  $\alpha_n(t)$ 와  $\tau(t)$ 가 다음의 2 조건을 만족한 경우에 MAP(maximum a posteriori) 예측이 된다.

- 1)  $\alpha_n(t)$ 과  $\tau(t)$ 는 Gauss-Markov 랜덤 프로세스이다.
- 2)  $\tau(t)$ 는 선형이다.

EKF는 최적의 비선형 필터를 근사하는데 광범위하게 사용된다[5]. EKF는 최적의 필터가 아니지만, 만약 경로 추적이 정확하다면 최적의 필터로 접근할 수 있다. 그래서 EKF는 관찰된 시퀀스의 상태 변수가 선형일 때 최소 분산 예측을 위해 실제적으로 근사 된다. 가정된 진폭과 지연 파라미터는 다음과 같이 만들어 진다.

$$\begin{aligned} \alpha_n(t+1) &= x_n \cdot \alpha_n(t) + w_n(t) \\ \tau(t+1) &= y \cdot \tau(t) + w_{\tau(t)} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $w_r(t)$ 는 평균 0, 분산  $\sigma_w^2$  가우시안 잡음이다.

만약 채널 파라미터를 위해 K-차 AR(autoressive) 모델을 적용하면 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_n(t+1) = \sum_{k=0}^{K-1} x_n(k) \cdot \alpha_n(t-k) + w_n(t) \quad (8)$$

고차의 AR 모델은 복잡한 과정을 통해 좀 더 정확한 측정을 할 수 있지만, 이 논문에서는 간단한 과정을 위해 일차 AR(autoressive) 모델을 사용하였다. 수신된 신호는 in-phase와 quadrature 성분으로 하향 변환되었을 때, 측정 과정은 다음과 같이 주어진다.

$$M(t) = F(\tau(t)) + n_g(t) \quad (9)$$

여기서,  $n_g(t)$ 는 in-phase와 quadrature 의 포함되어 있는 잡음 성분이다. 그리고  $F(\tau(t))$ 는 다음과 같이 주어진 신호 성분이다.

$$\begin{aligned} F(\tau(t)) &= \sum_{n=0}^{L-1} \alpha_{n_k}(t) \sqrt{2P} d(t) \\ &[R(\tau - (n-0.5)T_c) - R(\tau - (n+0.5)T_c)] \end{aligned} \quad (10)$$

$k=i$ ,  $k=q$ 는 in-phase와 quadrature의 성분을 각각 표시한다. 그리고 수신된 PN 시퀀스와 국부 PN 시퀀스 사이의 상관도는 다음과 같이 주어진다.

$$R(\tau) = \int_0^{T_b} [c(t) * h_T(t)] [c(t-\tau) * h_T(t-\tau)] dt \quad (11)$$

측정치  $M(t)$ 가  $\tau(t)$ 의 비선형 함수이기 때문에, 다음 식에 나타낸 것처럼 한 단계 예측으로써 테일러급수 확장을 이용하여 선형적으로 나타낼 수 있다.

$$F(\tau(t)) \approx F(\tau(t|t-1)) + \sum_{n=0}^{L-1} [\tau_n(t) - \hat{\tau}(t|t-1)] \frac{\partial}{\partial \tau_n} F(t) |_{\tau = \hat{\tau}(t|t-1)} \quad (12)$$

여기서,  $\hat{\tau}(\cdot)$ 는  $\tau(\cdot)$ 의 측정치이고, EKF의 갱신된 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\tau}(t|t) = \hat{\tau}(t|t-1) + P(t) [M(t) - F(\hat{\tau}(t|t-1))] \quad (13)$$

여기서,  $P(t)$ 는 칼만 이득으로 다음과 같이 나타낸다.

$$P(t) = Q(t|t-1)F'(t) \cdot [F'(t)^H Q(t|t-1)F'(t) + \sigma_n^2]^{-1} \quad (14)$$

$H$ 는 행렬의 에르미트(hermitian)를 나타내고,  $Q(t|t)$ 는 식 (15)로 주어진다.

$$Q(t|t) = [I - P(t)M'(t)^H] Q(t|t-1) \quad (15)$$

그리고  $F'(t)$ 는 한 단계 예측 벡터를 위한 시변 기울기이며 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} F'(t) &= [\frac{\partial}{\partial \tau_0} F(\hat{\tau}(t|t-1)), \frac{\partial}{\partial \tau_1} F(\hat{\tau}(t|t-1)), \\ &\dots, \frac{\partial}{\partial \tau_{L-1}} F(\hat{\tau}(t|t-1))]^H \end{aligned} \quad (16)$$

갱신된 분산은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma^2(t|t-1) = [F'(t)^H Q(t|t-1)F'(t) + \sigma_n^2] \quad (17)$$

### III. 시뮬레이션 결과 및 결론

시뮬레이션을 위해, 캐리어 주파수  $f_c = 900\text{MHz}$ , 도플러 주파수  $f_m = 50\text{Hz}$ ,  $x_n = 0.999$ ,  $y = 0.999$ ,  $\sigma_n^2 = 0.001$ ,  $\sigma_r^2 = 0.001$ ,  $h_T(t)$ 에 대한 볼-오프 팩터는 0.4, 초기 위상 오프셋은 0.5(chip)로 가정하였다. 그리고 PN 획득 경계들은 흡수하도록 가정되었다.

그림 2는 추적 지터 대 반복 횟수를 보여준다. 반복 횟수가 증가할수록, 추적 에러는 0 에 도달한다. 이것은 EKF-DLL이 종래의 DLL보다 빠르게 제로 추적 지터로 수렴하는 것을 보여준다.

그림 3은 2-ray (L=2)와 5-ray (L=5) 다중경로 페이딩 채널에 대한 추적 에러 분산 대 SNR/chip 을 나타낸다. 두 채널 모델에 대하여, EKF-DLL은 종래의 DLL보다 훨씬 적은 추적 에러 분산을 산출한다. SNR의 양이 EKF와 SNR의 감소를 통해 올라가기 때문에, SNR/chip이 증가할수록 EKF를 통한 성능 이득은 감소한다.

느린 페이딩 채널( $f_m = 10\text{Hz}$ )에서 빠른 페이딩 채널

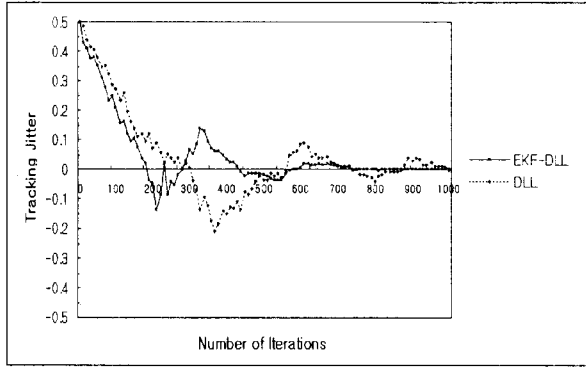


그림 2. 추적 지터 vs. 반복횟수  
Fig. 2. Tracking jitter vs. the number of iterations

( $f_m = 100\text{Hz}$ ) 까지 확장한 시뮬레이션 결과들로부터, 다중경로 페이딩 채널에서 EKF에 의해 PN 추적 성능이 매우 향상되었음을 알 수 있다. 이 논문의 결과는 직접 시퀀스 확산 스펙트럼 시스템의 PN 코드 추적 루프 설계에 적용될 수 있다.

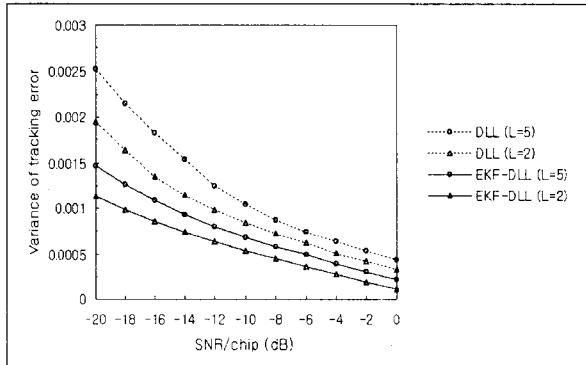


그림 3. 추적 에러 분산 vs. SNR/chip  
Fig. 3. Variance of tracking error vs. SNR/chip

**감사의 글**

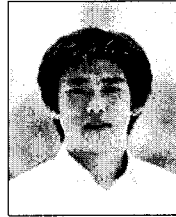
본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 IT 핵심기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [2007-S-029-03, 가정용/기업용 WiBro 시스템 기술 개발]

**[ 참고 문헌 ]**

[1] M. K. Simon, J. K. Omura, R. K. Scholtz, and B. K. Levitt, *Spread Spectrum Communications Handbook*, McGraw Hill Co., 1994.  
 [2] H. P. Hartmann, "Analysis of a dithering loop for PN code tracking," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-2, pp. 415-424, Jan. 1974.  
 [3] J. Y. Kim and J. H. Lee, "Tracking performance for a DS/SSMA system in a fading mobile channel," in *Proc. of Multi-Dimensional Mobile Communications (MDMC '96) Conference*, pp. 796-800, July 1996.  
 [4] A. Aghamohammadi and H. Meyer, "Adaptive synchronization and channel parameter estimation

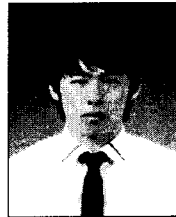
using an extended Kalman filter," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-37, no. 11, Nov. 1989.

[5] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 1996.



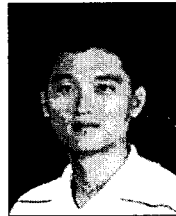
**배정남**

2009년 광운대학교 전자공학과 졸업  
 2009년~현재 광운대학교 전자공학과 석사과정  
 <관심분야> 디지털통신, 채널 부호화, 디지털 방송전송기술  
 <e-mail> [jn1112@kw.ac.kr](mailto:jn1112@kw.ac.kr)



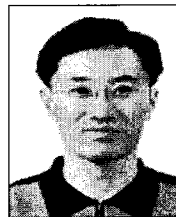
**구성완**

2008년 광운대학교 전자공학과 졸업  
 2008년~현재 광운대학교 전자공학과 석사과정  
 <관심분야> 디지털통신, 가시광통신  
 <e-mail> [goodtti@kw.ac.kr](mailto:goodtti@kw.ac.kr)



**김성일**

2002년 고려대학교 전기공학과 (공학사)  
 2004년 고려대학교 전자컴퓨터공학과 (공학석사)  
 2004년~현재 KT 인프라연구소 선임연구원  
 <관심분야> WiBro 망구조 연구  
 <e-mail> [semperor@kt.com](mailto:semperor@kt.com)



**김진영**

1998년 서울대 전자공학과 (공학박사)  
 2000년 미국 Princeton University, Research Associate.  
 2001년 SK텔레콤 네트워크 연구원 책임연구원  
 2001년~현재 광운대학교 전자공학과 부교수  
 2009년 현재 미국 M.I.T 공대 Visiting Scientist  
 <관심분야> 디지털 통신, 신호처리, 채널 부호화  
 <e-mail> [jinyoung@kw.ac.kr](mailto:jinyoung@kw.ac.kr)