



# 유체 유동을 동반한 수치상결정 미세구조의 3차원 성장에 대한 수치해석적 연구

윤익로,<sup>\*1</sup> 신승원<sup>2</sup>

## NUMERICAL SIMULATION OF THREE-DIMENSIONAL DENDRITIC GROWTH WITH FLUID CONVECTION

Ikroh Yoon<sup>\*1</sup> and Seungwon Shin<sup>1</sup>

*Most material of engineering interest undergoes solidification process from liquid to solid state. Identifying the underlying mechanism during solidification process is essential to determine the microstructure of material which governs the physical properties of final product. In this paper, we expand our previous two-dimensional numerical technique to three-dimensional simulation for computing dendritic solidification process with fluid convection. We used Level Contour Reconstruction Method to track the moving liquid-solid interface and Sharp Interface Technique to correctly implement phase changing boundary condition. Three-dimensional results showed clear difference compared to two-dimensional simulation on tip growth rate and velocity.*

**Key Words :** 수치해석(Numerical Simulation), 수치상결정(Dendrite), 가상경계법(Immersed Boundary Method), 대류유동(Convective Flow), Front Tracking, Sharp Interface Method

### 1. 서 론

공학에서 중요한 많은 재료의 처리에는 대부분 액체로부터 고체로 응고하는 과정이 존재한다. 재료가 응고하는 과정은 매우 작은 길이 스케일에서 열전달과 표면장력의 지배를 받는 복합적인 현상이며, 이 때 결정되는 미세결정구조는 최종 제품의 물리적 성질을 결정한다. 또한 대부분의 응고 과정이 용융 상태의 유체 유동을 동반하며, 유체의 유동이 미세결정 구조에 미치는 영향의 중요성은 이미 Glicksman 등[1]에 의해 밝혀졌다.

수치상결정의 미세결정구조 형성에 대한 이론적 연구는 매우 특정한 상황에 한정되므로 수치적인 연구가 보다 활발히 진행되고 있다. Sethain 등[2]과 Sheeler 등[3], Juric 등[4]은 level-set 방법과 phase-field 방법 및 front tracking 방법을 이용하여 유체의 유동을 포함하지 않는 2차원 문제를 연구하였다.

한편 Tonhardt 등[5]은 고체를 액체보다 100배의 점성이 되도록 하여 결정 형성 과정을 모델링 하였고, Beckerman 등[6]은 force field를 운동량 방정식에 추가함으로써 유체의 유동을 포함하였으며, Udaykumar 등[7]은 부분적으로 수정된 균일 격자계를 사용하는 방법을 제시하여 유체의 유동을 포함한 연구를 하였다. 최근 front tracking 방법을 사용한 Al-Rawahi 등[8]과, phase field 방법을 사용한 Jeong 등[9]은 유체의 유동을 수반하는 3차원 결정 성장 과정을 연구하여 2차원 문제와의 차이점을 보여주었다.

실제 수치상결정은 대부분 3차원으로 성장한다. 3차원의 경우 결정 주위의 유동장이 2차원과는 매우 다른 특성을 가지므로 수치상결정의 3차원 성장과정에 대한 연구는 매우 중요하며, 본 연구에서는 기존의 2차원 알고리즘을 3차원으로 확장하고자 한다. 시간에 따라 성장하는 3차원 상 계면을 추적하기 위하여 front tracking과 level-set의 하이브리드 형태인 Level Contour Reconstruction Method(LCRM)[10,11]를 이용하였고, 계면에서의 정확한 상평형 조건의 적용을 위해 Sharp Interface Technique[12,13]을 사용하였다. 더불어, 지지함수 및 계면에서의 곡률을 보다 정확하고 효율적으로 계산하기 위해

<sup>1</sup> 학생회원, 홍익대학교 기계시스템디자인공학과

<sup>2</sup> 정회원, 홍익대학교 기계시스템디자인공학과

\* Corresponding author, E-mail: yoonikroh@gmail.com

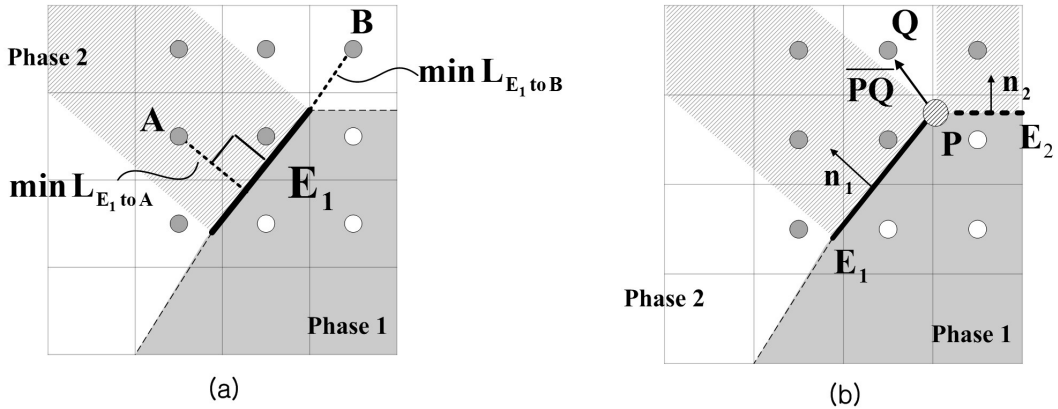


Fig. 1 Computing distance function from the existing 1D linear interface elements for 2D simulation: (a) the minimum distance point is located to inside the line segment. (b) the minimum distance point is located at the edge of the element.

거리 함수를 계면에서 직접 구하여[14] 유체의 유동을 수반하는 미세결정구조의 3차원 성장 거동을 파악하고자 한다.

## 2. 수치 해석 방법

### 2.1 지배방정식

본 연구에 사용된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \begin{cases} \alpha = \alpha_L & \text{in liquid phase} \\ \alpha = \alpha_S & \text{in solid phase} \end{cases} \tag{3}$$

여기서 각각  $\mathbf{u}$ 는 속도 벡터,  $P$ 는 압력,  $\mathbf{g}$ 는 중력가속도,  $T$ 는 온도,  $\rho$ 는 밀도,  $\alpha$ 는 각 상의 열확산율을 나타낸다.

시간에 따라 이동하는 상 계면은 high-order Level Contour Reconstruction Method (LCRM)[10,15]를 이용하여 추적하였다. 기존의 LCRM은 주어진 지시함수  $I$ 를 선형 보간하여 계면요소를 재생성 하였으나 high-order LCRM에서는 trial function의 추가로 계면에서 지시함수를 정확하게 0으로 보간함으로써 보다 정확하게 계면요소를 재생성 할 수 있으며, 자세한 내용은 [14,15]에 기술되어있다.

에너지 방정식에서 점성 소산은 고려되지 않았으며, 계면에서의 질량유속은 식 (4)를 이용하여 구할 수 있다.

$$\dot{m}_f h_{fg} = -k_L \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_L + k_S \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_S \tag{4}$$

계면에서의 질량유속이 구해지면, 식 (5)를 적분하여 계면의 위치를 이동시킨다.

$$\frac{d\mathbf{x}_f}{dt} = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} \mathbf{n} = V \tag{5}$$

계면에서의 온도분포는 Gibbs-Thomson 방정식을 이용하여 다음과 같이 계산하였다[8].

$$T_f = T_m \left( 1 - \frac{\sigma}{\rho L} \kappa \right) \tag{6}$$

$$\sigma = \sigma_0 \left( 1 - A_s \left( 4(n_1^4 + n_2^4 + n_3^4) - 3 \right) \right) \tag{7}$$

식 (6)과 식 (7)에서  $T_m$ 은 응고점,  $\sigma$ 는 표면장력계수,  $L$ 은 잠열,  $n_1, n_2, n_3$ 는 단위수직벡터,  $A_s$ 는 표면장력의 anisotropy이며 kinetic mobility는 고려하지 않았다. 표면 곡률  $\kappa$ 를 계산하기 위해 Shin 등[11]에 의해 제시된 하이브리드 방법을 사용하였으며 다음 식 (8)과 같이 계산한다.

$$\kappa_H = \frac{\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{G}}{\sigma \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}} \tag{8}$$

이 때  $\kappa_H$ 는 twice mean curvature이며 식 (8)의  $\mathbf{F}_L$ 은 다음

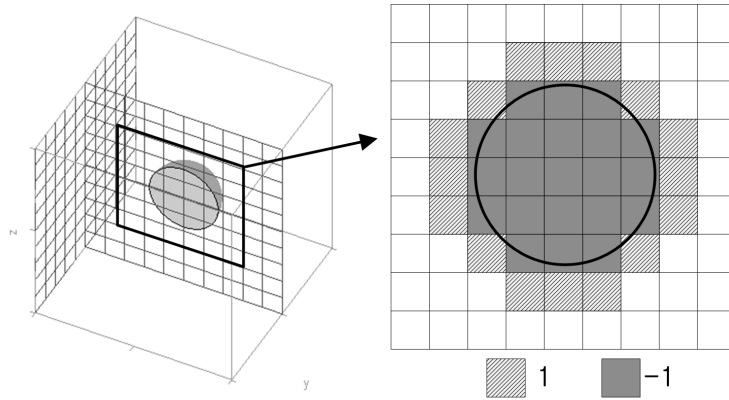


Fig. 2 Sign function distribution near the interface before expansion.

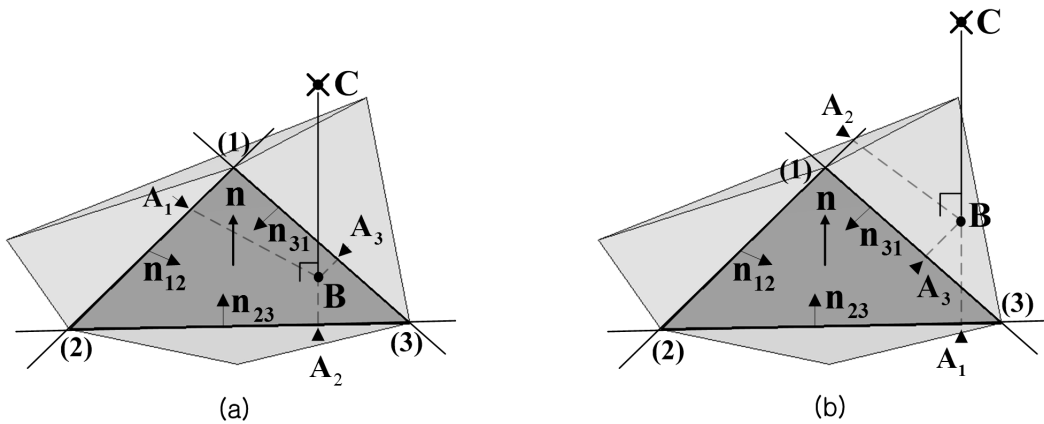


Fig. 3 Computing distance function from existing 2D triangular interfacial elements for 3D simulation: (a) intersection of normal is inside the element. (b) intersection of normal is placed outside the element.

과 같이 구할 수 있다[11].

$$F_L = \int_{\Gamma(t)} \sigma \kappa_f \mathbf{n}_f \delta_f(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) ds \quad (9)$$

식 (9)의  $\mathbf{n}_f$ 는 계면의 단위 수직 벡터,  $\mathbf{x}_f = \mathbf{x}(\mathbf{x}, t)$ 는 계면의 위치이며,  $\delta_f(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f)$ 는  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_f$ 에서만 0이 아닌 값을 갖는 3차원 dirac delta 함수이다.  $G$ 에 대해서는 본문 2.2에서 자세히 기술하겠다.

Navier-Stokes 방정식은 Chorin의 projection method[16]를 사용하여 시간에 따라 적분하였으며 본 연구에서는 1차 전진 오일러법이 사용되었다. Halow 등[17]의 MAC method로 차분된 공간에서 대류항은 2차 ENO 방법[18]을 사용하여 계산하였고 점성항의 계산에는 시간 차분의 안정성을 위해 Crank-

Nicholson 방법이 사용되었으며, 압력장의 계산에는 FISHPAK [19]이 사용되었다. 본 연구에 사용된 지배방정식의 계산법에 대한 보다 자세한 내용은 [10,11]에 기술되어있다.

### 2.2 거리함수의 직접계산법

밀도와 점도 등 각 상에 대한 물성치는 0에서 1까지 부드럽게 변화하는 특성을 갖는 헤비사이드 함수(heaviside function) 형태의 지시함수(indicator function)  $I$ 에 의해 다음 식 (10)과 같이 정의할 수 있다.

$$b(\mathbf{x}, t) = b_1 + (b_2 - b_1)I(\mathbf{x}, t) \quad (10)$$

기존의 front tracking 방법에서는 모든 격자에 대해 다음

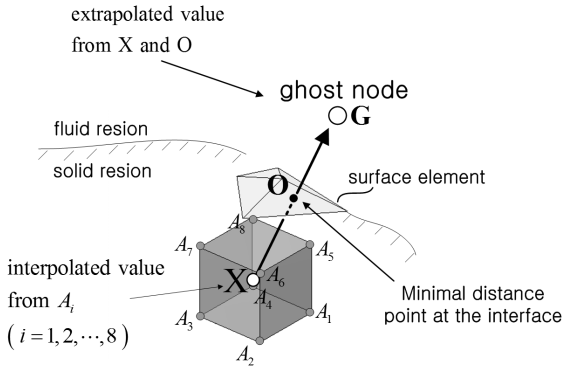


Fig. 4 Schematic diagram of Sharp Interface Method for three-dimensional simulation.

식 (11)과 같은 Poisson 방정식의 해를 계산함으로써 지시함수 (indicator function)  $I$ 를 구하였다.

$$\nabla^2 I = \nabla \cdot G \tag{11}$$

이 때 공간적인 분포를 나타내는 함수  $G$ 는 다음 식 (12)를 이용하여 계산한다.

$$G = \int_{\Gamma(i)} \mathbf{n}_f \delta_f(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) ds \tag{12}$$

그러나 위와 같은 방법은 Poisson 방정식의 해를 계산해야 하는 부담이 심할뿐더러, 특히 계면이 벽면과 접할 경우 경계 조건을 정확히 부여하는 것이 어렵다. 본 연구에서는 계면에서의 최소거리점을 찾아 거리함수를 계면으로부터 직접적으로 계산하는 방법을 사용하여 기존 방법에 비해 컴퓨터의 계산적인 부담을 줄이고 계면 주위에서의 곡률을 더욱 정확하게 계산하도록 하였다[14].

계면의 한 요소에서 주위를 둘러싼 충분한 격자를 정의할 때, 주어진 격자점으로부터 계면까지의 최소거리 및 계면 위 최소거리점의 위치를 정의할 수 있다. 이러한 과정을 모든 계면 요소에 대해 반복하여 적용하면 계면에서 적절한 거리에 위치한 격자점에서 계면으로의 거리함수를 생성할 수 있다. 이 방법은 각 계면 요소로부터 주위 격자까지의 거리함수를 직접 계산하므로 Poisson 방정식의 해를 계산하는 기존의 방법에 비해 매우 경제적으로 거리함수를 구할 수 있다.

계면의 요소들에 대한 주변 격자와의 최소거리점 및 최소거리가 구해지면, 거리함수의 정확한 부호(sign)를 계산하기 위해 각 격자의 부호함수장(sign function field)을 추가적으로 구하여야 한다. 계면의 요소는 특정한 방향을 가지고 있으

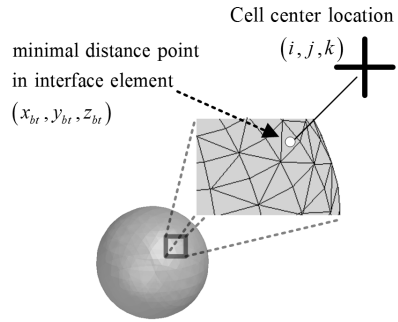


Fig. 5 The curvature value at cell center location can be interpolated at minimum distance points on the interface for compact curvature support.

로 수직방향의 단위벡터  $\mathbf{n}$ 을 사용하여 최소거리점이 Fig. 1(a)의 점 A와 같이 계면 요소  $E_1$ 의 선 위에 위치하는 경우(벗금친 영역)는 부호를 결정하기가 간단하다. Fig. 1(a)의 점 B, 또는 Fig. 1(b)의 점 Q와 같이 최소거리점이 계면 요소의 선위를 벗어나 끝점에 위치하는 경우는 부호함수의 결정에 다수의 계면 요소가 영향을 줄 수 있으므로 식 (13)을 사용하여 부호를 결정한다.

$$S_0(Q) = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^m \mathbf{PQ} \cdot \mathbf{n}_i \right) \quad (i=1,2,3,\dots,m) \tag{13}$$

여기서  $m$ 은 주어진 격자점에 영향을 주는 모든 계면 요소의 수이고 초기 부호함수  $S_0$ 는 +1 또는 -1의 값을 갖게 된다.

모든 계면 요소 주위의 격자 부호가 구해지면 Fig. 2와 같이 계면을 둘러싼 초기 부호함수장을 생성할 수 있고 식 (14)를 이용하여 전 격자에 대해 부호함수장을 확장할 수 있다.

$$\nabla^2 S(\mathbf{x}) = 0 \tag{14}$$

식 (14)의 해는 격자의 부호만 판단하면 되므로 완벽히 수렴할 필요 없이 몇 번의 반복 계산만으로도 경계면 주위의 부호함수장  $S_0$ 를 모든 격자로 확장할 수 있다.

3차원에서 지시함수  $I$  및 부호함수장을 구하는 개념은 2차원의 경우와 같다. 3차원 계면은 삼각형요소로 구성되어 있으므로 격자와 최소거리를 갖는 점이 삼각형요소의 내부 및 삼각형의 외각선, 또는 꼭지점에 위치한다. 격자중심점 C에서 점 (1), 점 (2), 점 (3)으로 구성된 삼각형요소 수선을 내리면 수선과 삼각형 요소의 교점 B는 Fig. 3(a)와 같이 삼각형

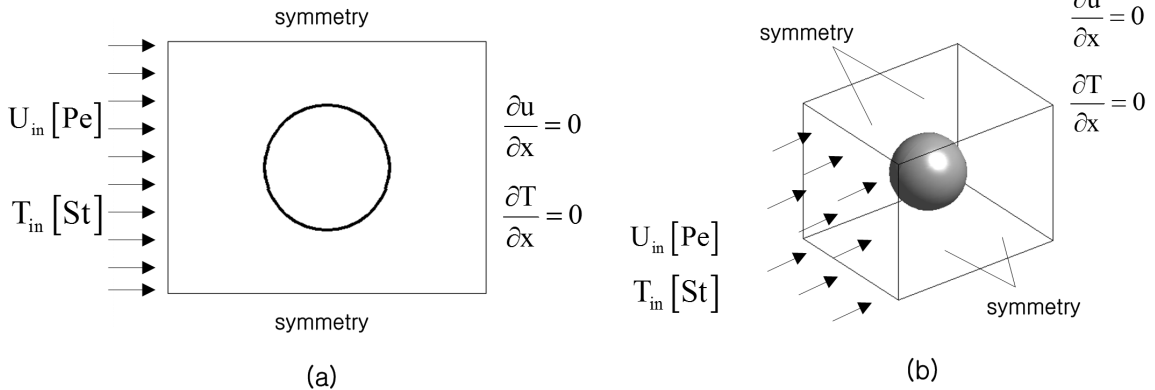


Fig. 6 Computational geometry: (a) two-dimensional simulation. (b) three-dimensional simulation.

요소의 내부에 있거나, 또는 Fig. 3(b)와 같이 삼각형요소의 외부에 있을 수 있다. 점 (1), 점 (2), 점 (3)에 순서를 부여하면 삼각형요소 자체의 수직벡터  $\mathbf{n}$  및 요소를 구성하는 선분 (1)(2), (2)(3), (3)(1)의 수직 벡터  $\mathbf{n}_{12}, \mathbf{n}_{23}, \mathbf{n}_{31}$ 을 정의할 수 있고, 교점 B에서 각 선분 (1)(2), (2)(3), (3)(1)에 내린 수선의 교점  $A_1, A_2, A_3$ 를 구한다.  $\mathbf{n}_{12} \cdot A_1B > 0, \mathbf{n}_{23} \cdot A_2B > 0, \mathbf{n}_{31} \cdot A_3B > 0$ 이면, Fig. 3(a)와 같이 점 B는 삼각형요소의 내부에 있으므로 점 C와 삼각형요소의 최소거리는 선분 BC와 같다.  $\mathbf{n}_{12} \cdot A_1B, \mathbf{n}_{23} \cdot A_2B, \mathbf{n}_{31} \cdot A_3B$ 의 값 중에서 1개 이상이 0보다 작으면 Fig. 3(b)와 같이 점 B는 삼각형요소의 외부에 있게 된다. 여기서 0보다 작은 값이 2개면 최소거리점은 꼭지점 위에 위치하고, 0보다 작은 값이 1개면 최소거리점은 선분 위에 위치한다. Fig. 3(b)에서  $\mathbf{n}_{12} \cdot A_1B > 0, \mathbf{n}_{23} \cdot A_2B > 0, \mathbf{n}_{31} \cdot A_3B < 0$ 이므로 점 B는 삼각형요소의 외부에 있고, 최소거리점은 선분 (1)(3)위에 위치한다. 이 때 점  $A_3$ 가 선분 (1)(3)위에 위치한다면 최소거리점은 점  $A_3$ 가 되고, 그렇지 않다면 최소거리점은 점 (1), 또는 점 (3)이 된다. 위와 같은 방법으로 계면 주위에서의 최소거리 및 최소거리점을 구한 후, 2차원과 같은 방법으로 부호함수장을 계산하여 거리함수를 구하게 된다.

### 2.3 SHARP INTERFACE METHOD

상 계면에서 정확한 상평형 조건을 적용하기 위하여 Sharp Interface Method[12,13]를 사용하였다. 기존의 front tracking 방법[8]이 델타 함수(delta function)를 사용하여 계면 주위에 유한한 두께를 갖는 소스 항을 포함시키는 것과 달리, sharp interface method는 ghost node를 정의하여 각 상에서 에너지방정식을 독립적으로 적용한다. 이미 생성된 부호함수를 이용하여 고체 영역과 액체 영역을 쉽게 구분할 수 있고, 계면에 가

장 가까운 바깥 쪽 격자점을 ghost node로 정의하여 경계점으로 취급한다. Fig. 4에서와 같이 고체영역(solid node)에서는 액체영역(fluid node)에 포함된 ghost node의 값을 조절하여 적합한 경계조건이 적용된다.

Fig. 4에서 상 계면에서  $\overline{OG}$  방향으로 일정거리에 위치한 고체영역 내부의 점 X로부터 ghost node에서의 값을 아래 식을 이용하여 외삽할 수 있다.

$$\phi = a_0 + a_1 r \tag{15}$$

여기서  $r$ 은 점 O로부터의 G까지의 거리이고 계수  $a_0$ 와  $a_1$ 은 점 O와 X의 정보로부터 계산할 수 있으므로 식 (15)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = a_0 + (\phi_x - \phi_0) r / d_x \tag{16}$$

식 (16)에서  $\phi_0$ 는 상 계면에서의 값이다. 속도장의 경우 점착조건  $\phi_0 = 0$ , 온도장의 경우에는 상평형조건  $\phi_0 = T_f$ 가 사용되었다.  $\phi_x$ 은 점 X에서 주변점  $A_i (i=1, 2, \dots, 8)$ 의 이미 알고 있는 값을 선형 보간하여 구한 값이다.  $d_x$ 는 계면 위의 점 O에서 점 X까지의 거리인데 점 X의 주변점  $A_i$ 들이 고체의 영역에 있도록 적절한 값을 선택해야 하며, 본 연구에서는 격자의 1.5배의 크기가 사용되었다. 식 (16)을 이용하면 계면으로부터의 거리  $d_x$ 를 갖는 ghost node에서의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_g = a_0 - d_g (\phi_x - \phi_0) / d_x \tag{17}$$

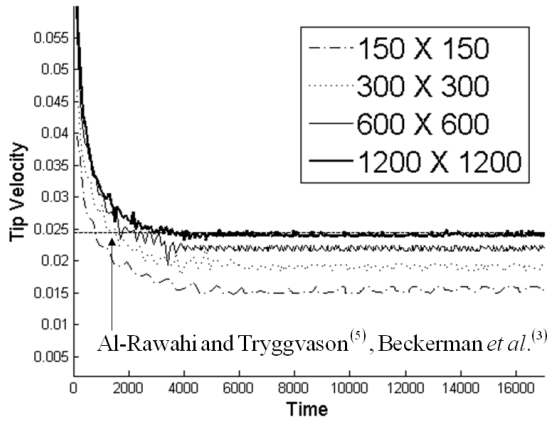


Fig. 7 Dendrite arm tip velocities vs. time with fluid flow for two dimensional simulations.

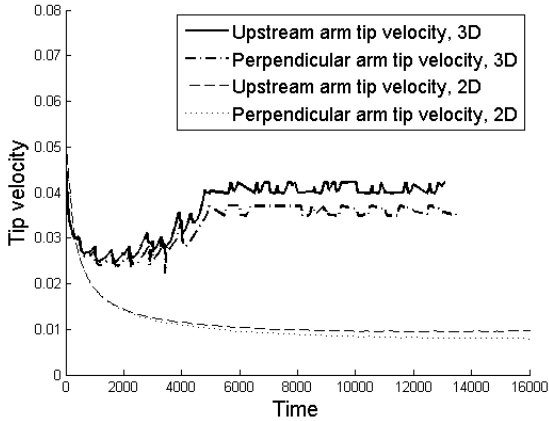


Fig. 8 Dendrite arm tip velocities vs. time for both two- and three- dimensional results.

### 2.4 COMPACT CURVATURE FIELD

본 연구에서는 compact curvature field 방법[14,20]을 사용하여 계면에서의 곡률을 계산하였다. 지시함수  $I$ 를 구하는 과정에서 주변 격자와 가장 가까운 거리의 계면 요소를 이미 구하였고 Fig. 5에서 보이듯이 가장 가까운 계면요소 위의 점에서 보간된 곡률을 사용하여 다음 식 (18)과 같이 compact curvature field,  $\kappa_c$ 를 계산할 수 있다.

$$\kappa_c(i, j, k) = \kappa_H(x_{bt}, y_{bt}, z_{bt}) \quad (18)$$

$\kappa_H$ 는 계면요소 위의 가장 가까운 점  $(x_{bt}, y_{bt}, z_{bt})$ 에서 보간된 곡률이고, 식 (18)로 계산된 곡률분포를 이용하여 주어진 경계면에서의 곡률을 구하게 된다.

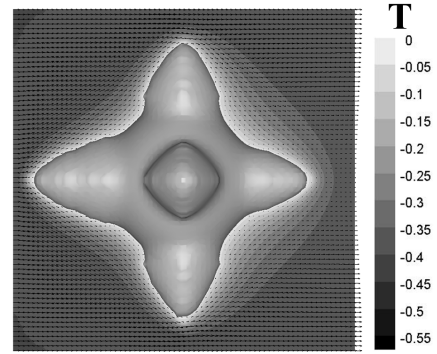


Fig. 9 The temperature contour and the velocity vector for the three-dimensional dendrite.

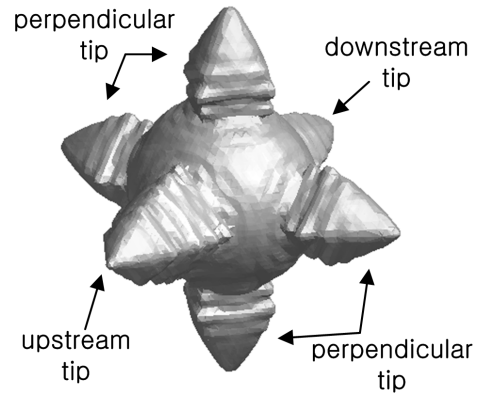


Fig. 10 The morphology of the three-dimensional dendrite.

### 3. 결과 및 토의

특성시간,  $\tau = d_0^2 \rho c_{p,s} / k_s$ , 특성길이,  $d_0 = T_m \gamma_0 c_{p,s} / \rho L^2$ , 특성온도,  $\tilde{T} = L / c_{p,s}$ 를 이용하여 다음과 같은 무차원 변수를 정의하였다. 여기서  $c_p$ 는 각 상에 대한 비열이고,  $k$ 는 각 상에 대한 열전도율이다. 본 연구에서  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $k$ ,  $a$ 는 액체와 고체에서 모두 동일한 값이 사용되었다.

$$St = \frac{c_{p,s} \Delta T}{L} \quad Pr = \frac{c_{p,s} \mu}{k_s} \quad Pe = \frac{U \cdot d_0}{a_s}$$

우선 완성된 수치 계산 방법의 정확성을 파악하기 위하여 2차원 격자에서 시간에 따른 결정 팁(tip)의 성장속도 변화를 Al-Rawahi 등[21], Beckerman 등[6]의 결과와 비교하였다.  $A_s = 0.75$ ,  $Pr = 23.1$ ,  $St = -0.55$ ,  $Pe = 0.03475$ ,  $d_0 = 2161.151$ 인 경우  $150^2$ ,  $300^2$ ,  $600^2$ ,  $1200^2$  격자에서



팁 성장 속도를 추적한 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 그림에서 보이듯이 상류 방향 팁의 성장속도는 격자가 증가하면서  $1200^2$ 의 격자에서 0.0244로 Al-Rawahi 등[21]과 Beckerman 등[6]의 결과와 정확히 일치하였다. 하류방향 팁 성장속도는 정상상태로 수렴하지 않고 계속해서 감소하는 결과를 보이는데, 이에 대해서는 Al-Rawahi 등[21] 및 Beckerman 등[6]의 결과도 같은 현상을 보인다.

한편 Al-Rawahi 등[8] 및 Jeong 등[9]은 3차원의 경우 수치상결정 팁의 성장 거동이 2차원 경우와는 매우 다른 것을 보여주었다. 본 연구에서는 2차원과 3차원의 차이점을 파악하기 위해  $d_0 = 1000$ ,  $Pe = 0.03475$ ,  $A_s = 0.75$ ,  $Pr = 23.1$ ,  $St = -0.55$ 의 경우에서 3차원( $70 \times 70 \times 70$ ) 및 2차원( $70 \times 70$ ) 결과의 팁 성장속도를 비교하였고 그 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 그림에서와 같이 3차원의 경우 결정 팁의 성장 속도는 2차원 결과와 확연한 차이를 나타냈으며, 3차원에서 결정 팁의 성장 속도가 2차원에 비해 더욱 큰 결과를 보였다. 3차원에서 유동의 상류 방향 팁의 성장속도는 0.041, 2차원의 경우는 0.0095로 3차원의 경우가 2차원의 경우보다 한 차수(order) 높은 값을 가졌다. 유동방향에 수직한 팁의 성장속도는 3차원에서 0.036, 2차원에서 0.0083으로, 3차원의 결과가 2차원보다 한 차수 높게 나타나는 점에서 상류 방향 팁의 성장속도와 비슷한 경향을 보였다. 3차원에서 결정 팁이 2차원의 경우보다 더욱 빠르게 성장하는 것은 Al-Rawahi 등[8] 및 Jeong 등[9]의 연구에서도 같은 경향을 보였다. 2차원에서는 유동방향에 수직한 팁이 성장하면서 하류 방향으로 큰 후류를 발생시키고, 후류에 의해 온도구배가 감소하면서 팁의 성장속도가 감소하는 경향을 보였다. 그러나 3차원에서는 유동방향에 수직한 팁의 사이로 유동이 흘러갈 수 있으므로 2차원에 비해 상대적으로 후류의 크기가 작고, 따라서 팁은 2차원에 비해 더욱 빠른 속도로 성장하게 된다.

$70 \times 70 \times 70$ 의 격자에서  $\tau = 1.3 \times 10^4$ 일 때의 결과를 Fig. 9와 10에 나타내었다. Fig. 9는 수치상결정 주위의 속도장 및 온도장을 나타내고, Fig. 10은 같은 시간에서 결정의 형태를 나타낸다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 유체의 유동을 동반한 수치상결정 미세구조의 3차원 성장과정을 LCRM과 Sharp Interface Method를 적용하여 해석하였다. 지시함수를 보다 정확하고 효율적으로 계산하기 위해 거리 함수를 계면에서 직접 구하였고, 가장 가까운 계면 위의 점에서 보간된 곡률을 직접적으로 사용하여 보다 정확하게 곡률을 계산하였다.

수치상결정의 3차원 성장은 2차원에 비해 팁의 성장속도

및 형태에서 명확한 차이를 나타냈으며, 팁의 성장속도는 2차원 경우보다 한 차수 큰 결과를 보였다.

실제 응고과정은 많은 결정 핵이 존재하므로 유체의 유동이 다핵 수치상결정의 성장에 미치는 영향을 파악하는 것은 매우 중요하며, 이를 위해 더욱 많은 격자를 사용할 필요가 있다. 현재 다핵 수치상결정의 성장과정에 대한 보다 구체적인 연구 및 병렬 계산법에 대한 연구가 진행 중이다.

#### 참고문헌

- [1] 1982, Glicksman, M.E. and Huang, S.C., "Convective heat transfer during dendritic growth, in Convective Transport and Instability Phenomena, edited by J.Zierep and H.Ortel, Jr. (Braun, Karlsruhe)," p.557.
- [2] 1992, Sethian, J.A. and Strain, J., "Crystal growth and dendritic solidification," *J. Comput. Phys.*, Vol.85, p.342.
- [3] 1993, Wheeler, A.A., Murray, B.T. and Scafer, R.J., "Computation of dendrites using a phase field model," *PhysicaD*, Vol.66, p.243.
- [4] 1996, Juric, D. and Tryggvason, G., "A front tracking method for dendritic solidification," *J. Comp. Phys.*, Vol.123, p.127.
- [5] 1998, Tonhardt, R. and Amberg, G., "Phase-field simulation of dendritic growth in an shear flow," *J. Crystal Growth*, Vol.194, p.406.
- [6] 1999, Beckerman, C., Diepers, H.-J., Steinbach, I., Karma, A. and Tong, X., "Modeling melt convection in phase-field simulations of solidification," *J. Comput. Phys.*, Vol.154, p.468.
- [7] 1999, Udaykumar, H.S., Mittal, R. and Shyy, W., "Computation of solid-liquid phase fronts in the sharp interface limit on fixed grids," *J. Comput. Phys.*, Vol.153, pp.535-574.
- [8] 2004, Al-Rawahi, N. and Tryggvason, G., "Numerical simulation of dendritic solidification with convection: Three-dimensional flow," *J. Comput. Phys.*, Vol.194, pp.677-696.
- [9] 2001, Jeong, J.-H., Goldenfield, N. and Dantzig, J.A., "Phase field model for three-dimensional dendritic growth with fluid flow," *Phys. Rev.*, Vol.64, No.4, 041602.
- [10] 2002, Shin, S. and Juric, D., "Modeling three-dimensional multiphase flow using a level contour reconstruction method for front tracking without connectivity," *J. Comput. Phys.*, Vol.180, pp.427-470.



- [11] 2005, Shin, S., Abdel-Khalik, S.I., Daru, V. and Juric, D., "Accurate representation of surface tension using level contour reconstruction method," *J. Comput. Phys*, Vol.203, pp.493-516.
- [12] 1999, Fedkiw, R.P., Aslam, T., Merriman, B. and Osher, S., "A Non-Oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (the Ghost Fluid Method)," *J. Comput. Phys*, Vol.152, p.457.
- [13] 2006, Shin, S. and Abdel-Khalik, S.I., "Numerical Modeling of Evaporating Thin Liquid Film Instability on a Heated Cylindrical Rod with Parallel and Cross Vapor Flow," *Nuclear Science and Engineering*, Vol.156, pp.1-16.
- [14] To be published, Shin, S. and Juric, D., "A hybrid interface method for three-dimensional multiphase flows based on front tracking and level set techniques," *International journal for numerical methods in fluids*.
- [15] 2007, Shin, S. and Juric, D., "High order level contour reconstruction method.," *J. Comput. Phys*, Vol.222, pp.872-878.
- [16] 1968, Chorin, J., "Numerical solution of the Navier-Stokes equations," *Math. Comput*, Vol.22, pp.745-762.
- [17] 1965, Harlow, F.H. and Welch, J.E., "Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface," *Physics of fluids*, Vol.8, pp.2182-2189.
- [18] 1989, Shu, C.-W. and Osher, S., "Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes 2," *J. Comput. Phys*, Vol.83, pp.32-78.
- [19] 1979, Swarztrauber, P.N. and Sweet, R.A., "Efficient Fortran subprograms for the solution of separable elliptic partial differential equations," *ACM Trans. Math. Software*, Vol.5, No.3, pp.352-364.
- [20] 2000, Torres, D.J. and Brackbill, J.U., "The point-set method: front tracking without connectivity," *J. Comput. Phys*, Vol.165, pp.620-644.
- [21] 2007, Shin, S., "Computation of the curvature field in numerical simulation of multiphase flow," *J. Comput. Phys*, Vol.22, pp.872-878.
- [22] 2002, Al-Rawahi, N. and Tryggvason, G., "Numerical simulation of dendritic solidification with convection: Two-dimensional flow," *J. Comput. Phys*, Vol.180, pp.471-496.