



# 열유동 해석을 위한 에너지 방정식의 온도에 명시적인 이산화 기법

김 종 태,<sup>\*1</sup> 김 상 백<sup>2</sup>

## TEMPERATURE-EXPLICIT FORMULATION OF ENERGY EQUATION FOR A HEAT TRANSFER ANALYSIS

Jongtae Kim<sup>\*1</sup> and Sang-Baik Kim<sup>2</sup>

*A temperature equation which is derived from an enthalpy transport equation by using an assumption of a constant specific heat is very attractive for analyses of heat and fluid flows. It can be used for an analysis of a solid-fluid conjugate heat transfer, and it does not need a numerical method to find temperature from a temperature-enthalpy relation. But its application is limited because of the assumption. A new method is derived in this study, which is a temperature-explicit formulation of the energy equation. The enthalpy form of the energy equation is used in the method. But the final discrete form of the equation is expressed with temperature. It can be used for a solid-fluid conjugate heat transfer and multiphase flows. It is found by numerical tests that it is very efficient and as accurate as the standard enthalpy formulation.*

**Key Words :** 열전달(Heat Transfer), 에너지방정식(Energy Equation), 음해법(Implicit Method), 엔탈피형(Enthalpy form), 온도 명시적(Temperature-Explicit)

### 1. 서 론

열전달을 수반하는 유동을 전산해석하기 위해서는 질량 및 운동량 보존방정식뿐만 아니라 에너지의 보존 방정식을 풀어야 한다. 에너지 방정식은 총 에너지(total energy), 총 엔탈피(total enthalpy), 내부 에너지(internal energy), 엔탈피(enthalpy) 등을 종속변수로 하는 에너지 보존방정식으로 표현된다[1]. 이와 같은 보존방정식은 수송방정식(transport equation)이라고도 불리며 보존변수의 증가율은 대류, 확산, 생성의 메커니즘에 의하여 결정된다. 일반적인 수송방정식은 각 항들이 종속변수에 대하여 명시적으로(explicit) 표현되기 때문에 후방 Euler 차분법, Crank-Nicholson 차분법과 같은 음해법(implicit method)이 쉽게 적용이 된다. 그러나 에너지 방정식은 종속변수를 어떤 것으로 하든 지 푸리에 법칙에(Fourier's law) 의한 열전도는 온도를 변수로 하여 표현된다. 일반적으로 에너지

방정식을 시간에 대하여 내재적으로 이산화하기 위하여 열전도 항의 온도구배를 에너지 방정식의 종속변수로 치환하거나 [2], 혹은 비열을 상수로 가정하여[3] 에너지 방정식의 모든 항을 온도에 대하여 명시적으로 표현된 에너지 방정식으로 변환하여 사용한다. 비열을 상수로 가정하여 온도를 종속변수로 하는 형태의 온도에 명시적인(temperature-explicit) 에너지 방정식은 온도변화가 적은 문제에 대하여 제한적으로 사용될 수 있으나, 온도에 따른 비열의 변화가 크거나 여러 화학종의 혼합 기체에 대한 열유동 해석에는 적용할 수 없다. 일반적으로 엔탈피나 내부에너지로 표현된 에너지 방정식은 위와 같은 비열의 상수 가정을 사용하지 않기 때문에 모든 영역의 열유동 해석에 적용이 가능하다. 그러나 유체-구조체 연계 열전달(solid-fluid conjugate heat transfer) 해석과 같이 서로 다른 물질의 경계면을 포함하는 경우에는 그 경계면에서 엔탈피(혹은 내부 에너지)가 불연속적이며 두 개의 값을 가지기 때문에 유체영역과 고체영역을 분리해서 해석할 수밖에 없다. 특히 온도에 명시적인 에너지 방정식과 비교하여 엔탈피 등을 종속변수로 하는 경우 에너지 방정식을 풀 뒤 그 종속변수로부터 온도를 구하기 위한 작업이 추가적으로 요구된다. 이상 기

1 정회원, 한국원자력연구원, 열수력안전연구부

2 한국원자력연구원, 열수력안전연구부

\* Corresponding author, E-mail: ex-kjt@kaeri.re.kr

체인 경우 엔탈피는 온도만의 함수이며 온도에 대한 다항식으로 표현할 수 있지만, 고압의 수증기와 같은 실제 기체에서는 엔탈피가 온도와 압력의 함수로 표현된다. 이 경우 온도에서 엔탈피는 직접 구할 수 있지만, 엔탈피에서 온도를 구하기 위해서는 Newton-Raphson과 같은 반복적인 기법이 요구된다.

Murthy 등[4]은 에너지 방정식의 온도에 현시적인 표현식을 얻기 위하여 온도로 표현된 비정상항과 대류항을 에너지 방정식의 좌우변에 더하였으며, 이 방정식은 여전히 보존적 형태를 유지하며 반복기법으로 계산할 수 있다고 제안하였다. 그러나 이 방법은 일반적인 엔탈피 방정식에 추가적으로 4개의 항이 더해져서 수치해석적 관점에서 다소 부담스러운 형태가 될 수밖에 없다.

본 연구에서는 엔탈피 형태의 에너지 방정식을 이중시간적분법(dual-time integration)과 chain-rule을 적용하여 이산화 하면 엔탈피에 현시적인 산술방정식과 온도에 현시적인 산술방정식이 동시에 얻어질 수 있음을 확인하였다. 그리고 온도에 현시적인 수치기법이 유체-고체 연계 열전달(solid-fluid conjugate heat transfer) 해석에서 유체와 고체에 대하여 하나의 에너지 방정식으로 해석할 수 있으며, 상변화를 수반하는 이상유동 해석에서 엔탈피에 현시적인 수치해법에 비하여 온도에 현시적인 수치해법이 매우 효율적인 방법임을 보일 것이다.

## 2. 수치 해법

본 연구에서는 열유동 해석을 위하여 순차 해석기법(segregated solution algorithm)의 하나인 SIMPLEC 알고리즘을 이용하며, 매 반복 계산 내에서 유동장을 푼 뒤, 에너지 방정식을 풀고 밀도와 열물성치를 개선하여 다음 반복 단계로 넘어간다. 에너지 방정식을 포함한 모든 수송방정식은 이중시간적분법을 이용하여 이산화하였다[5]. 시간에 대해서는 음해법의 하나인 Euler 후방차분법을 이용하고, 공간에 대해서는 비정렬격자 셀 중심(cell-centered) 기법을 이용하였다. 여기서는 사용된 에너지 방정식의 형태와 이산화 기법에 대하여 기술한다.

### 2.1 에너지 방정식

어느 시스템에서의 에너지의 보존은 여러 형태의 에너지 보존 방정식으로 표현할 수 있다. 그 중에서 보존형으로 표현되는 방정식은 내부 에너지, 엔탈피, 총 에너지, 총 엔탈피를 종속변수로 하는 방정식이며 여기서는 엔탈피 보존 방정식을 기준으로 기술한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \alpha_k \rho_k h_k dV + \int \alpha_k \rho_k h_k \vec{u}_k \cdot d\vec{A} = \int k_k \nabla T_k \cdot d\vec{A} + \int \left( \alpha_k \mathbf{T}_k : \nabla \vec{u}_k + \alpha_k \frac{\partial p}{\partial t} + \alpha_k \vec{u}_k \cdot \nabla p + I_k + \alpha_k Q'' \right) dV \quad (1)$$

적분형으로 표현된 식 (1)은 이상유동의 k-상의 엔탈피  $h_k$ 에 대한 보존 방정식으로,  $\alpha_k$ 는 k-상의 체적분율,  $\rho_k$ 는 밀도,  $k_k$ 는 열전도계수,  $T_k$ 는 온도,  $\mathbf{T}_k$ 는 k-상의 속도  $\vec{u}_k$ 에 대한 전단력을 나타낸다. 우변의 첫 번째 항은 전도에 의한 열확산 항으로 가우스(Gauss) 정리에 의하여 체적분율을 면적분으로 치환하여 나타내었다. 우변의 두 번째 항은 전도와 대류에 의한 열전달을 제외한 나머지 항들로 전단력에 의한 일과 시간 및 공간에 대한 압력변화에 의한 일, 상경계(phasic interface)에서의 열전달  $I_k$ , 체적당 열원(heat source)  $Q''$ 를 포함하고 있다. 단상 유동에 대한 에너지 방정식은 식 (1)에서 체적분율  $\alpha_k$ 를 1로 두고  $I_k$ 를 소거하면 얻을 수 있다. 마찬가지로 고체에서의 열전도 방정식도 속도와 압력을 0(null)으로 두면 얻어진다. 이것은 단일한 방정식으로 유체와 고체를 포함하는 모든 계에서의 에너지의 변화를 해석할 수 있음을 의미한다.

### 2.2 에너지 방정식의 이산화

적분형의 엔탈피 보존 방정식을 이중시간적분법으로 이산화하기 위해 가상시간(pseudo time)에 대한 변화량을 나타내는 항을 추가한다. 식 (1)의 면적분을 셀 면의 중심에서의 플럭스(flux)에 대한 적분으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \Omega_{c0} \left[ \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n+1}}{\delta t} + \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n}}{\delta \tau} \right]_{c0} \delta h_{k,c0}^m \\ & + \sum_f (\alpha_k \rho_k h_k \vec{u}_k)_{f_j}^{m+1,n+1} \cdot \vec{A}_f - \sum_f (\alpha_k k_k \nabla T_k)_{f_j}^{m+1,n+1} \cdot \vec{A}_f \\ & = \Omega_{c0} \left( \alpha_k \mathbf{T}_k : \nabla \vec{u}_k + \alpha_k \frac{\partial p}{\partial t} + \alpha_k \vec{u}_k \cdot \nabla p + I_k + \alpha_k Q'' \right)_{c0}^{m,n+1} \\ & - \frac{\Omega_{c0}}{\delta t} \left[ (\alpha_k \rho_k h_k)_{c0}^{m,n+1} - (\alpha_k \rho_k h_k)_{c0}^m \right] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 f는 셀 c0의 면 요소를 나타내며, 상첨자 m은 가상시간단계 혹은 반복단계(iteration step)를 의미하고 n은 물리시간 단계를 나타낸다. 대류항을 내재적으로 처리하기 위해서는 m+1 단계에서의 대류 열유량(heat flow) F가 요구된다.

$$\sum_f (\alpha_k \rho_k h_k \vec{u}_k)_{f_j}^{m+1,n+1} \cdot \vec{A}_f = \sum_f \Gamma_{k,f}^{m+1,n+1} \quad (3)$$



$$\begin{aligned}
 F_{k,f}^{m+1,n+1} &= (\alpha_k \rho_k U_k)_{k,f}^{m,n+1} h_{k,f}^{m+1,n+1} = \dot{m}_{k,f}^{m,n+1} h_{k,f}^{m+1,n+1} \\
 &= \max(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0) h_{k,c0}^{m+1,n+1} + \min(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0) h_{k,cj}^{m+1,n+1} \quad (4)
 \end{aligned}$$

식 (4)는 셀 면에서의 질량유량  $\dot{m}_f$ 를 이용한 상류도식의 예를 보여준다. 확산항도 m+1 단계에서의 확산 열유량 D가 요구된다. 특히 확산 열유량은 셀 면에서의 온도의 구배가 필요하며 비정렬격자에서는 식 (6)을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 \sum_f (\alpha_k k_k \nabla T_k)_{k,f}^{m+1,n+1} \cdot \vec{A}_f &= \sum_f D_{k,f}^{m+1,n+1} \quad (5) \\
 D_{k,f}^{m+1,n+1} &= (\alpha_k k_k)_{k,f}^{m,n+1} \left\{ \begin{aligned} &(T_{cj} - T_{c0})^{m+1,n+1} \frac{A_f}{ds \cdot \hat{n}} \\ &+ \left[ \nabla T_f^{m+1,n+1} \cdot \vec{A}_f - (\nabla T_f^{m+1,n+1} \cdot \vec{ds}) \frac{A_f}{ds \cdot \hat{n}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

그 외 식 (2)의 체적적분으로 표현되는 항들은 외재적으로 처리한다.

### 2.2.1 엔탈피 현시적 이산화

엔탈피 현시적 이산화는 최종적으로 얻어지는 산술방정식이 엔탈피로 표현되도록 식 (2)를 이산화하는 방법이며 이렇게 얻어진 산술방정식을 풀어서 엔탈피의 증분을 구하게 된다. 식 (2)의 첫 번째 항인 비정상항은 이미 엔탈피의 증분으로 표현되어 있기 때문에 대류항과 확산항을 엔탈피에 대한 식으로 나타내면 된다.

하향이완(under-relaxation) 기법에 의존하는 SIMPLE 알고리즘 계열의 수치기법은 각 항을 내재적으로 완전히 처리할 수 없는 경우에 deferred correction[6]이라는 수치 기법을 이용하여 처리한다. 이와 달리 이중시간적분법에 기초한 방법에서는 내재적으로 이산화해야 할 항을 선형화를 통하여 처리한다. m+1 단계에서의 대류 열유량 F를 엔탈피에 대하여 선형화하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 F_{k,f}^{m+1,n+1} &= F_{k,f}^{m,n+1} + \left( \frac{\partial F_k}{\partial h_k} \right)_{k,f}^{m,n+1} \delta h_k^m \\
 &= F_{k,f}^{m,n+1} + \max(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0) \delta h_{k,c0}^m + \min(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0) \delta h_{k,cj}^m \quad (7)
 \end{aligned}$$

식 (7)에  $F_{k,f}^{m,n+1}$ 은 m 단계에서의 대류 열유량으로 1차의 상류도식뿐만 아니라 고차의 도식을 적용할 수 있으며, F의 도함수는 산술방정식의 매트릭스 구성과 직접관련이 있으므로 1차의 상류도식을 이용하면 식 (7)과 같이 표현된다.

대류항과 마찬가지로 확산항도 선형화를 통하여 내재적으로 처리한다. 식 (6)의 D는 온도의 함수이기 때문에 엔탈피의 증분으로 표현하기 위하여 chain rule을 이용하면 식 (8)과 같이 비열  $c_p$ 와 엔탈피의 증분으로 표현된다. 특히 D의 온도에 대한 도함수 값은 행렬의 복잡성을 줄이기 위하여 식 (6)의 우변 첫 항만을 고려한다.

$$\begin{aligned}
 D_{k,f}^{m+1,n+1} &\approx D_{k,f}^{m,n+1} + \left( \frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k} \right)^{m,n+1} \left( \frac{\partial T_k}{\partial h_k} \right)^{m,n+1} \delta h_k^m \\
 &= D_{k,f}^{m,n+1} + \left( \frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k} \frac{1}{c_p} \right)_{c0}^{m,n+1} \delta h_{k,c0}^m + \left( \frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k} \frac{1}{c_p} \right)_{cj}^{m,n+1} \delta h_{k,cj}^m \\
 &= D_{k,f}^{m,n+1} + \frac{(\alpha_k k_k)_f A_f}{ds \cdot \hat{n}} \left[ \left( \frac{1}{c_p} \right)_{cj}^{m,n+1} \delta h_{k,cj}^m - \left( \frac{1}{c_p} \right)_{c0}^{m,n+1} \delta h_{k,c0}^m \right] \quad (8)
 \end{aligned}$$

식 (7)과 (8)을 식 (2)에 대입하여 정리하면 엔탈피에 현시적인 산술방정식을 얻는다.

$$A_{k,c0}^h \delta h_{k,c0}^{m,n+1} + \sum_{cj(f)} A_{k,cj}^h \delta h_{k,cj}^{m,n+1} = B_{k,c0}^h \quad (9)$$

### 2.2.2 온도 현시적 이산화

엔탈피 현시적 이산화와 마찬가지로 m+1 단계에서의 값은 시간에 대한 선형화와 chain rule을 이용하여 온도의 함수로 변형하면 온도에 현시적인 산술방정식을 얻을 수 있다.

식 (2)에서 좌변의 첫째 항은 엔탈피의 증분으로 표현되어 있으며 이것을 다음과 같이 온도의 증분으로 치환한다.

$$\delta h_v^m \approx \frac{\partial h_k}{\partial T_k} \delta T_k^m = c_{p,k} \delta T_k^m \quad (10)$$

이상기체인 경우에는 엔탈피의 압력의존성( $\partial h / \partial p$ )이 없으며, 실제기체인 경우에도 압력의존성을 무시하고 식 (10)을 근사하여 사용한다. 식 (10)을 이용하면 엔탈피의 증분으로 표현되는 비정상항을 온도의 증분으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Omega_{c0} &\left[ \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n+1}}{\delta t} + \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n+1}}{\delta \tau} \right]_{c0} \delta h_{k,c0}^m \\
 &= \Omega_{c0} \left[ \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n+1}}{\delta t} + \frac{(\alpha_k \rho_k)^{m,n+1}}{\delta \tau} \right]_{c0} (c_{p,k})_{c0}^{m,n+1} \delta T_{k,c0}^m \quad (11)
 \end{aligned}$$

대류항도 식 (10)을 이용하면 다음과 같이 온도의 증분으로 표현되는 식을 얻는다.

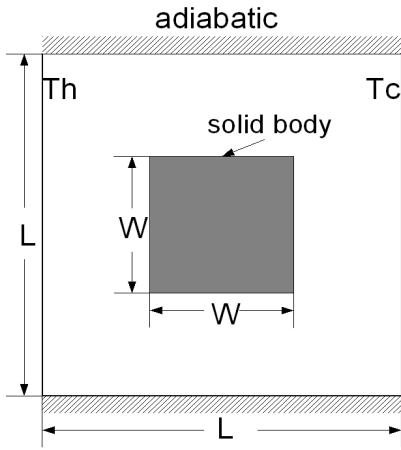


Fig. 1 Schematic of cavity with centered solid body

$$\begin{aligned}
 F_{k,f}^{m,n+1} &\approx F_{k,f}^{m,n+1} + \left(\frac{\partial F_k}{\partial h_k}\right)_f^{m,n+1} \left(\frac{\partial h_k}{\partial T_k}\right)_f^m \delta T_k^m \\
 &= F_{k,f}^{m,n+1} + \max(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0)(c_{p,k})_{c0}^{m,n+1} \delta T_{k,c0}^m \\
 &\quad + \min(\dot{m}_{k,f}^{m,n+1}, 0)(c_{p,k})_{ej}^{m,n+1} \delta T_{k,ej}^m
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

확산항은 이미 온도의 구배로 표현되기 때문에 다음과 같이 시간에 대하여 선형화할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 D_{k,f}^{m,n+1} &= D_{k,f}^{m,n+1} + \left(\frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k}\right)^{m,n+1} \delta T_k^m \\
 &= D_{k,f}^{m,n+1} + \left(\frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k}\right)_{c0}^{m,n+1} \delta T_{k,c0}^m + \left(\frac{\partial D_{k,f}}{\partial T_k}\right)_{ej}^{m,n+1} \delta T_{k,ej}^m \\
 &= D_{k,f}^{m,n+1} + \frac{(\alpha_k k)_f A_f}{ds \cdot \hat{n}} (\delta T_{k,ej}^m - \delta T_{k,c0}^m)
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

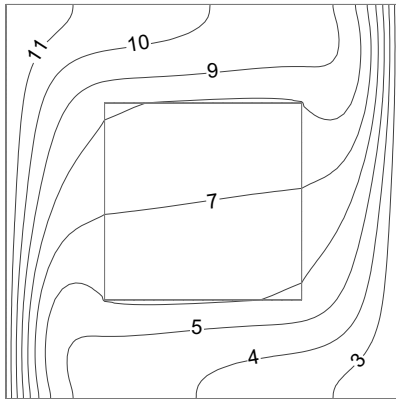
식 (11), (12), (13)을 식 (2)에 대입하고 정리하면 온도에 현시적인 식 (14)를 얻는다.

$$A_{k,c0}^T \delta T_{v,c0}^{m,n+1} + \sum_{ej(f)} A_{k,ej}^T \delta T_{v,ej}^{m,n+1} = B_{k,c0}^h
 \tag{14}$$

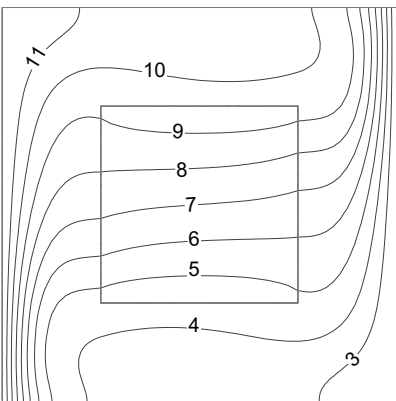
### 3. 수치 기법의 적용

#### 3.1 고체를 포함한 전도-대류 혼합 열전달

고체와 유체가 열적으로 서로 연계된 문제는 주변에서 많이 볼 수 있다. 이런 복합 열전달 문제에서 중요한 것은 고체와 유체의 경계에서 열유속 보존을 만족시켜야한다는 것이다. 앞에서 언급한 것처럼 고체와 유체의 경계에서 엔탈피가 두 개의 값을 갖기 때문에 엔탈피에 현시적인 방정식을 이용하는 경우 고체영역과 유체영역을 분리하여 풀어야 한다. 반면에 온도에 현시적인 방법은 고체와 유체 영역을 하나의 방정식으로 동시에 풀 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서 제안한 온도에 현시적인 수치기법이 기존의 비열을 상수로 가정하여 온도로 표현한 방정식과 동일하게 복합열전달 문제를 해결할 수 있음을 보이기 위하여 House등[7]이 제안한 고체 블록이 있는 2차원 정사각형 캐비티 내의 자연대류(Fig. 1(a))에 대하여 해석을 수행하였다. 정사각형 캐비티는 두 수직벽의 온도차에 의해서 자연대류가 발생하며 무차원 길이(W/L)가 0.5인 고체 블록의 열전달 계수에 따라 자연대류의 유동 형태 및 등온 수직벽의 Nusselt수는 변하게 된다. 계산에 사용된 유체는 Prandtl수가 0.71이고 Rayleigh수는  $10^5$ 이다. 유체에 대한 고체 블록의 열전도비  $k^*(=ks/k)$ 에 따라 수직벽의 평균 Nusselt수를 House등의 계산 결과와 비교하여 Table 1에 나타



(a)



(b)

Fig. 2 Isotherms for W/L=0.5, Pr=0.71, Ra=10<sup>5</sup>, (a)k\*=5. (b)k\*=0.2

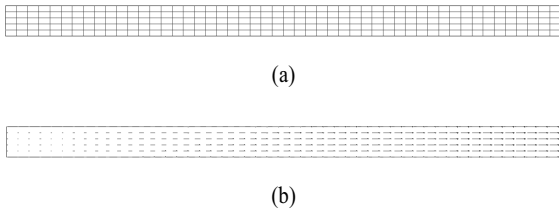


Fig. 3 Calculation of the flashing in a 2-D channel (a) 2-D mesh, (b) distribution of the liquid velocity

내었다. 고체 블록의 열전도 계수가 증가할수록 평균 Nusselt 수가 감소하는 것은 전도에 의한 열전달이 그만큼 증가했다는 것을 의미한다.  $k^*=5$ 인 경우의 온도분포(Fig. 2(a))를 보면 고체 블록의 높은 열전도에 의해 상부의 수평 유로를 지나는 유체는 열을 고체블록에 전달하게 되어 빨리 냉각되는 반면에  $k^*=0.2$ 인 경우(Fig. 2(b))에는 고체 블록이 단열재와 같은 역할을 하여 상부의 수평 유로를 흐르는 유체는 고온상태를 유지함을 알 수 있다.

### 3.2 2차원 채널에서의 물의 비등 현상

물의 비등(boiling)은 상변화의 대표적인 현상으로 실생활에 많이 응용되는 열수력 현상 중의 하나이다. 특히, 비등현상의 모의는 가압경수로의 열수력 안전 해석 코드에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 연구에서 기존에 개발된 SIMPLE 알고리즘 기반 다상유동 해석 솔버(solver)[8]에 각 상에 대한 엔탈피 방정식을 온도에 현시적인 방법으로 이산화하여 그 수치 결과를 비교하였다. 2차원 채널 내부를 0.1 m/s의 속도로 흐르는 물에 단위체적당 23 MW/m<sup>3</sup>의 열을 가하여 비등하는 현상을 모의하였다. 입구에서는 0.1 m/s의 속도와 443 K의 물 온도를 고정하였으며, 출구는 압력 경계조건을 사용하였으며 1 MPa의 압력이 유지되도록 하였다. 본 문제에서는 열전달과 물의 비등 현상만 고려하기 위하여 채널의 벽면은 미끄럼속도와 단열 경계조건을 사용하였다. Fig. 3(a)는 해석에 사용된 격자를 보여주며, 250개의 사각형 셀로 구성되어 있다. Fig. 3(b)는 정상상태에 도달하였을 때의 물의 속도 분포를 보여준다. 주어진 열원에 의하여 채널 내를 흐르는 물이 비등을 하면서 수증기의 체적분율이 증가하여 속도가 출구로 가면서 증가함을 볼 수 있다.

Fig. 4는 채널의 출구에서 시간에 따른 속도의 변화를 보여주는 것으로 엔탈피에 현시적인 방식과 온도에 현시적인 방식으로 구한 결과를 비교하였다. 그림에서 보는 바와 같이 엔탈피 방정식을 기존의 방식(엔탈피에 현시적인 이산화)으로 이산화한 산술방정식과 온도에 현시적으로 이산화 산술방정식이 시간에 따라 동일한 결과를 만들어 냄을 알 수 있다. 약 7 초 전까지는 물에 공급된 열원에 의하여 물이 점점 데워져

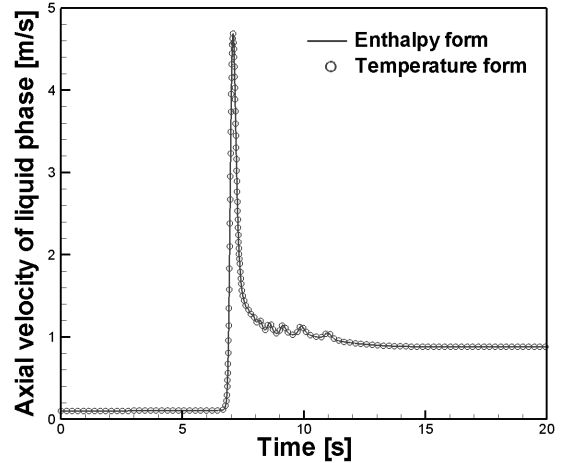


Fig. 4 Boiling in a 2-D channel, comparison of time-histories of the water velocity at the channel exit.

포화온도까지 올라가며 이때까지는 출구에서의 속도는 입구에서의 속도와 동일하다. 7초경에 비등에 의한 급격한 상변화가 발생하면서 수증기의 체적분율이 증가하게 되어 출구에서의 물의 속도가 급격히 상승함을 알 수 있다. 과도 상태를 지나면서 출구의 속도는 점진적으로 약 0.8 m/s에 도달함을 보여준다. Fig. 5는 과도상태를 지난 후 채널 내 유동이 정상상태에 도달하였을 때의 채널의 길이 방향으로 물의 속도 분포를 보여준다. 입구부 약 0.2 m까지는 속도의 증가가 없는 것으로 보아 비등이 일어나지 않음을 짐작할 수 있으며, 그 이후 비등에 의하여 속도가 지속적으로 상승하고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 온도에 현시적으로 이산화한 산술방정식이 기존의 방식과 동일한 결과를 만들어 내고 있다.

Fig. 6은 정상상태에 도달하였을 때의 채널의 길이 방향으로 물과 수증기의 체적분율의 변화를 엔탈피에 현시적인 이산화와 온도에 현시적인 이산화 기법으로 계산하여 비교하였다. 입구부에서 물의 체적분율이 급격히 감소하고 반대로 수증기의 체적분율은 급격히 증가하다가 채널의 후반부로 가면서 변화율이 감소하고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 두 수치기법이 정상상태의 체적분율도 완전히 일치하는 결과를 만들어 냄을 알 수 있다.

엔탈피에 현시적인 산술방정식으로부터 엔탈피가 구해지기

Table 1 Nusselt numbers,  $W/L=0.5$ ,  $Pr=0.71$ ,  $Ra=10^5$

$k^*$	Present	House et al.
0.2	4.6286	4.6257
1.0	4.5086	4.5061
5.0	4.3251	4.3221

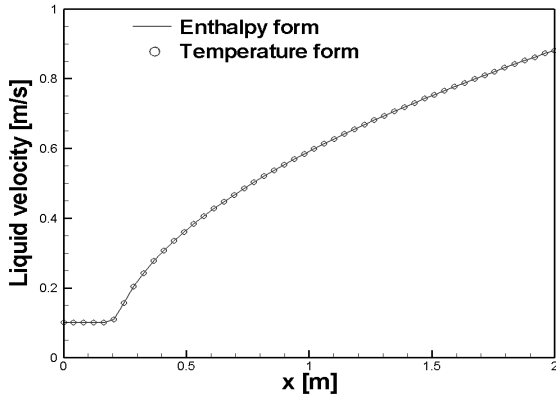


Fig. 5 Boiling in a 2-D channel, comparison of distributions of the water velocity along the channel

때문에 열물성치와 점성계수 등을 구하기 위해서는 엔탈피로부터 온도를 계산하여야 한다. 비열도 마찬가지로 온도의 함수이기 때문에 엔탈피로부터 온도를 직접 구할 수 없으며 반복계산을 이용하여 온도를 얻게 된다. 반면에 온도에 현시적인 산술방정식은 바로 온도를 생산하기 때문에 위와 같이 온도를 구하기 위한 반복계산법이 아니라 온도로부터 직접 비열과 엔탈피 등을 구할 수 있다. 이로 인하여 온도에 현시적인 이산화 기법이 수치계산에 있어 엔탈피 현시적 방법보다 좀더 효율적임을 짐작할 수 있다. 2차원 비등문제에서 위 두 가지 방법에 대한 계산에 요구되는 시간을 비교한 결과 온도에 현시적 이산화 기법이 약 10% 정도 CPU 사용량이 적게 나타났다.

## 5. 결 론

엔탈피 형태의 에너지 방정식을 이중시간 적분법(dual-time integration)과 chain-rule을 적용하여 이산화 하면 엔탈피에 현시적인 산술방정식과 온도에 현시적인 산술방정식이 동시에 얻어질 수 있음을 확인하였다. 그리고 온도에 현시적인 수치기법유체-구조체 연계 열전달 해석에서 유체와 고체에 대하여 하나의 에너지 방정식으로 해석할 수 있으며, 상변화를 수반하는 이상유동 해석에서 엔탈피에 현시적인 수치해법에 비하여 온도에 현시적인 수치해법이 매우 효율적인 방법임을 보여주었다.

## 후 기

본 논문은 교육과학기술부의 재원으로 시행하는 한국과학재단의 원자력기술개발사업으로 지원받았습니다.

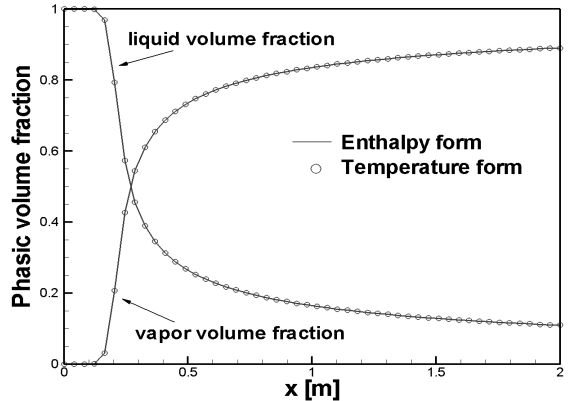


Fig. 6 Boiling in a 2-D channel, comparison of distributions of the water and vapor volume fractions along the channel

## 참고문헌

- [1] 2008, 김종태 외, "비정렬 격자 SIMPLE 알고리즘 기반 이상유동 해석 코드 개발," 한국원자력연구원 기술보고서, KAERI/TR-3638.
- [2] 1995, Demirdzic, I. and Muzaferija, S., "Numerical Method for Coupled Fluid Flow, Heat Transfer and Stress analysis using Unstructured Moving Meshes with cells of Arbitrary Topology," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol.125, pp.235-255.
- [3] 2001, Darwish, M., Moukalled, F. and Sekar, B., "A Unified Formulation of the Segregated Class of Algorithm for Multifluid Flow at All Speeds," *Numerical Heat Transfer B*, Vol.40, pp.99-137.
- [4] 1998, Murthy, J.Y. and Mathur, S.R., "A Conservative Numerical Scheme for the Energy Equation," *J. of Heat Transfer*, Vol.120, pp.1081-1086.
- [5] 2006, 김종태, 탁남일, 김상백, 김민환, 이원재, "이중시간 적분법을 이용한 순차적 유동해석 기법," 한국전산유체공학회 추계학술회의 논문집, pp.31-35.
- [6] 1996, Ferziger, J.H. and Peric, M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer Press, pp.217-222.
- [7] 1990, House, J.M., et al., "Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure," *Numerical Heat Transfer A*, Vol.18, pp.213-225.
- [8] 2008, 김종태, 박익규, 조형규, 김경두, 정재준, "비정렬격자 SIMPLE 알고리즘 기반 이상유동 수치해석 기법," 한국전산유체공학회지, 제13권, 제4호, pp.86-95.