



2차원 비압축성 점성유동에 관한 무격자법 기반의 수치해석

정세민,¹ 박종천,^{*2} 허재경³

NUMERICAL STUDY ON TWO-DIMENSIONAL INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOW BASED ON GRIDLESS METHOD

S.-M. Jeong,¹ J.C. Park^{*2} and J.K. Heo³

The gridless (or meshfree) methods, such as MPS, SPH, FPM and so forth, are feasible and robust for the problems with moving boundary and/or complicated boundary shapes, because these methods do not need to generate a grid system.

In this study, a gridless solver, which is based on the combination of moving least square interpolations on a cloud of points with point collocation for evaluating the derivatives of governing equations, is presented for two-dimensional unsteady incompressible Navier-Stokes problem in the low Reynolds number.

A MAC-type algorithm was adopted and the Poisson equation for the pressure was solved by successively in the moving least square sense. Some weighing functions were tested in order to investigate the up-winding effect for the convection term.

Some typical problems were solved by the presented solver for the validation and the results obtained were compared with analytic solutions and the numerical results by conventional CFD methods, such as FVM.

Key Words : 무격자법(Gridless Method); 이동최소자승법(Moving Least-Squares Method), 비압축성점성유동(Incompressible Viscous Flow)

1. 서 론

전자계산기를 이용한 유체 현상의 시뮬레이션에는 격자계를 이용하는 유한차분법(FDM)이나 유한체적법(FVM)이 보편적으로 사용되고 있다. 그러나, 복잡한 물체형상을 표현하기 위해서는 격자의 생성에 과도한 시간이 소요된다. 또한, 종횡비(aspect ratio), 격자의 체적(volume), 뒤틀림(skewness) 등 격자의 질에 따라 계산 안정성과 정확도가 달라지기도 한다. 향후 격자의 이동까지 고려하는 동적 계산 및 수백만개 이상의 격자를 사용하는 대형 계산이 일반화될 것으로 예상되며 이에 따라 격자계를 사용하는 기존의 CFD 방법에서는 격자계 생성에 더욱더 많은 노력과 시간이 필요할 것으로 예상된다.

격자법에서 요구되는 이러한 문제점은 이미 비격자법을 개발하는 연구진들에 의해서 지적된 바 있다. 비격자법은 계산점의 위치정보만 필요하므로 격자계 생성에 필요한 수고를 크게 줄일 수 있다. 비격자법은 크게 라그랑지(Lagrangian) 근사 방법과 오일러(Eulerian) 근사방법으로 나눌 수 있다. 라그랑지 근사방법은 복잡한 자유표면 유동 해석에 널리 사용되고 있는 SPH[1]와 MPS[2] 등이 방법이 알려져 있다. 오일러 근사방법으로는 최소자승법을 사용하는 유동해석 방법이 Batina[3], Onate et. al.[4] 등에 의해 소개된 바 있다.

본 연구에서는 저 레이놀즈(Reynolds) 수의 2차원 비압축성 점성유동의 Navier-stokes 문제를 대상으로 개발된 무격자 수치해석기법을 소개한다. 지배방정식의 미분항은 이동최소자승(MLS; Moving Least-Squares)법을 이용하여 이산화되며, MAC형의 알고리즘이 채택되었다. 압력의 포아송(Poisson) 방정식은 MLS법을 이용하여 반복 계산에 의해 구해진다. 계산 정도 및 대류항에 대한 상류차분의 효과와 이에 의한 계산안정성을 위하여 몇 가지의 가중함수를 도입하였다.

1 동경대학교대학원 신영역창성과학연구과

2 정회원, 부산대학교 조선해양공학과

3 한진중공업 선박해양연구팀

* Corresponding author, E-mail: jcpark@pnu.edu

개발된 수치해석기법을 이용하여 2차원의 진동평판에 의해 발생하는 점성유동(Stokes' second problem)[6]과 Cavity 유동 해석을 수행하였다. 특히, Cavity 유동은 경계조건이 명확하여 실험 및 계산에 의한 선행 연구가 많이 수행되어 있는 문제로, 본 계산조직의 정확도를 검증하기에 적합한 유동현상으로 판단된다. 또한, 격자법과의 비교를 위하여 기존의 유한체적법에 의한 계산결과와도 비교하였다.

2. 지배방정식

비압축성 점성 유동에 관한 지배방정식은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식이다.

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u \tag{2}$$

여기서, u 는 속도, t 는 시간, ρ 는 밀도, p 는 압력, ν 는 동점성계수이며, 지배방정식 내의 편미분항 및 속도-압력 연성에 의한 포아송 방정식은 MLS를 이용하여 이산화된다. 계산 알고리즘은 전체적으로 MAC형의 그것과 유사하며, 상세한 내용은 다음 장에 서술한다.

3. 수치해석기법

Fig. 1에 보이는 바와 같이, 개발된 MLS기반의 해법은 계산영역 내에 배치된 계산점에서의 물리량 분포를, FDM에서와 같이 격자정보를 이용하지 않고, 그 점 주변의 점군(Cloud)의 물리량으로부터 MLS법의 다항식으로 근사하여 유동장을 계산하는 방법이다.

3.1 근사다항식

본 해법에서는, 한번에 2계 미분계수까지 구할 수 있는 2차 근사 다항식을 채용하였다. 즉, 주목점 $i(x_i, y_i)$ 근방에서 물리량 f 의 분포를 다항식으로 나타내면 다음과 같다.

$$f^*(x_j, y_j) = f(x_j, y_j) + a\Delta x_j + b\Delta y_j + c\Delta x_j^2 + d\Delta x_j\Delta y_j + e\Delta y_j^2 \tag{3}$$

단, $\Delta x_j = x_j - x_i$, $\Delta y_j = y_j - y_i$ 이며, 우변에 나타나는 각 계수는 다음과 같다.

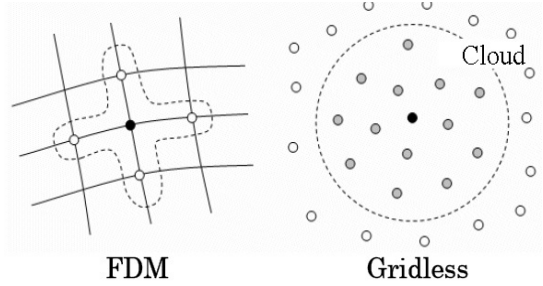


Fig. 1 FDM and gridless method

$$a = \frac{\partial f^*}{\partial x}, b = \frac{\partial f^*}{\partial y}, c = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2}, d = \frac{\partial^2 f^*}{\partial x \partial y}, e = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} \tag{4}$$

이 근사 다항식에 의해 가정된 물리량 f_j^* 와 실제의 물리량 f_j 와의 잔차에 대한 자승의 합을 전 주변점에서 구하고, 이 잔차식이 최소가 되는 조건으로부터 식 (7)과 같은 연립방정식이 유도된다.

$$Q = \sum_j (f_j^* - f_j)^2 \tag{5}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a_i} = \frac{\partial Q}{\partial b_i} = \frac{\partial Q}{\partial c_i} = \frac{\partial Q}{\partial d_i} = \frac{\partial Q}{\partial e_i} = 0 \tag{6}$$

$$A \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \Delta x_j \Delta f_j \\ \sum \Delta y_j \Delta f_j \\ \sum \Delta x_j^2 \Delta f_j \\ \sum \Delta x_j \Delta y_j \Delta f_j \\ \sum \Delta y_j^2 \Delta f_j \end{pmatrix}, \Delta f_i = f(x_j, y_j) - f(x_i, y_i) \tag{7}$$

$$A = \begin{pmatrix} \sum \Delta x_j^2 & \sum \Delta x_j \Delta y_j & \sum \Delta x_j^3 & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum \Delta x_j \Delta y_j^2 \\ \sum \Delta x_j \Delta y_j & \sum \Delta y_j^2 & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum \Delta y_j^3 \\ \sum \Delta x_j^3 & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum \Delta x_j^4 & \sum \Delta x_j^3 \Delta y_j & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 \\ \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum \Delta x_j^3 \Delta y_j & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 & \sum \Delta x_j \Delta y_j^3 \\ \sum \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum \Delta y_j^3 & \sum \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 & \sum \Delta x_j \Delta y_j^3 & \sum \Delta y_j^4 \end{pmatrix}$$

식 (7)에서 계수행렬 A 의 역행렬을 구하면 미정계수 $a_i \sim e_i$, 즉 물리량에 관한 2계까지의 공간미분계수를 구할 수 있다. 특히, 계수행렬 A 의 각 성분이 점간의 거리만으로 표현되므로, 계산점 분포가 변화하지 않는 경우, 이 계수행렬 A 그 역행렬은 비정상계산을 하고 있는 사이에도 항상 일정 값을 유지하게 된다. 따라서, 계산기의 메모리가 허용하는 한, 비정상계산의 전처리로서 계수행렬 A 의 역행렬을 미리 계산해 두면, 계산시간을 대폭 단축할 수 있다.

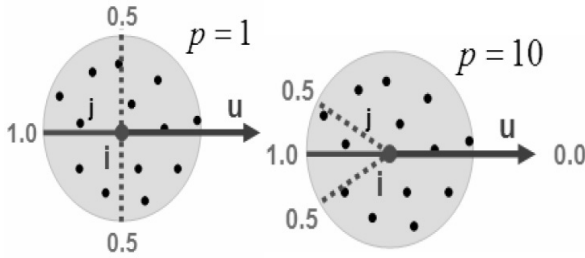


Fig. 2 Weighting function for up-winding

3.2 가중함수

전절에서 설명한 최소자승법을 비롯한 기타 추정법에 있어서, 보간된 정보의 취득방법은 매우 중요하여, 방법에 따라서는 계산이 불안정해져 진동현상을 야기하기도 한다. 추정오차를 작게 하기 위해서는 보다 가까운 점을 이용하는 것과 동시에, 일반적으로 초음속유동이 아니라면, 유동의 정보는 전 방향에서 전파되므로, 정보를 전 방향에서 얻는 것이 바람직하다. 이 두 가지 요구사항은 각 주목점 점의 주변점이 전 방향에 균등하게 분포되어 있을 경우는 만족이 되지만 고 레이놀즈 수 유동 등에서는와 같이 고 중형비 격자에 해당하는 계산점 분포의 경우, 양쪽을 만족시킬 수는 없다. 본 연구에서는 거리에 따라서 잔차에 가중을 부여하는 가중함수 최소자승법을 채택하였다. 가중함수 w_j 를 적용한 잔차의 식 (8)과 최소화조건인 식 (6)으로부터 식 (9)와 같은 연립방정식이 유도된다.

$$Q = \sum_j w_j (f_j^* - f_j)^2 \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_w \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j \Delta f_j \\ \sum w_j \Delta y_j \Delta f_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta f_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j \Delta f_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 \Delta f_j \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{A}_w = \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j^2 & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j^3 & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^2 \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j & \sum w_j \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta y_j^3 \\ \sum w_j \Delta x_j^3 & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j^4 & \sum w_j \Delta x_j^3 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta x_j^3 \Delta y_j & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^3 \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta y_j^3 & \sum w_j \Delta x_j^2 \Delta y_j^2 & \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j^3 & \sum w_j \Delta y_j^4 \end{pmatrix}$$

거리에 의존하는 가중함수를 채용한 가중 최소자승법은 주목점 i 로부터 먼 위치에 있는 점의 영향을 최소화 하는 것으로, 먼 점의 정보에 의한 미계수에의 악영향을 줄이면서, 전 방향의 정보를 포착할 수 있게 한다. 또한, 가중함수도 계산점의 위치에만 의존하므로 계수행렬 \mathbf{A}_w 는 일정하고, 이 경우도 전처리로서 역행렬을 미리 계산해서 기억해 둘 수 있

다. 본 연구에서 사용한 가중함수는 아래와 같다

$$w_1(r) = \begin{cases} 1 & (r \leq r_1) \\ \frac{2}{(r_0 - r_1)^3} (r - r_0)^2 \left(r - \frac{3r_1 - r_0}{2} \right) & (r > r_1) \end{cases} \quad (10)$$

여기서, r 은 주목점 i 로부터 주변점 j 까지의 거리, r_1 은 기준 거리, r_0 은 영향반경으로 여기서는 $r_0 = 2.5r_1$ 를 사용하였다.

Navier-Stokes 방정식에 있어서의 대류항은 비선형 불안정성을 발생시킬 우려가 있으므로, 이 항의 평가가 중요하다. 무격자법에 있어서, 최소자승법에 의한 미계수의 평가는 차분법의 중심차분에 상당하고, 레이놀즈 수가 커짐에 따라 비선형 불안정성이 문제가 된다. 이 문제를 해소하는 방법으로서 는, Batina[3]와 같이 인공점성항을 더하는 방법을 들 수 있다.

한편, Ogawara[5]는 클라우드 내의 상류층에 존재하는 잔차를 중요시하는 가중함수를 식 (11)과 같이 제안하였다.

$$w_{up} = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{r}|} \right) \right\}^p \quad (11)$$

이 가중함수의 값은, 주변점 j 가 주목점 i 로부터 상류에 존재할 때에는 1, 하류에 위치할 때는 0이 된다. 또, 이 값을 p 의 지수표현에 의해 상류층 이외의 영역에 위치한 계산점들의 기여를 줄이도록 하고 있다. 지수 p 에 의한 가중치의 차이를 Fig. 2에 보인다. 본 연구에서는 Ogawara[5]의 기법을 사용하였다.

3.3 클라우드 구성

주목점 주변의 최소자승계산에 사용되는 점군을 클라우드 (Cloud)라고 부르며, 주목점으로부터 특정 반경내에 존재하는 점들을 가리키는 경우가 많다.

일반적으로, 유동의 정보는 전 방향에서 전파되어 오므로, 클라우드 내의 점들도 전 방향에서의 정보가 전파가능한 상태로 배치되어 있어야 한다. 본 연구에서는, 다음과 같이 클라우드를 4분할하는 방법[7]을 이용하였다.

Fig. 3에서 보듯이, 우선 주목점 i 에 가장 가까운 점 A1을 찾은 후, 선분 $i-A1$ 이 45도를 이루도록 주목점 i 를 중심으로 직교좌표 $p-q$ 를 구성, 4개의 영역으로 분할한다. 여기서 국소적으로 사용되는 $p-q$ 좌표는 점 i 를 원점으로 하는 데카르트 좌표 $\bar{x}-\bar{y}$ 의 회전이다. 각 사분면에 있어서 주목점 i 에 가까운 점을 순서대로 2~3점 선택해 내고, 전체 사분면에서의 주변점(A1, A2, ..., D1, D2)들을 점 i 의 주변점으로 한다. 본 연구에서는 각 사분면에서 주변의 2점을 골라, 전체 8점으로 클라우드를 구성하도록 하였다.

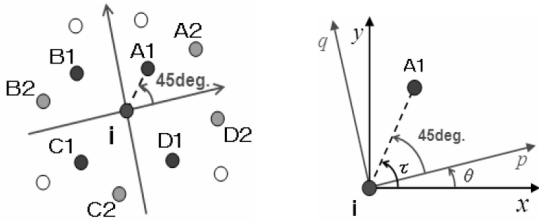


Fig. 3 Local coordinate and neighboring points

3.4 포아송 방정식

비압축성 유체에 대한 무격자법 적용의 난제로서, 압력에 관한 포아송 방정식의 해법을 들 수 있다. 본 연구에서는 차분법에 있어서의 SOR법(Successive OverRelaxation Method)과 같이 압력의 2계 미분계수를 주목점에서의 압력항과 주변점에서의 압력항으로 나누고, 완화 계수를 이용해서 압력을 차갱신하는 무격자법 기반의 SOR법을 개발하였다.

임의로 배치된 각 계산점에 있어서, 시각 n 에서의 포아송 방정식 (12)의 수렴계산을 행하여, 시각 n 에 있어서의 압력장을 구한다. 단, 우변항은 시각 n 에서의 주목점 i 주변의 속도장으로부터 구해지는 중간속도의 식 (13)에 의해 계산된다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \bar{u}}{\Delta t} (= \mathbf{RHS}_i^n) \tag{12}$$

$$\frac{\bar{u} - u^n}{\Delta t} = -(u^n \cdot \nabla)u^n + \frac{1}{\nu} \nabla^2 u^n \tag{13}$$

이 때, 주목점 i 에 관한 주변점 j 의 압력을 다음과 같이 가정한다.

$$p_i^* = p_i + a_i \Delta x + b_i \Delta y + c_i \Delta x^2 + d_i \Delta x \Delta y + e_i \Delta y^2 \tag{14}$$

전 주변점을 식 (14)로 가정하고, 실제 값과의 잔차의 자승합 Q 가 최소가 되도록 계수 $a \sim e$ 를 결정한다. 구체적으로는, 다음 식을 풀게 된다.

$$\mathbf{A}_w \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 p_j \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 p_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j \\ \sum w_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 \end{pmatrix} p_i \tag{15}$$

식 (15)는 전 주변점 j 에 관한 것이므로, 포아송 방정식의

해법으로 채용하는 주목점 i 에서 압력의 2계 미분계수 c_i 및 e_i 를 주목점 i 에서의 압력항과 그 주변점의 압력항으로 분해하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} c_i &= \alpha_c - \beta_c p_i \left(= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) \\ e_i &= \alpha_e - \beta_e p_i \left(= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \tag{16}$$

여기서, 계수행렬 \mathbf{A}_w 의 역행렬을 \mathbf{B} 라고 하면, 계수 α 와 β 는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있고, 이 식을 p_i 에 대하여 식 (18)과 같이 정리한 후, 식 (19)를 이용하여 완화계수에 의하여 갱신한다.

$$\begin{pmatrix} \alpha_c \\ \alpha_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} & \mathbf{B}_{34} & \mathbf{B}_{35} \\ \mathbf{B}_{51} & \mathbf{B}_{52} & \mathbf{B}_{53} & \mathbf{B}_{54} & \mathbf{B}_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 p_j \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 p_j \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \beta_c \\ \beta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} & \mathbf{B}_{34} & \mathbf{B}_{35} \\ \mathbf{B}_{51} & \mathbf{B}_{52} & \mathbf{B}_{53} & \mathbf{B}_{54} & \mathbf{B}_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j \\ \sum w_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 \end{pmatrix} \tag{17}$$

$$p_i = \frac{2(\alpha_c + \alpha_e) - \mathbf{RHS}_i^n}{2(\beta_c + \beta_e)} \tag{18}$$

$$p_i^{\neq w} = (1 - \omega) p_i^{old} + \omega p_i \tag{19}$$

이 갱신된 값은, 이후의 주목점에서 같은 계산을 행할 때의 주변점의 값으로서 이용된다. 전 계산점에 대하여 같은 방식으로 갱신을 행하고, 전시간 스텝의 압력 p_i^{old} 와 식 (18)의 잔차를 식 (20)으로부터 구한다.

$$\mathbf{res} = \sqrt{\frac{\sum_i (p_i - p_i^{old})^2}{\sum_i 1}} \tag{20}$$

이 잔차가, 기준값이하일 때 갱신된 압력장을 포아송 방정식의 수렴해로 간주한다. 반면, 기준값을 상회하는 경우, 시간 스텝은 진행시키지 않고, 한번 더 전체 계산점의 압력을 갱신

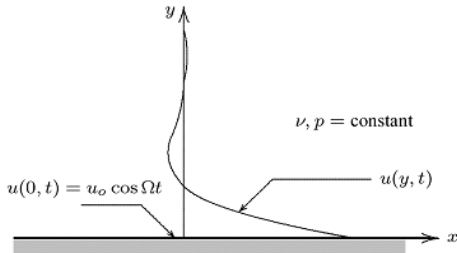


Fig. 4 Schematic view of Stokes' second problem

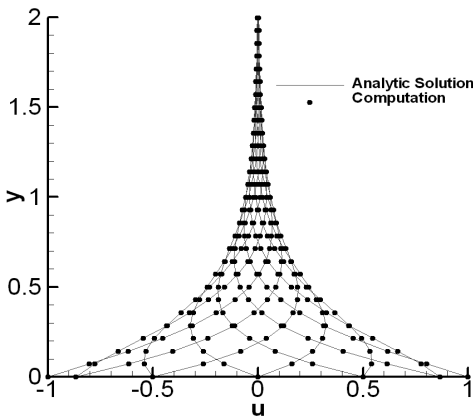


Fig. 5 Velocity profiles due to an oscillating wall

킨다. 따라서 이 경우, 식 (19) 및 식 (20)에 있어서의 p_i^{old} 는 전시간 스텝의 값이 아닌, 같은 시간 스텝내에서 이전에 갱신된 값 p_i^{new} 가 된다. 이렇게, 동일 시간스텝 내에서 반복계산을 행하는 것으로 포아송 방정식의 수렴해를 얻는다.

4. 수치 시뮬레이션

3.1 진동하는 무한평판주위의 유동해석

본 계산기법의 정확도를 검증하기 위하여, Fig. 4와 같이 평판과 평행한(x) 방향으로 $u(0,t) = u_0 \cos(\Omega t)$ 의 속도로 진동하는 무한평판주위의 점성유동을 해석하였다. 이 문제는 Stokes의 제2문제로 알려져 있으며, 식 (21)과 같은 해석해가 존재한다. 최대 유속 u_0 은 1, 주파수 Ω 는 π , 동점성계수 ν 는 0.2로 설정하였다. 한 주기내의 각기 다른 시간에서의 계산되어진 속도분포와 해석해를 Fig. 5에서 보이고 있다. 두 결과가 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

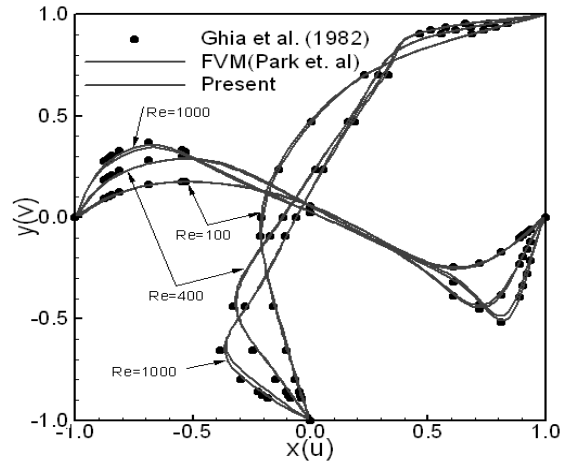


Fig. 6 Comparison of velocity profiles at the horizontal and vertical center planes

$$u(y,t) = u_0 e^{-\eta y} \cos(\Omega t - \eta y), \quad \eta = \sqrt{(\Omega/2\nu)} y \quad (21)$$

3.2 2차원 Cavity 유동해석

실험결과와의 비교가 가능한 2차원 cavity 유동해석을 수행하였다. Reynolds 수 100, 400, 1000에 대하여 계산하였으며, 계산점은 수평방향(x)과 수직방향(y)으로 각각 80, 100, 100개씩을 균일하게 분포시켜 계산을 수행하였다.

Cavity는 정사각형의 cavity로서, 상부경계면은 수평방향으로 일정한 속도(u)가 주어져 있으며, 나머지 경계면은 모두 벽으로 구성되어 있다.

Fig. 6는 수평 및 수직방향의 중앙 단면에서의 속도분포를 실험[8] 및 유한체적법을 이용한 기존의 결과[9]와 비교하여 보여주고 있으며, 양자 모두와 좋은 일치를 보이고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 이동최소자승법을 이용하는 무격자 기반의 수치해석기법을 개발하였다. 개발된 기법을 이용하여, 저 Reynolds 수의 2차원 비정상 비압축 Navier-stokes 문제인 진동하는 무한평판주위의 유동 및 Cavity 유동에 대하여 수치해석을 수행하였다. 계산 결과는 해석해, 기법 및 기존 계산결과와 좋은 일치를 보였으며, 본 계산기법이 만족스러운 정확도를 가지고 있는 것을 확인하였다.

본 계산기법은 향후 격자생성이 복잡한 문제나, 물체의 운동을 포함한 시뮬레이션등에 용이하게 적용될 수 있을 것



로 기대된다. 향후 계산점의 불규칙 배치에 대한 검토를 수행 후, 3차원 외부류 문제에 적용가능하도록 확장할 계획이다.

참고문헌

- [1] 1988, Monaghan, J.J., "An Introduction to SPH," *Comput. Phys. Comm.*, Vol.48, pp.89-96.
- [2] 1996, Koshizuka, S. and Oka, Y., "Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid," *Nucl. Sci. Eng.*, Vol.123, pp.421-434.
- [3] 1993, Batina, T., "A Gridless Euler/Navier-Stokes Solution Algorithm for Complex Aircraft Applications," *AIAA Paper 93-0333*.
- [4] 1996, Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O.Z., Tayler, R.L. and Sacco, C., "A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems," *Comput. Methods Appl. Engrg.*, Vol.139, pp.315-346.
- [5] 1997, Ogawara, K. and Iida, S., "Upwinding of Least Square Convection Estimate for Unstructured Grids," *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.5, pp.1592-1596.
- [6] 1974, White, F.M., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, pp. 48-149.
- [7] 2004, Bendez, B. and Velazquez, A., "Finite point solver for the simulation of 2-D laminar incompressible unsteady flows," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.193, pp.825-848.
- [8] 1982, Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., "High Resolutions for Incompressible Flow using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method," *J. Comput. Phys.*, Vol.48, pp.387-411.
- [9] 2005, 박종천, 문진국, 전호환, 서성부, "주기회전하는 원형 실린더 주위 층류 유동장의 수치시뮬레이션" *대한조선학회논문집*, 제42권, 제4호, pp.368-378.