



## 직교격자를 이용한 2차원 비정상 유동해석 코드 개발

정민규,<sup>1</sup> 이재은,<sup>1</sup> 박세연,<sup>1</sup> 권오준,<sup>\*2</sup> 권장혁,<sup>2</sup> 신하용<sup>3</sup>

### DEVELOPMENT OF A 2-D UNSTEADY FLOW SIMULATION CODE USING CARTESIAN MESHES

Min Kyu Jung,<sup>1</sup> Jae Eun Lee,<sup>1</sup> Se Youn Park,<sup>1</sup> Oh Joon Kwon,<sup>\*2</sup> Jang Hyuk Kwon<sup>2</sup> and Ha Yong Shin<sup>3</sup>

*A two-dimensional unsteady inviscid flow solver has been developed for the simulation of complex geometric configurations on adaptive Cartesian meshes. Embedded condition was used for boundary condition and a predictor-corrector explicit time marching scheme was used for time-accurate numerical simulation. The Cartesian mesh generator, which was previously developed for steady problem, was used grid generation for unsteady flow. The solver was based on ALE formulation for body motion. For diminishing the effects of cut-cells, the cell merging method was used. Using cell merging method, it was eliminated the CFL constraints. The conservation problem, which is caused cell-type variation around region swept by solid boundary, was also solved using cell merging method. The results are presented for 2D circular cylinder and missile launching problem.*

**Key Words :** 비정상 유동(Unsteady Flow), 적응 직교격자(Adaptive Cartesian Meshes), 격자 병합(Cut-cell, Cell Merging)

#### 1. 서 론

직교격자를 이용한 유동해석 분야에 대한 연구는 많은 연구자에 의해 진행되어 오고 있다. 직교격자가 가지고 있는 가장 큰 장점인 복잡한 물체를 처리할 수 있는 능력, 즉 non-body fitted라는 장점을 이용하기 위해 직교격자를 이용한 많은 연구가 진행되고 있다. 또한 CFD 분야가 발달함에 따라 다양한 유동조건에 대해서도 해석을 요구하는데 그 가운데 비정상 문제 혹은 물체 변형(deforming) 문제가 대표적인 난제라고 할 수 있다. 공탄성이나 물체의 분리 혹은 접근의 문제를 위해서도 비정상 유동에 대한 연구가 요구되고 있다.

일반적으로 물체 이동을 고려한 경우, 물체의 운동은 일정한 속도(uniform velocity)를 가지는 강체운동과 유동장 내부의 일부가 가지는 상대적인 운동(relative motion)으로 나눌 수 있다. 상대적인 운동을 가진 대표적인 예로 헬리콥터나 프로펠러를 포함한 고정익항공기 그리고 물체 분리운동(store separation) 등을 들 수 있다. 기존에 정렬, 비정렬 격자를 이

용하여 비정상 문제를 해석하기 위해 널리 알려진 방법이 중첩격자 기법(overset grid method)이다. 하지만 중첩격자기법의 경우 격자를 중첩함으로써 중첩되는 영역에서의 자료가 두 배가 되며, 격자 경계에서의 interpolation과정에서 유동량 보존이 되지 않는다는 단점이 있다. 또한 spring analogy를 활용한 변형격자 기법(deforming mesh method)의 경우 경계에서 interpolation 과정에서 보존되며 작은 운동에는 효과적이지만, 비교적 큰 물체의 운동이 있을 경우 skewness가 큰 격자가 생기며 negative volume을 가지는 격자가 생길 수 있다는 단점이 있다.

직교격자를 이용하여 비정상 문제를 해석하기 위해 고정된 Eulerian 격자에 물체의 운동을 모사하게 된다. 물체가 운동함에 따라 매 시간마다 격자계와 물체의 교차점이 새롭게 생성되며, 제어체적 역시 fluid 격자에서 cut-cell 그리고 물체 내부의 격자로 변형하게 된다. 즉 물체가 움직이는 영역에 대해서 시간전진에 따른 유동해석시 보존성(conservation)을 만족하기 위해서 특별한 처리를 요구한다. 이는 직교격자가 non-body-fitted 격자이기 때문에 생기는 어려움이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 이를 해결하기 위한 방법으로 격자병합(cell merging) 기법을 활용하였다.

본 연구에서는 비정상 문제를 해석하기 위해 유동내부의 물체가 직접 이동하여 매 시간마다 새로운 격자를 얻어내는

1 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

3 정회원, 한국과학기술원 산업공학과

\* Corresponding author, E-mail: ojkwon@kaist.ac.kr



'remeshing' 기법을 사용하였다. 직교격자의 특성상 쉽고 빠르게 격자를 얻어내는 장점과 더불어 remeshing을 위하여 격자 생성프로그램의 강건성과 효율성을 극대화하였다. 본 연구진은 기존에 2차원과 3차원의 정상문제를 해석하였으며, 문제 해석을 위해 기존에 tree 구조를 포함한 격자생성 프로그램과 비정렬 격자 기반의 유동해석자 개발을 하였다. 비정상 문제를 해석하기 위해 기 개발된 유동해석 프로그램을 이용하였으며, 개발된 비정상 유동해석 프로그램의 검증을 위해 2차원 circular cylinder에 대해 해석하였으며 다중 물체 유동해석을 위해 2차원 Missile launching 문제에 대해 해석하였다.

### 2. 격자생성 기법

비정상 유동에 대한 직교격자 생성은 기 개발된 정상 유동 직교격자 생성프로그램을 이용하였다[1]. 개발된 직교격자 생성프로그램은 복잡한 형상을 가지는 물체에 대해 빠르고 쉬우며, 자동으로 격자를 생성한다. 현재 개발된 격자 생성 프로그램은 강제운동만을 모사하고 있다. 다중물체 분리 유동 해석을 위해 각각의 물체에 각각 다른 강제운동을 입력함으로써 상대운동을 가지는 격자를 생성할 수 있다.

물체의 이동은 수치기법에서 사용되는 CFL수의 안정성 기준(stability criterion)에 의한 시간간격에 따르며, 또한 격자 병합시 고려사항인 격자의 변형형태를 고려하여 이동하게 된다. 여기서 격자의 변형형태란 일반적인 직교격자의 형태를 가진 fluid 격자와 cut-cell, 그리고 물체 내부의 solid 격자를 말한다. 격자 병합을 위해 fluid 격자는 바로 solid 격자로 변형될 수 없으며, 마찬가지로 solid 격자는 fluid 격자로 변형될 수 없다는 제한을 갖게 된다.

### 3. 수치기법

본 연구에서는 비정렬 격자중심 자료 구조를 토대로 한 직교격자 유동해석자를 개발하였다. 비정상, 비점성, 압축성 유동을 지배하는 2차원 Euler 방정식을 적분형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} Q dV + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F} \cdot \hat{n}) dS = 0 \quad (1)$$

$$Q = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T \quad (2)$$

$$F(Q) \cdot \vec{n} = (\vec{V}_r \cdot \vec{n}) \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e_0 + p \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ \vec{V} \cdot \vec{n} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\vec{V}_r = (\vec{V} - \vec{V}_s)$$

여기서  $\Omega$ 는 제어체적을 나타내고,  $\partial\Omega$ 는 제어표면을,  $\hat{n}$ 은 제어표면 바깥방향으로의 법선벡터를 나타낸다.  $\vec{F}$ 는 비점성 플럭스를 나타낸다.  $\vec{V}_r$ 은 움직이는 물체에 대한 상대속도이며  $\vec{V}_s$ 는 물체에 대한 속도이다. 본 연구에서는 격자중심의 유한체적법으로 이산화하며, 풍상차분법을 이용하여 지배방정식을 계산하였다. 격자중심의 유한체적법으로 이산화하면 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \tilde{Q} = -\frac{1}{V_{\Omega}} \sum_{faces} \vec{F} \cdot \hat{n} S_j \quad (4)$$

각각의 표면에서의 수치 플럭스, 즉  $\vec{F}_j$ 를 계산하기 위해 Roe's FDS[4]가 사용되었다. 공간상의 2차 정확도를 얻기 위해서 해석자의 각각의 표면에서는 좌우측에 인접하는 격자로부터 재구성된 자료를 사용하였다. 본 연구에서는 최소지승법[5]을 이용하여 각각의 격자에서의 구배를 계산하였다. 재구성된 자료의 과잉을 막기 위해 Barth&Jespersion의 제한자와 Venkatakrisshnan의 제한자[6]가 사용되었다.

시간전진을 위해 Euler backward 방법을 사용하였다. 2차 정확도를 가지는 predictor-corrector 방법을 이용하였으며, 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (QV)^{(0)} &= (QV)^n \\ (QV)^{(1)} &= (QV)^{(0)} + \frac{\Delta t}{2} Res((QV)^{(0)}) \\ (QV)^{(2)} &= (QV)^{(0)} + \Delta t Res((QV)^{(1)}) \\ (QV)^{n+1} &= (QV)^{(2)} \end{aligned} \quad (5)$$

시간전진을 위해 고려해야 하는 가장 중요한 것이 시간 간격이다. CFL수 기준은 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$CFL = \frac{\Delta t(|\vec{u} - \vec{u}_s| + c)}{\sqrt{A}} < 1.0 \quad (6)$$

비정상 문제를 해석하기 위해 모든 영역에서 동일한 시간 간격으로 시간전진을 수행하게 되며, 식 (6)의 기준을 통해 결국 최소 크기의 격자가 CFL수를 결정하게 된다. 일반적으로

로 직교격자를 생성하게 되면 물체 표면에서 임의의 크기를 가지는 임의의 다면체인 cut-cell이 생성된다. 대체로 cut-cell은 solution의 정확도에는 영향을 미치지 않지만 위의 기준식에서 보는 것과 마찬가지로 매우 작은 크기를 가지게 될 때 CFL수를 매우 작게 제한시킨다.

비정상 문제를 해석하는데 있어 기본적으로 만족해야 하는 것이 GCLs(Geometric Conservation Laws)이다. GCLs의 기준으로 두 가지를 들 수 있는데, 첫 번째는 식 (7)의 형태로 나타나며, 이는 수학적으로 제어체적이 닫혀있음을 표현하는 것이다. 두 번째는 식 (8)의 형태로 제어체적의 크기 변화는 제어표면이 단위 시간동안 이동한 변화량과 같아야 하는 것을 뜻한다.

$$\int_S \hat{n} dS = 0 \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} 1 d\Omega = \int_S \vec{V}_s \cdot \hat{n} dS \tag{8}$$

#### 4. 격자 병합(Cell Merging)

격자병합을 하는 첫 번째 이유는 cut-cell의 영향을 줄이기 위함이다. 정상유동의 문제를 해석하는데 있어서는, local time stepping을 적용하기 때문에 cut-cell이 존재하지 않는 경우보다 크게 시간간격에 제약을 받지 않는다. 하지만 비정상 유동의 경우는 유동장 내부의 모든 격자가 동일한 시간간격으로 전진해야 하기 때문에 cut-cell에 의해 많은 제약을 받는다. 이를 완화하기 위한 방법으로 격자 병합이 사용된다

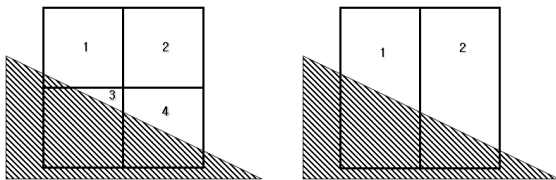
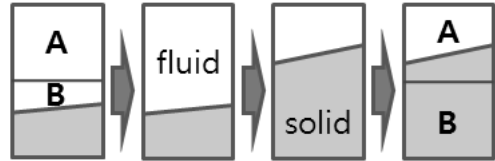


Fig. 1 Cell merging method for unsteady time step

격자병합의 두 번째 이유는 격자가 새롭게 생성되거나 사라지는 경우에 대해 해석하기 위함이다. 직교격자의 특성상 non-body fitted로 격자를 생성하게 되면, 물체가 운동함에 따라 n step에서 존재했던 격자가 n+1 step에서 solid의 형태로 사라지거나 혹은 solid로 포함되었던 격자가 다시 cut-cell의 형태로 나타나는 경우(그림 참조)가 발생하게 된다. 이 때 새

롭게 생성되거나 혹은 사라지는 격자에 대한 유동해석식 (5)를 사용하게 되면 물리적으로 타당하지 않은 결과를 얻게 된다.



(a) Cell merging method for disappearing cells

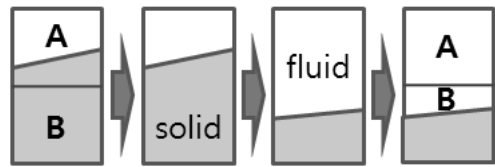


Fig. 2 (b) Cell merging method for appearing cells

즉, 격자병합을 하는 이유는 CFL수의 제한을 줄이기 위함과 격자가 생성되거나 사라지는 경우에 대해서 처리하기 위함이며 이를 격자병합을 통해 해결할 수 있다. 격자병합 방법을 식 (5)에 적용하면 식 (9)과 같이 표현할 수 있다.

$$[(QV)_A + (QV)_B]^{n+1} = [(QV)_A + (QV)_B]^n - \Delta t \left[ \sum_{n_{faces}} (\vec{F} \cdot \hat{n} S)_A + \sum_{n_{faces}} (\vec{F} \cdot \hat{n} S)_B \right]^n \tag{9}$$

Fig. 2(a)에서 보이듯이 n step에서 존재했던 격자 B가 n+1 step이 되면서 solid 내부로 사라지게 된다. 앞서 말했듯이 식 (5)를 사용하게 되면 타당하지 않은 결과를 가지게 된다. 따라서 식 (9)을 사용함으로써 격자 B의 유동값이 격자 A로 전달된다. 또한 Fig. 2(b)는 n step에서 존재하지 않던 격자 B가 n+1 step에 나타남에 따라 격자 B의 n step 유동값이 존재하지 않기 때문에 식 (5)를 사용하는데 어려움이 따르게 된다. 식 (9)을 사용함에 따라 n step의 격자 A의 유동값을 이용하여 n+1 step의 격자 B 유동값을 계산하게 된다.

격자 병합의 방법은 단순히 cut-cell과 이웃하는 uncut-cell을 병합하는 것이다. 격자병합을 위해 기준이 되는 방향을 설정해야 하는데, rigid body motion일 경우 물체 진행방향으로 격자병합을 진행하게 된다. Fig. 3(a)에서 보이듯이 cut-cell A가 uncut-cell B로 병합하게 된다. 하지만 Fig. 3(b)에서 보이듯이 물체가 X축과 평행하게 진행되더라도 cut-cell에서의 물체 표면의 각도가 15도 이내면 물체 진행방향이 아닌 수직한 방



향으로 cut-cell A가 uncut-cell B에 병합된다. Fig. 3(c)는 2차원 circular cylinder 형상에 대해 유동해석시 X축 방향으로 물체가 진행시 격자 병합 방향을 나타낸 것이다. 대부분의 격자가 물체 진행방향으로 병합이 되며, 물체의 윗부분 즉 경사가 15도 이내인 곳에서는 윗방향으로 병합하게 된다.

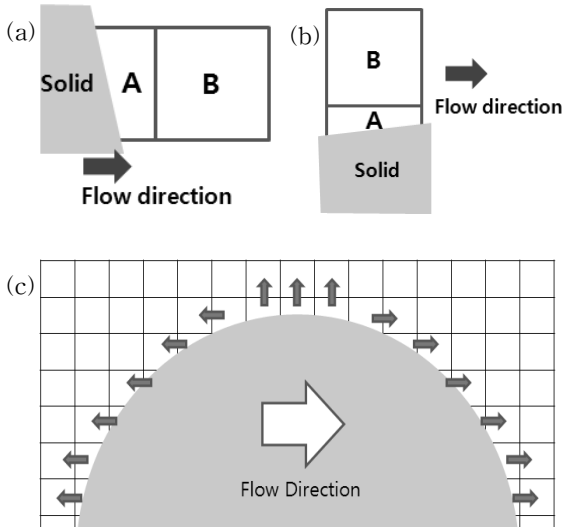


Fig. 3 Cell merging direction

격자병합의 병합의 과정은 아래와 같이 요약할 수 있다.

- (a) n step의 격자에 대해 플럭스(flux)를 계산한다.
- (b) 격자병합을 위해 모든 cut-cell에 대해 이웃하는 uncut-cell을 선택한다.
- (c) 식 (9)를 이용하여 시간전진을 통해 n+1 step의 유체 유동값을 업데이트 한다.
- (d) (b) step에서 수행한 병합의 역으로 격자를 분리하여 유동값을 업데이트 한다.

마지막으로, 격자 병합을 위한 물체 기하학상의 제한이 있다. 이는 물체의 운동 크기가 상대적으로 매우 작아야 한다는 것이며, 본 연구에서 사용하는 격자병합을 위해서는 운동의 크기가 최소 크기의 uncut-cell보다 작아야 한다. 즉 solid 격자는 cut-cell의 형태로만 바뀔 수 있으며, uncut-cell의 형태로 바뀔 수 없다. Fluid 격자 역시 cut-cell의 형태로만 바뀔 수 있으며, solid 격자의 형태로 바뀔 수 없다.

### 5. 결 과

앞서 설명한 수치기법을 토대로 직교격자계에서 비정상 문제를 해석하였다. 현재의 결과는 explicit 방법을 이용하여 시

간전진을 하였으며, 매 시간마다 전체적으로 remeshing된 격자를 이용하였다.

#### 5.1 2차원 Circular Cylinder

2차원 Circular cylinder 형상에 대해 초기상태는 자유류 마하수를 0.3로 정상유동으로 설정하였다. 이후 물체에  $M_s = 1.0$ 의 속도로 이동하게끔 운동을 모사하였다. Fig. 4(a)는 비정상 유동의 해석을 위해 사용된 격자를 나타낸 것이다. 현재의 경우는 물체가 강제운동을 하기 때문에 이동할 영역에 대해 미리 조밀한 격자를 생성한 뒤 물체를 이동하였다. Fig. 4(b)는 밀도 contour를 나타낸 것으로 비정상 문제를 해석하기 위한 초기화된 결과라고 할 수 있다.

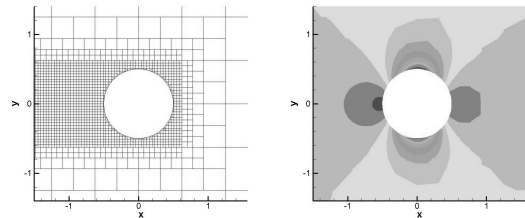


Fig. 4 (a) Computational domain for 2D circular cylinder (b) Density contour

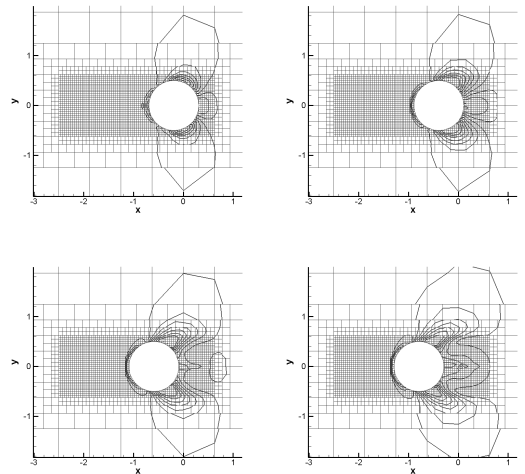


Fig. 5 Density contour for circular cylinder at 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 sec

Fig. 5는 초기결과를 이용한 비정상 결과로써 밀도 contour를 나타낸 그림이다. 각각 0.2, 0.4, 0.6, 0.8초 후의 밀도로서 Fig. 4와 비교했을 때 물체가 진행되어 가고 있음을 확인할

수 있다. 전체적으로 coarse한 격자로부터 solution을 얻게 되면서 충격파가 생겨야 할 부분에서 뚜렷하게 나타나지 않았지만 비교적 정확한 유동특성을 나타내고 있다고 판단할 수 있다. 추후 시간전진을 하면서 격자적응(solution adaptation)을 수행하고, 많은 시간 update를 통해 좀 더 나은 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

## 5.2 2차원 Missile Launching Problem

다중물체에 대한 분리유동해석을 위해 비교적 간단한 검증 case인 2차원 Missile Launching 문제에 대해 해석해보았다. 초기 조건은 정지 상태로 자유류 마하수를 0으로 설정하였다. 이후  $M_s = 1.0$ 의 속도로 이동하면서 밀도 contour를 확인하였다. Fig. 6에서 보이듯이 가운데 Missile을 기준으로 아래 위에 pod를 위치하였다. 시간전진에 따라 Missile이 발사됨을 확인할 수 있으며 이에 따른 밀도 변화도 관측할 수 있다. 앞선 예제와 마찬가지로 좀 더 많은 시간 update와 solution adaptation을 통해 나은 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

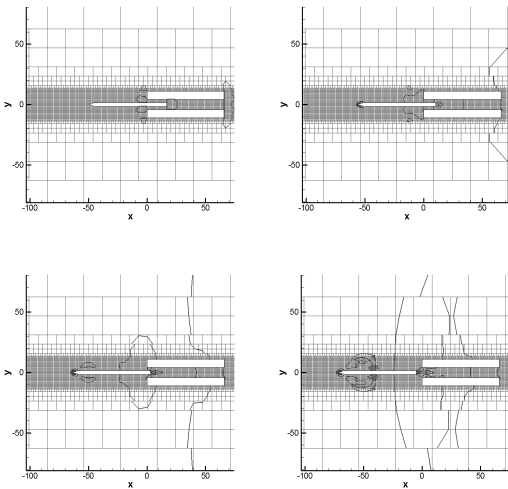


Fig. 6 Density contour for missile launching at 0, 0.15, 0.3, 0.45 sec

## 6. 결 론

직교격자를 이용한 2차원 비정상 유동 해석을 위한 프로그램을 개발하였다. 직교격자의 특성상 매 시간마다 새로운 격자를 사용하게 되며 이 과정에서 제어체적의 conservation을 위해 격자 병합 기법을 사용하였다. 또한 격자 병합을 통해 물체 경계면에 의해 생성되는 cut-cell의 시간 간격의 제한을

완화시킬 수 있었다. 몇몇 case를 통해 개발된 프로그램의 검증은 하였으나 좀 더 많은 시간전진과 시간전진 과정에서 solution adaptation을 통해 좀 더 나은 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단하였다.

본 연구는 강제운동 뿐 아니라 추후 6자유도를 포함한 상대운동을 포함한 유동해석으로 확장할 것이며, 3차원에서의 확장을 위해 연구될 예정이다.

## 후 기

본 연구는 국방과학연구소 기초연구과제의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사 را 드립니다. (계약번호 UD060010AD)

## 참고문헌

- [1] 2008, 정민규, 이재은, 박세연, 이일량, 권오준, 권장혁, 신하용, "직교 격자계를 이용한 유동해석 코드개발," 한국항공우주학회 2008년도 춘계학술발표회 논문집, pp.481-485.
- [2] 2004, Hunt, J.D., "An adaptive 3D Cartesian Approaches for the Parallel Computation of Inviscid Flow about Static and Dynamic Configurations," *PhD. thesis*.
- [3] 1993, Bayyuk, S.A., Powell, K.G. and van Leer, B., "A Simulation Technique for 2-D Unsteady Inviscid Flows Around Arbitrarily Moving and Deforming Bodies of Arbitrary Geometry," *AIAA-93-3391-CP*, pp.1013-1024.
- [4] 1981, Roe, P.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372.
- [5] 1993, Rausch, R.D. et al., "Spatial Adaptation Procedures in Tetrahedral Meshes for Unsteady Aerodynamic Flow Calculations," *AIAA Paper 93-0670*.
- [6] 1993, Venkatakrisnan, V., "On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions," *AIAA Paper 93-0880*.
- [7] 2003, Murman, S.M., Aftosmis, M.J. and Berger, M.J., "Implicit Approaches for Moving Boundaries in a 3-D Cartesian Method," *AIAA-2003-1119*.
- [8] Lahur, P.R. and Nakamura, Y., "Simulation of Flow around Moving 3D Body on Unstructured Cartesian Grid," *AIAA-2001-2605*, pp.1-9.