



경계조건에 따른 공력음향 특성에 관한 연구

이 상 수,¹ 김 재 수^{*2}

THE STUDY OF AERO-ACOUSTICS CHARACTERISTIC BY BOUNDARY CONDITIONS

S.S. Lee¹ and J.S. Kim^{*2}

The present paper focuses on the analysis of aero-acoustics characteristic by several boundary conditions. In this simulation, a high-order and high-resolution numerical schemes are used for the accurate computation of compressible flow with several boundary conditions including characteristic boundary conditions as well as extrapolation and zonal characteristic boundary condition. These boundary conditions are applied to the computation of two dimensional circular cylinder flows with Mach number of 0.3 and Reynolds number of 400. The computation results are validated with measurement datum and other computation results for the Strouhal frequency of vortex shedding, the mean drag coefficient and root-mean-square lift for the unsteady periodic flow regime. Secondary frequency is predicted by three kinds of boundary conditions characteristic.

Key Words : 공력음향(Aero Acoustics), Vortex Shedding, Strouhal Number, Laminar Flow, Circular Cylinder, Boundary Condition

1. 서 론

실린더 주위의 유동 소음을 예측하는 연구는 다양한 산업분야에서 응용 되고 있지만 유동 현상이 복잡하고 음향학적 해석의 어려움으로 인하여 제한적인 해석만이 가능하였다. 현재까지 원형 실린더에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있지만 아직까지 명확하지 못한 부분이 있는 것으로 알려져 있다. 원형 실린더 주위에는 벽면의 경계층 유동 유동 박리, 후류 등 다양하고 복잡한 유동현상이 존재할 뿐만 아니라 실린더 유동의 불안정성에서 발생하는 층류 및 난류 천이의 시작 영역과 3차원 유동특성에 의해 발생하는 다양한 유동현상이 나타나 있는 것으로 알려져 있다 실린더 주위의 와도장은 소음을 유발하게 되고 와선의 신축(stretching)으로 인한 비정상 유동은 소음원이 된다

실린더 유동에서 레이놀즈수는 유동현상 및 공력소음 특성이 다르게 나타나는 중요한 변수이다. 본 연구에서는 Zdravkovich[1]에 의해 제안된 레이놀즈수에 따른 유동장의 특성은 다음과 같다. 레이놀즈수가 $0 < Re < 4$ 일 경우 creeping 유동이 형성되고 $4 < Re < 48$ 에서는 한 쌍의 볼텍스가 대칭으로 형성된다. $48 < Re < 180$ 범위에서는 주기적인 vortex shedding이 생성되며, $180 < Re < 400$ 에서는 3차원 불안정이 나타난다. 실린더 하류부분에서 발생하는 Vortex Shedding은 레이놀즈수 증가에 따라 불안정성이 커지게 되며, 특히, 레이놀즈 응력이 증가하여 재순환 영역의 길이가 감소함과 동시에 기저 압력이 증가하여 비정상적인 힘이 발생하게 된다 이러한 힘의 불균형은 양력 및 항력 증가의 원인이 될 뿐만 아니라 소음의 주된 원인이 된다

유동에 의한 비정상적인 진동은 유동과 음향간의 상호작용에 의해 발생한다 이러한 상호작용의 정확한 모사를 위해서는 고차, 고해상도의 수치미분과 장시간 계산에서도 안정적인 해를 제공할 수 있도록 경계조건 처리를 잘 해야만 정확한 값을 구할 수가 있다. 저 레이놀즈에서는 일반적인

1 정희원, 한국항공우주산업(주)

2 연락저자, 정희원, 조선대학교 항공우주공학과

* Corresponding author, E-mail : jsckim@chosun.ac.kr

유동조건을 해석할 때 사용하는 자유유동 조건을 사용하게 되면 Vortex shedding이 발생하는 실린더 후류지역에서 저주파가 생성됨을 Sreenivasan[2]에 의해 알려졌다. 여기서 발생하는 진동은 vortex shedding에 의해서 발생하는 주 진동 주파수가 아님을 확인하였다. Van Atta and Gharib[3]에 수행하였던 진동하는 실린더와 진동하지 않는 실린더 실험에서는 실린더의 진동모드와 후류가 연계되면서 공탄성적인 성질을 갖는 주파수를 확인하였지만, 진동하지 않는 실린더에서는 볼텍스 후류에서 발생하는 주 진동 주파수에서 발생하는 주파수와의 다른 주파수영역을 발견하지 못하였다. Sreenivasan[4]는 실험을 통하여 2차 진동 주파수가 발견되지 않음을 증명하였다. 또한 Karniadakis 와 Triantafyllou[5]도 비압축성 실린더 유동에 대한 수치해석에서 2차 주파수를 발견하지 못하였다. 하지만, Townsend et al.[6]은 낮은 속도의 압축성 유동에서 2차 진동모드가 발생함을 발견하였고 2차 진동모드는 계산영역의 문제가 아니라 수치적 기법에 의해 발생한다는 결론을 내렸다. Saul S. Abarbanel[7]는 far-field 경계조건 영향에 따른 2차 진동에 대하여 레이놀즈 수가 80일 경우에 대하여 자유유동조건과 특성치 경계조건을 이용하여 1차 Strouhal 수 및 2차 St 수에 대한 수치적 연구를 수행하였다. 특히 특성치 경계조건을 사용한 경우 2차 St 수가 발생되지 않음을 증명하였다.

본 연구에서는 지금까지 수행되었던 유동장에 의해 발생하는 문제뿐만 아니라 고차 미분식 및 특성치 경계조건을 이용하여 음향장에서 발생할 수 있는 2차 진동수에 대한 연구를 수행하였다. 이를 위해서 Kim and Lee[8]가 제안한 Optimized Penta-diagonal Compact Scheme 및 수치적 안정을 위하여 인공감쇄[9]을 적용하였다. 대부분 와류와 같이 강한 유동장이 경계면을 통과할 때 반사되는 음향 및 소음을 최소화하는 방법으로는 gird stretching 이나 저주파 필터링, 지배방정식에 소산 항을 추가하는 방법 및 비 반사 경계조건들을 조합하는 방법을 주로 사용하고 있다. 본 연구에서는 유동이 경계면을 통과할 때 반사되어 나오는 음향을 효과적으로 처리하기 위하여 비 반사 경계조건과 완충영역 기법을 사용하였다. 원거리 경계조건의 적용은 2차 진동의 발생 유무를 결정하는 중요한 조건이 될 뿐만 아니라 경계면에서 발생하는 비 물리적 반사파를 효과적으로 제거 하지 못하는 경우 전체 계산 영역에서 정확한 음향장의 모사가 되지 않을 수 있다. 본 논문에서는 다음과 같은 경계 조건 1) 일반적인 압축성 유동 조건 2) 일반적인 압축성 유동조건과 Bodony,T.J.[10] 이 제안한 Absorbing Zone을 이용한 조건 3) 일반화된 특성치 경계조건 4) Richard D. Sandberg[11] 가 제안한 Zonal Characteristic 경계조건 등을 적용하여 유동장 및

음향장의 특성, 실린더 후류에서 발생하는 주 진동 주파수와 2차 진동 주파수의 유무에 대하여 확인하였다

2. 지배 방정식과 수치기법

2.1 지배방정식과 수치기법

일반 좌표계로 변환된 2차원 비정상 압축성 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 사용하였고 이 때 지배방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \hat{E}_V}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_V}{\partial \eta} \quad (1)$$

\hat{Q} 는 무차원 보존형의 유량함수 벡터(Conservative Flow Variable Vector)를 나타내며, $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ 는 각 방향의 비점성 유량벡터(Inviscid Flux Vector)이고, $\hat{E}_V, \hat{F}_V, \hat{G}_V$ 는 각각의 점성유량벡터(Viscid Flux Vector)를 나타낸다. 본 연구에서 사용한 고차, 고해상도 수치기법은 2차원 전산공력음향 해석에 사용한 OHOC(Optimized High-Order Compact) 수치기법을 적용하였다. 수치 미분을 구하기 위한 방법은 다음과 같은 7 격자점을 이용한 내재적 방법에 의해 구한다. 각각에 사용되는 계수는 참고문헌[8]과 같다.

$$\begin{aligned} & \beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} \\ & = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^3 a_n (f_{i+n} - f_{i-n}) \end{aligned} \quad (2)$$

고차, 고해상도의 높은 정확도를 유지하기 위해서 시간 차분법도 4차 정밀도의 Runge-Kutta Explicit Method를 사용하였다. OHOC 기법이 공간에 대해서 높은 차수로 높은 해상도를 얻을 수 있는 반면, 중앙차분의 특성을 가짐으로 인하여, 전방차분법(upwind Scheme)처럼 파의 전파특성을 정확히 모사하지 못함으로 인해 소산오차와 확산오차가 발생하고 이는 수치 안정성에 크게 영향을 준다. 이 오차를 줄여 해의 안정성을 높이기 위하여 Kim & Lee[9]가 제안한 적응 비선형 인공감쇄모델(Adaptive Nonlinear Artificial Dissipation model)을 적용하였다.

2.2 격자계 및 경계조건

격자계는 Fig. 1 와 같은 '0'형 격자계를 사용하였고 계산 영역은 실린더 중심으로부터 전체 영역을 직경 D의 40배로



설정하였고, 후류 부분의 정확한 모사를 위하여 격자를 밀집 시켜 주었으며 격자계수는 201×131 을 사용하였다

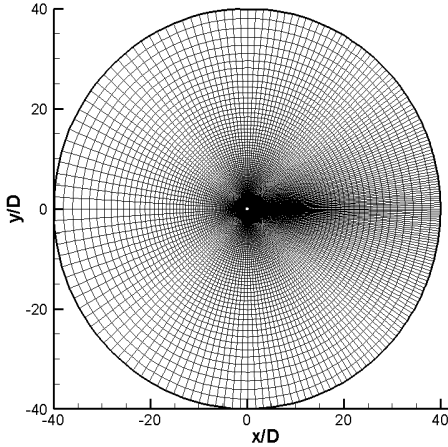


Fig. 1 Computational grid of circular cylinder

본 연구에서는 경계조건이 음향장에 미치는 영향을 알아보기 위하여 Table 1과 같은 조건에 대하여 수치해석을 수행하였다.

Table 1 Comparison of boundary conditions

case	Inflow Conditions	Outflow Conditions
1	압력에 대한 외압 조건	대류 경계 조건
2	압력에 대한 외압 조건+Absorbing Layer	대류 경계 조건+Absorbing Layer
3	Zonal characteristic boundary condition + Absorbing Layer	Zonal characteristic boundary condition + Absorbing Layer
4	Characteristic boundary condition + Absorbing Layer	Characteristic boundary condition + Absorbing Layer

2.2.1 Absorbing layer

경계면에서 발생하는 비 물리적인 음향반사를 제거하기 위하여 특성치 경계조건을 적용하여 계산을 할 경우 공간 차별화의 정확도가 감소하면서 발생하는 오차들로 인하여 평균 압력이 증가 또는 감소하게 되어 결국 발산하게 된다 경계면에서 음향반사를 줄이기 위하여 Bodony, T.J.[10]이 제안한 Sponge Zone(Absorbing Layer)를 적용하였다. Absorbing Layer는 경계면 근처의 여러층을 설정하여 물리량에 대하여

평균값을 이르게 하는 방법으로 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} - \left(\frac{\partial \hat{E}_V}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_V}{\partial \eta} \right) = \sigma(q - q_{ref}) \tag{3}$$

$$\sigma(x) = A \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right)^n$$

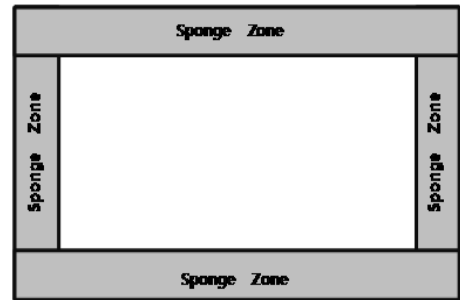


Fig. 2 Schematic of absorbing or sponge layer

여기서 q_{ref} 는 유지해야 할 평균 물리량이고 $\sigma = 2.5, n = 1, x_1, x_2$ 는 각각 sponge zone의 시작과 끝을 나타내는 변수이다.

2.2.2 Characteristic boundary condition

아음속에서 음향파가 $U+c$ 의 속도로 전파해 가면서 경계면에 도달했을 때 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 2개의 반사파가 발생한다. 첫번째는 $U-c$ 의 속도로 들어는 물리적인 반사가 발생하게 되고 두번째 반사파는 수치적으로 발생하는 반사파가 발생해서 수치적 에러를 발생시키게 된다. 본 연구에서는 경계면에서 비물리적인 반사를 줄이기 위하여 J.W.Kim등이[12]이 제안한 특성치 경계 조건을 사용하였다 고유값에 따라 유입류 조건 벽면 조건 및 비반사 조건이 결정되며, 본 연구에서는 입류,출류 조건 및 벽면 조건에도 특성치 경계조건을 적용하였다.

2.2.3 Zonal characteristic Boundary Condition

와류와 같은 높은 에너지구조를 가지고 있는 유동이 벽면을 빠져나가게 되면 비 물리적인 반사파가 발생한다 이러한 반사파가 최소가 되어서 계산영역에 영향을 미치지 않게 하기 위해서는 비 물리적인 도메인이 필요하다 최근 여러 학자들에 의해 다양한 방법으로 연구가 되고 있다 본 논문

에서는 Richard D.Sandberg and Neil D.Sandham[11]이 연구한 Zonal characteristic boundary condition을 적용하였다. Zonal CBC는 기존의 Local characteristic boundary condition을 기본으로 개발된 방법으로 기존의 특성치 경계조건에 쉽게 적용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 특성치의 파동방정식의 특성은 고유 속도에 따라서 음향, 와류, 엔트로피 등이 들어오거나 나가게 된다. $\lambda_i = u - c$ 의 속도를 갖는 특성치 값은 다른 3개의 항과는 반대방향으로 계산 영역 안으로 들어오게 된다. $\lambda_i < 0$ 일 경우 아래와 같은 식을 적용하게 되면 특성파의 크기가 점점 작아지면서 비 물리적인 반사를 감소시킨다.

$$\tilde{L}_i = g(x) \circ L_i$$

$$g(x) = 0.5 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi(x - x_s)}{(x_e - x_s)} \right] \right\} \quad (4)$$

x_s : buffer zone이 시작되는 지점

x_e : buffer zone이 끝나는 지점

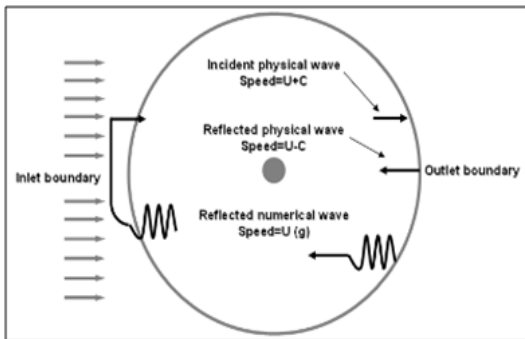


Fig. 3 Numerical and physical reflected wave at boundary

3. 결과 및 토의

3.1 Strouhal 수 및 2차 진동 주파수

Table 2 는 본 연구에서 수행한 $Re_\infty = 400$ 에서 경계 조건에 따른 Strouhal 수 ($St = fD/U_\infty$) 및 2차 진동 주파수 발생여부를 타 논문의 수치해석결과 및 실험치와 비교하였다. Strouhal 수에 대한 결과는 비교적 실험 및 타 수치해석결과와 일치함을 확인 하였다. 본 연구에서 수행하고자 하였던 2차 진동 모드는 4가지 경계 조건 중 primitive 경계조건을 적용한 경우에 대해서만 발견되었다. Fig. 4에서는 2차 Strouhal 수가 0.023에서 나타남을 알 수 있다. 도입 부분에서 언급했듯이 2차 진동은 물리적인 현상에서 발생하기보다

는 경계면에서 비물리적 반사를 정확하게 처리하지 못함으로써 수치적 진동이 계산 영역 전체에 영향을 주는 것을 확인 하였다. 특히 Kim & Lee[12]가 제안했던 특성치 경계조건을 적용했을 경우 Strouhal 수가 실험치와 일치하는 것을 확인하였다.

Table 2 Comparison with experiment data and numerical results

Case	Strouhal number
Experiment [13]	0.21 ± 0.005
Williamson [14]	0.206
Jordan [15]	0.200
Present (case 1)	0.2114
Present (case 2)	0.2112
Present (case 3)	0.2114
Present (case 4)	0.2106

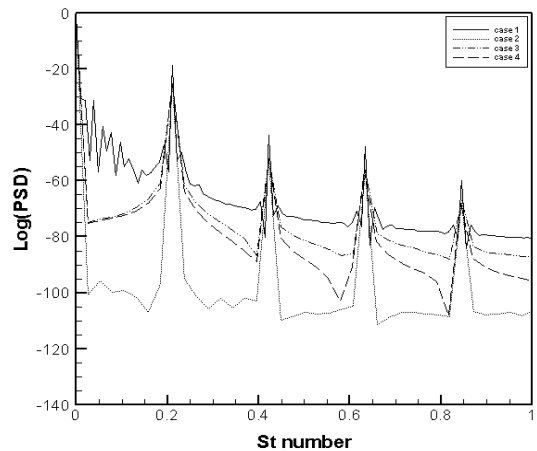


Fig. 4 Frequency spectrum of pressure

3.2 양력계수 및 항력 계수 변화

Fig. 5는 특성치 경계조건을 사용했을 때 양력과 항력에 관한 계수값을 나타내는 것으로서 유동이 발달하여 정상상태에서의 값을 표현한 것으로 Jordan[15]의 결과와 다소 차이가 있지만, 주기적인 섭동이 발생하는 것을 확인할 수 있다.

3.3 실린더 주위 및 경계조건에서 압력변화 특성

Fig. 6과 Fig. 7은 실린더 상방의 1D 및 15D 거리 지점에서 원거리 경계조건에 따른 압력변화의 주기적 특성을 보여주고 있다. 특성치 경계조건 및 완충영역을 적용한 경우(case



2-4)는 압력 섭동이 주기적으로 일정하게 유지됨을 알 수 있으나, 경계조건을 외삽하여 사용했을 경우(case 1)에는 저주파가 발생함을 확인하였다. 실린더 주위(1D)에서도 저주파가 발생하는 되는 현상은 경계조건에서 수치적인 오차로 인하여 계산 영역 전체의 해에 영향을 주는 것으로 판단된다

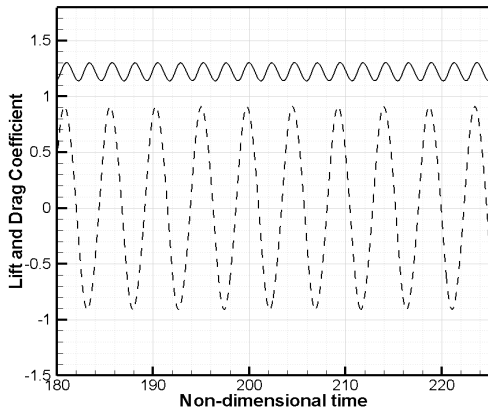


Fig. 5 and drag coefficients for laminar past a circular cylinder

다. 또한, 전방 방향으로의 주기적 압력파의 전파가 명확히 발생하는 것을 볼 수 있다. Case 1은 경계면에서 심한 반사파가 발생하여 계산영역으로 들어오면서 압력 변화에 상당한 영향을 미치게 됨을 압력 선도를 통하여 확인할 수 있다. Case 2와 Case 3 그리고 Case 4의 특성치 경계조건 및 완충영역을 적용한 경우 경계면에서 비 물리적인 반사파를 잘 억제하고, 음향파가 원거리까지 잘 전파가 됨을 확인할 수 있다.

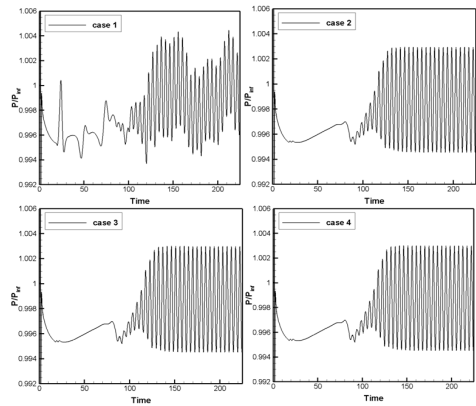


Fig. 7 Acoustics pressure signal at 15D location

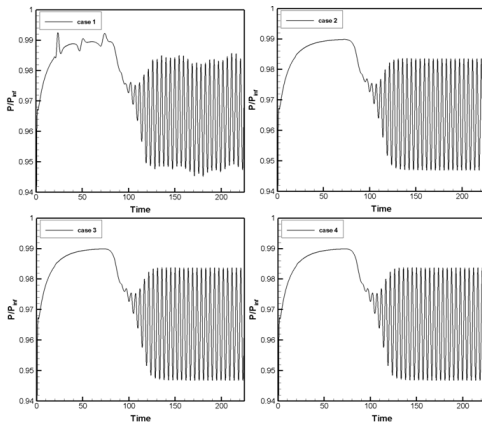


Fig. 6 Acoustics pressure signal at 1D location

3.4 음향파의 전파 (Acoustics propagation)

Fig. 8은 경계조건에 따른 음향파의 전파특성을 보기 위하여 압력 및 밀도 선도를 그려보았다. 아래 그림에서 볼 수 있듯이 case 1를 제외한 다른 경계조건은 경계면 근처에서 비 물리적인 반사가 일어나지 않고, 실린더 후류의 주기적인 유동으로 인해 발생하는 압력 교란 및 밀도가 원거리까지 잘 전파되고, 경계면에서 큰 압력 교란 없이 안정적으로 빠져나감으로써 수치 계산이 잘 진행되었음을 확인할 수 있

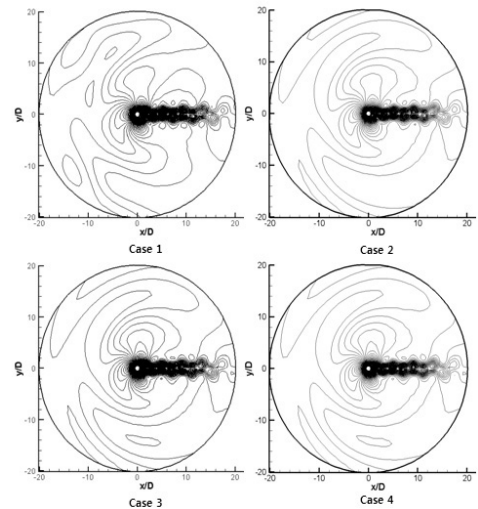


Fig. 8 Contour of pressure field by boundary conditions

5. 결 론

경계조건에 따른 음향장의 특성을 분석하였다. 기존의 외압조건 방법을 사용했을 경우에는 경계면에서 잘못된 정보 교환이 일어나 반사파가 발생하게 되고, 이러한 비물리적인 반사는 계산영역내의 유동장 및 음향장에 영향을 줄뿐만 아니라 수치적인 오차로 인한 2차 진동 모드가 나타남을 확인하였다. 본 연구에서는 특성치 경계조건 및 완충영역 기법을 이용하여 장시간 계산에도 안정된 계산을 수행하였고 2차 진동 모드는 발견되지 않았다. 원형 실린더 주위의 Karman Vortex 에 의해 발생하는 양력, 항력에 의한 유동장 및 음향장, Strouhal Number가 실험결과 및 다른 수치 계산 결과와 잘 일치함으로써 실린더 주위의 공력음향이 잘 모사 되었음을 확인하였다. 음향장 내에서 일정하게 유지 되어야 하는 압력장 또한 특성치 경계조건을 적용 하였을 때만 일정하게 유지됨을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 1997, Zdravkovich, M., *Flow around circular cylinders*, Vol.1, Oxford science publication.
- [2] 1985, Sreenivasan, K.R., "Transition and turbulence in fluid flows and low-dimensional chaos," *In Frontiers in Fluid Mechanics*, pp.41-67.
- [3] 1987, Vanatta, C.W. and GHARIB, M., "Ordered and chaotic vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, 174, 113-133.
- [4] 1989, SREENIVASAN, K.R., "Whither turbulence? Remarks on the 'dynamical systems approach' to the turbulence problem," *In turbulence at Cross Roads*.
- [5] 1989, Karniadakis, G.E. and Triantafyllou, G.S., "Frequency selection and asymptotic states in laminar wakes," *J. Fluid Mech*, 199, pp.441-469.
- [6] 1987, Townsend, J.C., Rudy, D.H. and Sirovich, L., "Computation and analysis of a cylinder wake flow," *In Forum on Unsteady Flow Separation*, ASME, 165-174.
- [7] 1990, Saul S. Abarbanel, "Secondary frequencies in the wake of a circular cylinder with vortex shedding," *ICASE report*, No. 90-16.
- [8] 1996, Kim, J.W. and Lee, D.J., "Optimized compact finite difference schemes with maximum resolution," *AIAA Journal*, Vol.34, No.5, pp.887-893.
- [9] 1999, Kim, J.W. and Lee, D.J., "Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational aeroacoustics," *3rd CAA workshop on benchmark problems*, USA, November, 1999.
- [10] 2006, Sandberg, R.D., Jones, L.E. and Sandham, N.D., "A zonal characteristic boundary condition for numerical simulations of aerodynamic sound," *ECCOMAS CFD*.
- [11] 2006, Bodony, D.J., "Analysis of sponge zones for computational fluid mechanics," *Journal of Computational Physics*, Vol.212, No.2, pp.681-702.
- [12] 2000, Kim, J.W. and Lee, D.J., "Generalized characteristic boundary conditions for computational Aeroacoustics," *AIAA Journal*, Vol.38, No.11, pp.2040-2049.
- [13] 1986, Blake, W.K., "Dipole sound from cylinders," *Mechanics of Flow induced Sound and Vibration*, 1st ed., Vol.1, Academic Press, New York, pp.219-287.
- [14] 1996, Williamson, C.H.K., "Three-dimensional wake transition behind a cylinder," *J. Fluid mech.* 328,345.
- [15] 1972, Jordan, S.K. and Fromm, J.E., "Oscillatory drag, lift, and torque on a circular cylinder in a uniform flow," *Physics of Fluids*, Vol.15, No.3, pp.371-376.