

# 강우시 불포화지반의 침투해석모형 개발

## A Development of Seepage Analysis Model for Unsaturated Soil during Rainfall

이정식\*, 한희수\*\*, 장진욱\*\*\*  
Jung Sik Lee, Heui Soo Han, Jin Uk Jang

### 요 지

토목구조물 및 사면의 붕괴는 집중호우가 내리는 경우 많이 발생하고 있으며, 특히 사면에서는 붕괴까지의 변형이 급속히 진행되어 이를 사전에 예방하기는 매우 어려운 현실이다. 침투 및 배수과정에서의 사면 붕괴는 강우침투로 인한 지반의 물리적 특성변화가 직접적으로 사면의 안전계수 변화에 영향을 주는 것으로 판단되며, 이때 발생하는 물리적 특성변화로는 침투시 사면 내 지반의 단위 중량은 증가하여 전단응력의 증가 및 전단강도 감소현상이 발생하며, 이와 반대로 사면 내 배수로 인하여 전단응력의 감소 및 전단강도의 증가현상이 발생한다. 따라서 본 연구에서는 강우침투로 발생하는 지반의 포화도 변화를 지반 내 투수계수의 함수로 설명하여 강우로 인한 지반의 침투 및 배수과정을 규명하고자 한다.

일반적으로 지반 내 지하수의 침투과정은 라플라스 공식을 적용한다. 그러나 라플라스 공식은 정상 상태(Steady State)일 경우에만 사용할 수 있고, 강우 등으로 인한 지하수의 수두 변화가 발생한 비정상 상태(Unsteady State)의 경우에는 부적합하므로 사면과 옹벽 등의 토질구조물에서는 안전성 변화를 계산할 수 없다. 이를 위해 사면 내 지반의 침투 및 배수과정을 투수계수의 함수로 나타내어, 강우의 침투과정을 Fourier Series, 변수분리법 및 섭동함수를 사용하여 식으로 유도함으로써 강우에 의한 지반의 침투 및 배수과정에 따른 사면 내 지하수의 분포를 예측한다.

침투과정 해석을 위하여 지표에서 포화대까지의 깊이 10m의 모델사면 및 지표부터 포화대까지의 포화도는 직선으로 비례한다는 가정을 적용한다. 먼저 푸리에 급수를 이용, 시간에 따른 온도를 열전달에 관하여 편미분하여 발생하는 열확산계수를 투수계수로 변환함에 따라 지하수의 시간과 수직방향거리에 대한 지반의 포화도를 산정한다. 변수분리법은 산정된 포화도에 지반의 초기조건과 경계조건을 고려하기 위해 적용하며, 변수분리법에 의해 산정된 지하수 분포를 섭동함수법으로 과도 및 정상상태로 분류한다.

본 연구의 수행으로 인해 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, Fourier Series와 변수분리법, 섭동함수를 이용하여 강우에 의한 지반의 포화도 변화를 수식적으로 나타낼 수 있으며 둘째, 지반에서의 강우침투과정을 식으로 표현함으로써, 깊이별 시간에 따른 포화도의 영역이 상부로부터 하부로 전이되는 과정을 알 수 있다. 셋째, 푸리에 급수를 이용한 지반의 침투계산으로 강우로 인한 지반의 포화영역 및 불포화영역을 명확히 구분할 수 있으며, 각 깊이별 포화도를 계산하여 각 구간에서 불포화구간의 전단강도에 대한 보다 정확한 계산이 가능하리라 판단된다.

**핵심용어:** 강우침투, 푸리에 시리즈, 변수분리법, 섭동함수법

### 1. 서론

\* 정회원-금오공과대학교 토목환경공학부 교수E-mail : [jungsik@kumoh.ac.kr](mailto:jungsik@kumoh.ac.kr) - 발표자

\*\* 금오공과대학교 토목환경공학부 부교수E-mail : [hanhs@kumoh.ac.kr](mailto:hanhs@kumoh.ac.kr)

\*\*\* 정회원-금오공과대학교 토목공학과 박사과정E-mail : [jangjinuk@hanmail.net](mailto:jangjinuk@hanmail.net)

토목구조물 및 사면의 붕괴는 집중호우가 내리는 경우 많이 발생하는데 이를 사전에 예방하기란 현실적으로 불가능하고, 특히 사면의 경우 붕괴까지의 변형이 급속히 진행되어 그 전조현상을 포착하기 어렵다. 사면의 거동이 강우에 의해 발생할 경우 상당히 복잡한 거동을 거친다. 강우의 침투로 사면 내 지반의 단위중량이 증가하여 전단응력이 증가하고, 전단강도는 감소한다. 이와 반대로 사면 내 배수로 인하여 전단응력은 감소하고 전단강도는 증가한다. 이러한 침투 및 배수과정이 직접적으로 사면의 안전계수 변화에 영향을 주며, 이는 지반 내의 투수계수의 함수로 설명될 수 있으므로, 강우로 인한 지반의 침투 및 배수과정이 상세히 규명되어야 할 것이다.

본 연구는 사면 내의 지반의 침투 및 배수과정을 투수계수의 함수로 나타내어, 강우에 의한 지반의 침투 및 배수과정에 따른 사면내 지하수의 분포를 예측하기 위한 것으로, 강우의 침투과정을 Fourier Series, 변수분리법 및 섭동함수를 사용하여 침투해석모형을 개발하였다.

## 2. 침투과정 해석을 위한 푸리에 급수

시간  $t$ , 공간  $(x, y, z)$ 에서의 온도를  $u(x, y, z, t)$ 라 하면, 열전달에 관한 다음과 같은 편미분방정식을 유도할 수 있다.

$$\mu\rho \frac{\partial u}{\partial t} = K \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \nabla K \cdot \nabla u \quad (1)$$

여기서  $K(x, y, z)$ 는 열전도도이고,  $u(x, y, z)$ 는 비열,  $\rho(x, y, z)$ 는 밀도이다.  $\nabla K \cdot \nabla u$ 항은  $K$ 와  $u$ 의 기울기 내적이다.

단면 내부에서 생성되는 에너지는 없다고 가정하면, 단면 내부에서 축적되는 열에너지율은 단면으로 유입되는 열에너지의 양과 균형을 이루어야 한다. 즉, 1차원 열방정식은 다음과 같다.

$$\mu\rho \frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

$k = K/\mu\rho$ 로 정의되는 상수를 사용하면 편미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

여기서 상수  $k$ 를 열확산계수라 한다.

열확산 계수를 투수계수로 변환하면 지하수의 시간과 수직방향거리에 대한 지반의 포화도로 바꿀 수 있다.

그러나, 이 방정식 만으로는 지반의 포화도  $u(x, t)$ 의 유일해를 결정할 수는 없다. 이를 위해서는 양 끝단에서 포화도에 대한 정보가 모든 시간에 대해 주어져야 하고(경계조건), 특정시간(일반적으로  $t=0$ )에서 전 구간에 대한 포화도 분포가 결정되어야 한다(초기조건). 이와 같이 초기조건과 경계조건이 방정식과 함께 주어지면 지반의 전구간과 시간에 대한 포화도 분포를 결정할 수 있다.

지반내의 구간별 포화도를 모형화 하기위한 식 (3)의 해를 구하기 위하여 변수분리법과 푸리에 급수를 적용하였다. 깊이가  $L$ 인 균질한 지반에서 상부의 온도는  $T_1$ , 하부의 온도는  $T_2$ 로 유지된다. 초기포화도를  $f(x)$ 로 하면 경계값 문제는 다음과 같이 모형화된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \\ u(0, t) &= T_1, \quad u(L, t) = T_2, \quad t \geq 0, \\ u(x, 0) &= f(x), \quad 0 \leq x \leq L \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $T_1$ 과  $T_2$ 는 0이 아니다.

변수분리법을 적용하여  $u(x, t) = X(x)T(t)$ 를 열방정식에 대입하면, 다음 식들을 얻을 수 있다.

$$X T' = k X' T \quad (5)$$

또는,

$$\frac{T'}{kT} = \frac{X''}{X'} \quad (6)$$

위 식의 좌변은 시간의 함수이고, 우변은 위치의 함수이므로 서로 독립적이다. 상수  $\lambda$ 를 도입하면, 다음과 같이 된다.

$$\frac{T'}{kT} = \frac{X''}{X'} = -\lambda \quad (7)$$

상수  $\lambda$ 를 도입하여 변수분리하면 다음과 같다.

$$X'' + \lambda X = 0 ; T' + \lambda kT = 0 \quad (8)$$

$x=0$ 의 경계조건과 변수분리법을 적용하면 다음과 같다.

$$u(0, t) = X(0) T(t) = T_1 \quad (9)$$

위의 두 함수는  $f(x)=0$ ,  $T_1 = T_2 = 0$ 인 자명해에서만 성립되어 모순되므로, 이 문제를 해결하기 위해서 섭동함수법이 필요하다. 식 (10)과 같은 섭동함수를 도입하여 원방정식에 대입하면 식 (11)과 같다.

$$u(x, t) = U(x, t) + \psi(x) \quad (10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \psi''(x) \right) \quad (11)$$

이 경우  $U(x, t)$ 에 대한 해는 다음과 같다.

$$U(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_0^L \left[ f(\xi) - \frac{1}{L}(T_2 - T_1)\xi - T_1 \right] \sin\left(\frac{n\pi\xi}{L}\right) d\xi \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-n^2\pi^2 kt/L^2} \quad (12)$$

따라서  $u(x, t)$ 에 대한 해는 다음과 같다.

$$u(x, t) = U(x, t) + \frac{1}{L}(T_2 - T_1)x + T_1 \quad (13)$$

### 3. 적용 및 분석

#### 3.1 모형사면 적용

지반의 침투거동을 해석하기 위하여 그림 1과 같은 모형사면의 포화도 분포를 적용하였다. 지표에서 포화대까지의 깊이는 10 m이며, 지표부터 포화대까지의 포화도는 직선으로 비례한다고 가정하였으며, 두 가지 경우의 투수계수와 깊이에 따라 포화도가 변화과정을 고찰하였다. 계산시간은 강우 전부터 시작하여 강우시작에서부터 완전 포화될때까지의 시간대별로 지속적으로 계산하였으며, 포화도와 관련된 투수계수는  $k_1 = 10^{-5}$  m/s,  $k_2 = 10^{-7}$  m/s로 정하여 계산을 하였다. 계산에 사용된 중요한 입력자료는 표 1과 같다.

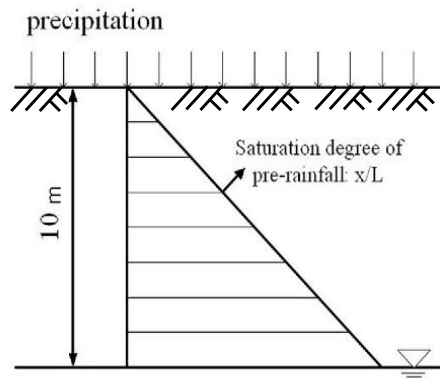


그림 1. 포화도 분포

표 1. 입력자료

The depth of ground $L$ (m)	10
The measured depth of ground $x$ (m)	0, 2, 4, 6, 8, 10
Permeability coefficient $k$ (m/s)	$k_1 = 10^{-5}$ m/s , $k_2 = 10^{-7}$ m/s
Calculation duration (hr)	Pre-rainfall ~after-rainfall
The saturation degree of pre-rainfall	$(x/L)*100\%$
The saturation degree of after-rainfall	$(x^2/L^2)*100\%$

3.2. 포화도의 변화

투수계수가  $k_1 = 10^{-5}$ m/s,  $k_2 = 10^{-7}$ m/s일 경우, 깊이별 시간에 따른 포화도의 변화는 그림 2와 3과 같다. 하부 10m는 항상 포화도 100%로 일정하고, 상부 건조영역으로부터 강우에 의한 침투가 지속되는 경우 포화도의 변화를 도시하였다. 그림 2의 경우, 완전포화되는 영역이 상부로부터 하부로 전이되는 과정과 약 8.6 시간에 지반이 완전히 포화되는 것을 볼 수 있다. 그림 3 역시 완전포화되는 영역이 상부로부터 하부로 전이되는 과정을 볼 수 있으며, 투수계수가 매우 작아 약 860시간에 지반이 완전히 포화되는 것을 볼 수 있다. 강우가 860시간이나 지속되는 경우는 거의 없으므로, 투수계수가 매우 작은 점성토의 경우 침투와 배수가 동시에 일어나는 경우가 일반적이라 사료된다.

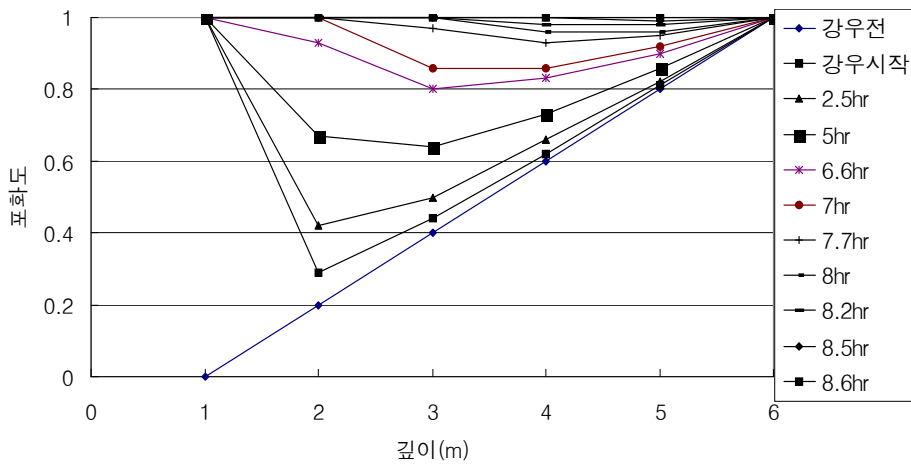


그림 2.  $k_1 = 10^{-5}$ m/s일 경우, 깊이별 시간에 따른 포화도의 변화

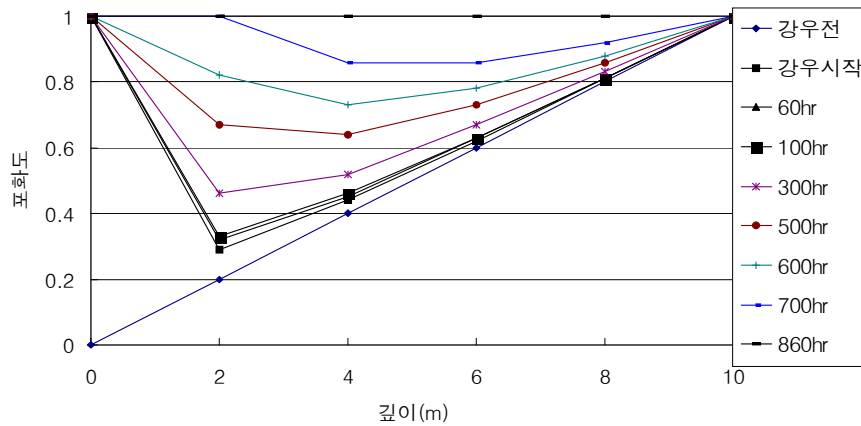


그림 3.  $k_2 = 10^{-7} \text{ m/s}$  일 경우, 깊이별 시간에 따른 포화도의 변화

#### 4. 결론

사면 내의 지반의 침투 및 배수과정을 투수계수의 함수로 나타내어 강우에 의한 지반의 침투 및 배수과정에 따른 사면내 지하수의 분포를 예측하기 위하여 강우의 침투과정을 Fourier Series, 변수분리법 및 섭동함수를 사용하여 식을 유도하였다. 지반의 침투거동을 해석하기 위하여 사용된 모형사면은 지표에서 포화대까지의 깊이는 10m이며, 지표부터 포화대까지의 포화도는 직선으로 비례한다고 가정하여, 두 가지 경우의 투수계수와 깊이별에 따라 시간대별 포화도 변화과정을 고찰하였다.

(1) 푸리에 급수와 변수분리법, 섭동함수를 이용한 지반의 침투과정은 강우에 의한 지반의 포화도 변화를 수식적으로 명확히 보여준다.

(2) 투수계수가  $k_1 = 10^{-5} \text{ m/s}$  일 경우, 깊이별 시간에 따른 포화도의 변화는 지반의 투수계수가 크므로 단기간에 완전포화되는 영역이 상부로부터 하부로 전이되는 과정을 볼 수 있으며, 약 8.6시간에 지반이 완전히 포화되는 것을 볼 수 있다.

(3) 투수계수가  $k_1 = 10^{-7} \text{ m/s}$  일 경우, 깊이별 시간에 따른 포화도의 변화는 투수계수가 매우 작아 완전포화되는 영역이 상부로부터 하부로 전이되는 과정이 오랜 시간이 걸림을 알 수 있으며, 약 860시간 후에 지반이 완전히 포화되는 것을 볼 수 있다. 강우가 860시간이나 지속되는 경우는 거의 없으므로, 투수계수가 매우 작은 점성토의 경우 침투와 배수가 동시에 일어나는 경우가 일반적이라 사료된다.

(4) 푸리에 급수를 이용한 지반의 침투계산으로 강우로 인한 지반의 포화영역 및 불포화영역을 명확히 구분할 수 있으며, 각 깊이별 포화도를 계산하여 각 구간의 불포화구간의 전단강도를 보다 정확히 계산할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. O'Neil, P.V.(2003), "Advanced Engineering Mathematics(5th edition), chapter 17" Bill Stenquist.
2. Kreyszing, E.(2006) "Advanced Engineering Mathematics(9th edition), chapter11 and chapter12, chapter 17", John Wiley&Sons, Inc.
3. Wu, T. H.(1976), "Soil Mechanics, chapter 2", Allyn and Bacon, Inc.
4. Das, B. M.(1995), "Principles of Geotechnical Engineering(4th edition), chapter 5 and chapter 6", PWS publishing company.