

열차-교량 진동전달특성을 이용한 철도교량의 진동사용성 평가기법

Vibration Serviceability Evaluation of Railway Bridges Considering Bridge-train Transfer function

전범규* 김남식** 김성일***
Jeon, Bub Gyu Kim, Nam Sik Kim, Sung Il

ABSTRACT

This paper aims for analyzing the vibration serviceability of train by simply expressing its vertical vibration when it passes a railway bridge. For this purpose, bridge-train transfer function was derived and bridge-train interaction analysis was performed by using the derived function. The bridge-train transfer function was developed with the assumption that train is a single mass-spring system, and bridge-train interaction analysis was performed on simple beams of KTX passenger car. The vertical acceleration signals of passenger cars obtained from bridge-train interaction analysis were compared with them of cars obtained from the bridge-train transfer function. As a result, it could be estimated to express the vertical vibration inside the passenger car required for vibration serviceability evaluation by using the vertical vibration of bridges obtained from moving load analysis. Therefore, it may be possible to evaluate the vibration serviceability of railway bridges considering bridge-train interaction effect.

1. 서 론

철도 교통은 타 교통수단과 비교하여 많은 승객과 화물을 빠르고 안전하게 수송할 수 있는 효율적인 교통수단이다. 이러한 철도교통의 경쟁력을 향상시키고, 차세대 고속철도의 기술선도 및 해외시장 진출을 위해 여객수송의 품질향상에 주력할 필요가 있다. 일본과 중국 등의 신설 고속철도 선로에는 특수 케이블지지 교량이 현재 다수 설계 및 시공 중이며, 초장대교량의 경우 교량의 처짐 등으로 인해 발생하는 승차감문제가 이슈가 될 것으로 판단된다. 진동사용성(vibration serviceability)은 속도와 더불어 가장 중요한 여객수송 품질평가의 잣대이다. 따라서 철도교량의 보다 안락한 진동사용성을 확보하고 평가하기 위한 연구가 필요 할 것으로 판단된다.

철도교량을 통과하는 열차의 진동사용성을 평가하기 위해서는 열차내부의 진동가속도를 얻어야 한다. 그러나 실제로 열차1량이 교량을 통과하는 시간은 매우 짧고 정확히 교량통과시의 진동만을 측정하는 것은 난해한 문제이다. 따라서 철도교량을 통과하는 열차내부의 진동을 구현하기 위해서 차량-교량 상호작용해석이 필요하다. Yan, Pan 등이 차량-교량의 상호작용으로 발생하는 동적응답을 구하기 위한 해석적인 방법을 제시하고 주요 매개변수들이 동적거동에 미치는 영향을 파악하기위한 연구를 수행하였다.⁽¹⁾⁽²⁾ 국내에서도 김성일, 권순덕 등이 해석적인 방법으로 차량과 교량의 상호작용으로 인한 교량의 동적거동을 파악하기위한 연구를 수행하였다.⁽³⁾⁽⁴⁾ 일본국철에서는 정밀하게 구현한 열차-교량 상호작용해석으로 교량을 통과하는 열차의 진동을 계산하고 평가하는 것을 권장하며 미국자동차협회 Janeway 기준을 적용한 주파수영역의 철도교량 승차감 평가기준으로 진동사용성을 평가하고 있다.⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 하지만 복잡한 모델의 경우에 실제교량과 차량을 정확히 모델링하기위하여 여러 가지 요소를 사용하므로 어떤 요소가 동적거동에 영향을 미치는가를 파악하기 힘들다.⁽⁷⁾ 그리고 정밀하게 구현한 열차모델을 이용하여 얻어진 열차내

* 책임저자 : 비회원, 부산대학교, 사회환경시스템공학과, 박사과정
E-mail : bkjeon79@yahoo.co.kr
TEL : (051)510-2189 FAX : (051)510-9596
** 정회원, 부산대학교, 사회환경시스템공학부, 부교수
*** 정회원, 한국철도기술연구원, 선임연구원

부의 가속도신호를 정답으로 규정 할 수 있는 근거 또한 미비하다. 따라서 간략하게 차량-교량 진동전달함수 (transfer function)를 이용하여 열차와 교량의 상호작용을 간단히 묘사하여도 열차내부의 진동가속도는 그 경향이 유사할 것으로 판단된다.

본 논문에서는 열차를 1자유도의 질량-스프링 시스템(single mass spring system)으로 가정하여 열차와 철도교량 간의 진동전달함수를 전개하였으며 KTX의 객차를 대상으로 단경간 철도교량에 대하여 열차-교량 상호작용 해석을 수행하였다. 그리고 상호작용 해석으로 얻어진 객차의 수직가속도 신호와 교량의 가속도신호로부터 진동전달함수를 이용하여 유추한 객차의 수직가속도신호를 비교하였다.

2. 국의 철도교량의 진동사용성 평가기법

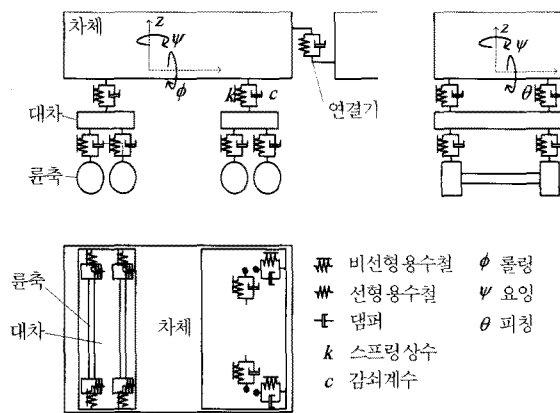


그림1. RTRI의 이동하중 해석 차량 모델

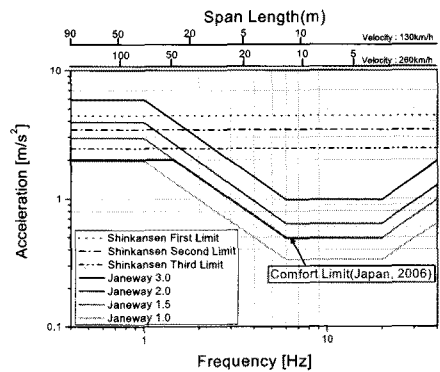


그림2. 일본 철도교 승차감 평가 기준

일본의 경우 고속철도교량의 동적응답을 분석하고 철도구조물의 설계표준을 제시하기 위하여 RTRI(Railway Technical Research Institute)에서 열차고속화에 대응한 철도교의 동적설계법에 의한 연구가 수행되었다. 열차의 주행성은 주행안정성과 진동사용성의 양면에서 검토될 필요가 있는데 주행안정성에 관해서는 운중 감소를 평가지표로 하여 검토하고 있으며, 차량의 진동사용성은 철도교량의 경우 차량이 교량을 통과할 때의 단시간 진동사용성을 검토대상으로 하고 있으므로, 순간적인 진동사용성을 평가지표로 선택하였다. 철도구조물 등 설계표준-동해설 변위제한에서는 교량을 통과하는 차체의 최대 수직진동가속도를 조사지표로 선택하고 차량과 교량구조물전체를 모델화하여 동적상호작용해석에 의해 평가하는 것을 원칙으로 하고 있다.⁽⁸⁾ 그림1과 같은 31개의 자유도를 가지는 차량 1량의 3차원모델을 열차-교량상호작용해석의 기본모델로 규정하였으며 진동사용성의 평가기준으로는 그림2와 같은 미국자동차협회 Janeway가 1948년에 제안한 자동차용 승차감기준을 참고로 하여 교량의 경간 길이와 고유진동수에 의해 규정되어지는 가속도기준의 열차에 대한 진동사용성기준을 적용하고 있다.⁽⁶⁾

3. 교량-차량 진동전달함수의 이론적 전개

진동사용성은 주행안정성만큼 국지적인 변형에 지배되지 않으므로 지속적인 검사 및 관리가 정기적으로 행해지는 상태에서는 케도틀립 등에 의한 영향은 미비할 것으로 판단된다.⁽⁶⁾ 그리고 복잡한 모델의 경우 실제교량과 차량을 정확히 묘사하기 위하여 많은 자료들을 사용하므로 어떤 요소가 진동거동에 영향을 미치는지를 정확하게 파악하기 힘들다. 따라서 차량과 교량간의 진동전달함수를 이용하여 상호작용을 고려하여도 진동의 경향은 유사할 것으로 판단하여, 그림3과 같이 열차를 조화운동을 하는 질량-스프링시스템(single mass spring system)으로 간략화 하여 진동전달함수를 유추하였다.⁽⁹⁾

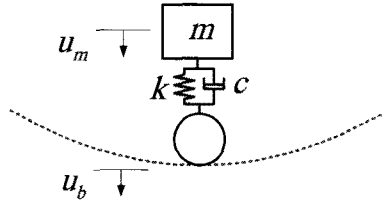


그림3. 질량-스프링시스템

그림3의 질량-스프링시스템에서의 운동방정식을 식(1)과 같이 가정하였다. 여기서, m 은 열차 모델의 질량을 나타내고 k 와 c 는 서스펜션의 스프링상수와 감쇠계수이다.

$$m\ddot{u}_m = k(u_b - u_m) + c(\dot{u}_b - \dot{u}_m) \quad (1)$$

질량-스프링시스템이 조화운동을 하는 것으로 가정하여, 교량과 질량의 변위를 식(2)와 식(3)으로 표현하였다.

$$u_b = \hat{u}_b e^{st} \quad (2)$$

$$u_m = \hat{u}_m e^{st} \quad (3)$$

식(2)와 식(3)을 식(1)에 대입하여 식(4)로 정리 할 수 있다.

$$m\hat{u}_m s^2 = k(\hat{u}_b - \hat{u}_m) + cs(\hat{u}_b - \hat{u}_m) \quad (4)$$

따라서 변위의 진동전달함수는 다음과 같다.

$$H_u(s) = \frac{\hat{u}_m}{\hat{u}_b} = \frac{cs + k}{ms^2 + cs + k} \quad (5)$$

조화운동으로 가정했을 때 교량과 질량의 가속도는 각각 $\ddot{u}_m = s^2 \hat{u}_m e^{st}$ 과 $\ddot{u}_b = s^2 \hat{u}_b e^{st}$ 로 표현할 수 있다. 여기서 지수함수 e^{st} 를 제거하여 표현하면 $\hat{\ddot{u}}_m = s^2 \hat{u}_m$ 과 $\hat{\ddot{u}}_b = s^2 \hat{u}_b$ 이고, 변위에 대하여 정리하면 식 (6)과 식(7)과 같다.

$$\hat{\ddot{u}}_m = \frac{\hat{\ddot{u}}_m}{s^2} \quad (6)$$

$$\hat{\ddot{u}}_b = \frac{\hat{\ddot{u}}_b}{s^2} \quad (7)$$

따라서, $\hat{u}_m / \hat{u}_b = \hat{\ddot{u}}_m / \hat{\ddot{u}}_b$ 이다. 그러므로 조화운동을 하는 질량-스프링시스템의 변위의 진동전달함수와 가속도의 진동전달함수는 동일하다.

KTX열차는 2개의 동력차와 2개의 동력객차, 16개의 객차로 이루어져 있다. 그리고 각 차량사이에 대차가 존재하는 관절형 시스템으로 일반 열차와의 차이점을 가진다. 본 연구에서는 그림4와 같은 동력차(power car)와 객차(passenger car)를 그림3과 같이 간략화 된 질량-스프링시스템으로 표현하여 진동전달함수를 전개했다. 그림5는

KTX의 동력차와 객차에 대한 진동전달함수이다.

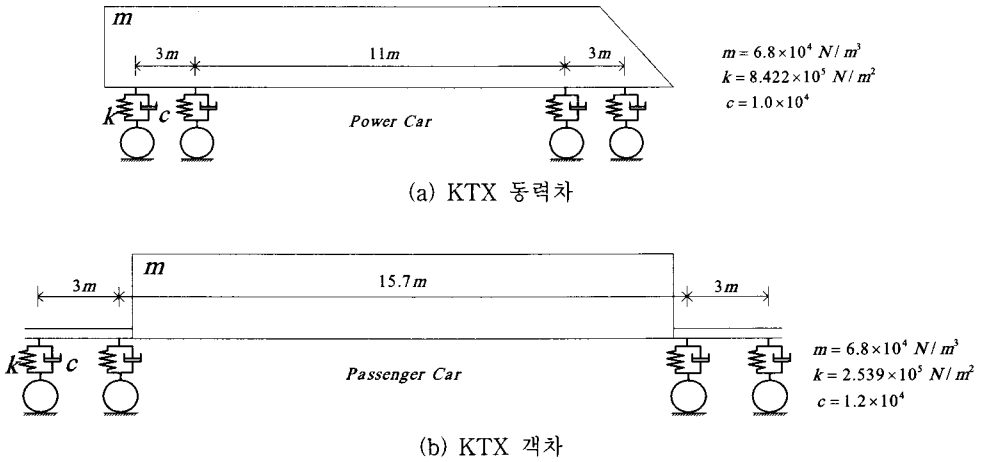


그림4. KTX열차의 동력차 및 객차의 모형

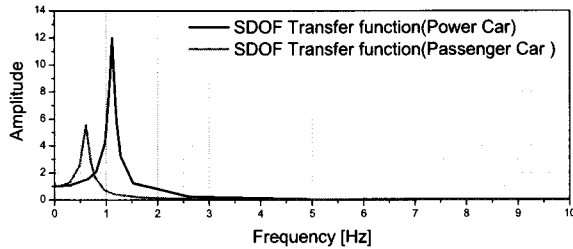


그림5. KTX열차의 진동전달 특성

4. 수치해석과 진동전달함수를 이용한 열차의 가속도 응답분석

교량에 작용하는 이동차량에 의한 하중이 고속화, 중량화 됨에 따라 상호작용해석의 중요성은 점점 더 부각되고 있다. 차량교량 상호작용해석은 1930년대부터 Inglis 등⁽¹⁰⁾에 의해 연구가 시작되어 수치해석툴과 컴퓨터의 발달 등으로 인하여 보다 복잡한 모델을 이용한 해석적 연구가 진행되어왔다. Chu등은 화물열차로 인한 콘크리트 철도교의 충격영향을 연구하였고,⁽¹¹⁾ 1990년대 장승필 등에 의해 관절형 대차시스템을 가진 TGV열차를 정밀 모델링하여 열차-교량 상호작용에 의한 강합성형 철도교량의 진동영향에 대하여 연구가 수행되었다.⁽¹²⁾ 본 연구에서는 3차원 라그랑지안 방정식(Lagrangian equation)을 이용하여 구성된 열차모형과 Newmark- β 방법과 가정과 보정에 의한 반복법(predictor-corrector iteration scheme)을 사용하여 열차-교량 상호작용을 수행할 수 있는 프로그램을 사용하였다.⁽⁶⁾ 앞서 전개한 진동전달함수의 타당성을 검증하기 위해 공용중인 고속철도교량을 대상으로 그림7 및 그림8과 같이 통과속도 300km/h인 KTX열차의 객차 1량과 교량의 열차-교량 상호작용해석 및 이동하중 해석을 수행하여 객차와 교량중앙에서의 수직진동가속도를 구하였다. 교량중앙의 수직진동가속도를 진동전달함수를 이용하여 열차의 수직진동가속도로 변환한 후 열차-교량 상호작용으로 계산된 열차의 수직진동가속도와 비교하였다. 그림6은 대상교량으로써 공용중인 경부선 천안아산-대전구간의 경간40m인 PSC box형 교량(연제교)이다. 그림7과 그림8은 대상교량을 이용한 교량-열차 상호작용해석과 이동하중해석모델이며 그림9는 교량-열차 상호작용해석으로 얻어진 객차와 교량의 신호를 식(8), 식(9)의 auto correlation function과 식(10), 식(11)의 auto spectral density function을 이용하

여 식(12)의 주파수응답함수(frequency response function)를 구한 후 KTX열차의 열차-교량 진동전달함수와 비교한 것이다. 이론적으로 전개한 진동전달함수와 상호작용해석으로 구해진 주파수응답함수는 이동하는 질량의 수직진동가속도와 교량중양지점에서의 수직진동가속도를 이용한 것으로 약간의 오차는 있으나 유사한 경향을 가지는 것을 확인할 수 있었다.

$$R_{mm}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u_m(t) u_m(t + \tau) \quad (8)$$

$$R_{bb}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u_b(t) u_b(t + \tau) \quad (9)$$

$$S_{mm}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{mm}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (10)$$

$$S_{bb}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{bb}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (11)$$

$$|H(f)|^2 = \frac{S_{mm}(f)}{S_{bb}(f)} \quad (12)$$

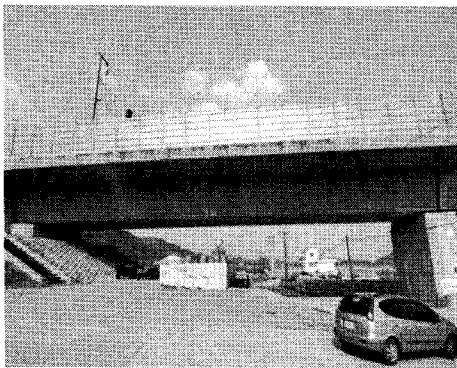


그림6. 언제교 전경

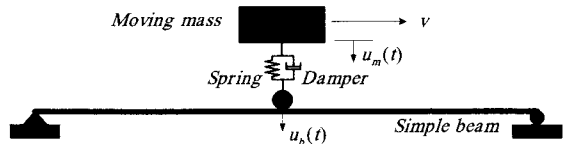


그림7. 열차-교량 상호작용해석모델

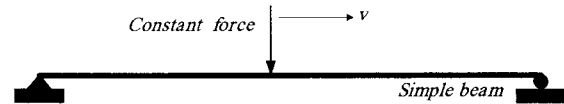


그림8. 이동하중 해석모델

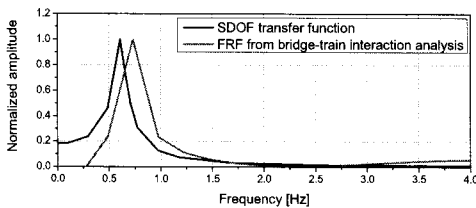


그림9. 진동전달함수와 교량-열차 상호작용해석 주파수응답함수의 비교

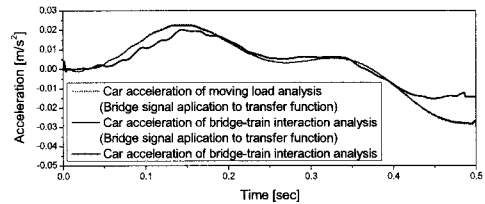


그림10. 교량의 응답으로부터 유추된 객차의 가속도와 상호작용해석으로 얻어진 객차의 가속도비교

그림7과 같이 열차-교량 상호작용해석을 수행하여 KTX 객차 1량이 300km/h의 주행속도로 교량을 통과할 경우의 객차에서의 수직진동가속도와 교량중양에서의 수직진동가속도를 얻었다. 그리고 교량의 수직진동가속도를 진동전달함수를 이용하여 객차의 응답으로 변환하였으며 그림8과 같은 교량과 열차사이의 상호작용이 배제된 이동하중

해석을 통하여 교량중앙에서 발생한 수직진동가속도신호로부터 객차의 수직진동가속도를 구하였다. 각각의 방법으로 얻어진 객차의 수직진동가속도를 비교한 것이 그림10이다. 그림10으로부터 이동하중해석과 교량-열차 상호작용해석의 교량중앙의 수직진동가속도로부터 유추한 열차의 수직진동가속도는 어느 정도 일치하고 있음을 알 수 있으며, 진동전달함수로 변환된 객차의 거동이 이동하는 질량인 객차의 거동을 정확히 표현할 수 없어 0.4초 이후구간과 같이 약간의 오차가 발생하는 것으로 사료된다. 따라서 진동전달함수를 이용하여 교량의 가속도신호로 간단히 신뢰성 있는 열차내부의 가속도를 유추할 수 있으며, 복잡한 교량-열차 상호작용해석을 수행하지 않고 간단한 이동하중 해석으로 교량의 진동사용성을 분석할 수 있을 것으로 판단된다. 통행되는 열차의 종류가 결정되어진 경우 바뀔 수 있는 변수 중 큰 영향을 미칠 수 있는 것은 차량의 주행속도와 교량의 강성변화이며 그림10을 통하여 분석된 내용은 1량의 객차가 교량을 주행 할 경우로, 연속하중으로 이루어진 열차의 경우 열차의 beating frequency를 무시할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 주행속도와 교량의 강성에 변화를 주며 그림11과 같은 객차2량이 교량을 통과할 경우에 대하여 상호작용해석으로 구해진 객차의 가속도응답과 교량중앙의 가속도응답으로부터 진동전달함수를 이용하여 구해진 객차의 가속도응답을 비교 분석하였다.

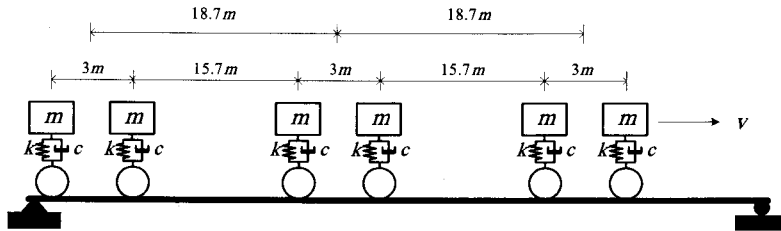
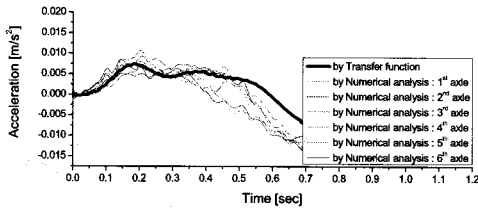
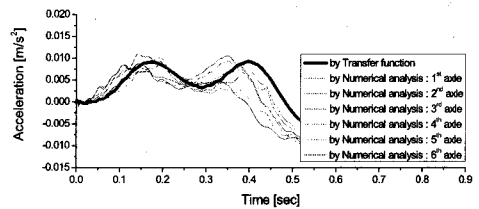


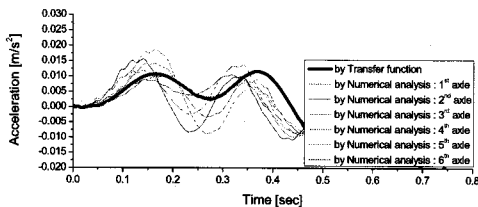
그림11. 객차2량의 교량-열차 상호작용해석 모델



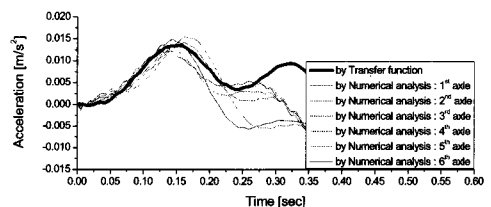
(a) 열차 주행속도 : 200km/h



(b) 열차 주행속도 : 250km/h



(c) 열차 주행속도 : 320km/h



(d) 열차 주행속도 : 400km/h

그림12. 열차의 주행속도에 따른 객차의 가속도 응답 분석

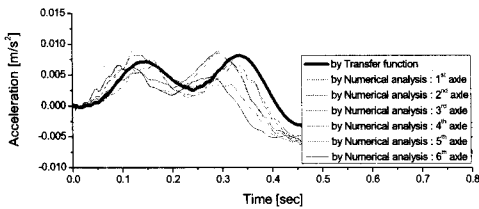
그림12는 열차의 주행속도를 200km/h에서 50km/h씩 증가시키며 교량-차량 상호작용해석으로 얻어진 객차의 수직가속도응답과 교량의 응답으로부터 유추된 객차의 수직가속도응답을 비교한 것으로 주행속도가 300km/h이하일 경우 서로 잘 일치하고 있으며, 400km/h이상의 고속주행 시 신호의 후반으로 갈수록 조금씩 오차가 커지는 것을

알 수 있다. 이는 교량중양의 수직진동가속도를 이용하여 유추한 객차의 수직진동가속도가 이동하는 질량의 거동을 완벽하게 표현하지 못하여 발생하는 것으로 판단되고 있다. 300km/h의 경우, 열차와 교량간의 공진의 영향으로 인하여 응답가속도 전반의 경향은 유사하나 교량의 수직가속도응답으로부터 유추된 객차의 수직가속도응답이 교량-차량 상호작용해석으로 얻어진 응답들을 대표한다고 판단하기에는 무리가 있는 것으로 사료된다. 그림13은 교량의 강성을 도표 2와 같이 변화하며 그 응답을 이용하여 분석한 것으로 beating frequency는 식(13)을 이용하여 계산되었다. 여기서 L 은 차축간의 거리를 의미하며 그림11의 18.7m를 사용하였다. 교량과의 공진이 발생할 경우, 열차 주행속도에 따른 분석과 유사한 현상이 발생하는 것을 알 수 있다. 교량의 강성이 클 경우는 열차의 주행속도가 낮을 경우와 유사하며, 강성이 낮을 경우는 열차의 고속주행 시 응답과 유사한 결과가 나타났다. 따라서 간단한 질량-스프링 모델을 이용하여 이론적으로 전개된 열차-교량 진동전달함수를 이용하여 상용 구조해석프로그램을 이용한 간단한 이동하중해석의 수행으로 교량의 진동사용성을 평가할 수 있을 것으로 판단된다.

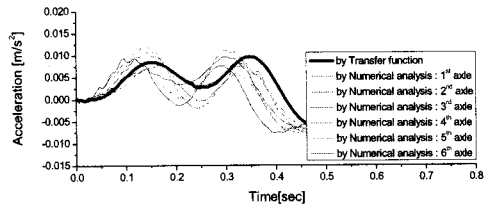
$$\Omega(\text{Hz}) = \frac{V(\text{m/s})}{L(\text{m})} \tag{13}$$

도표 1. 상호작용해석을 위한 교량의 강성변화

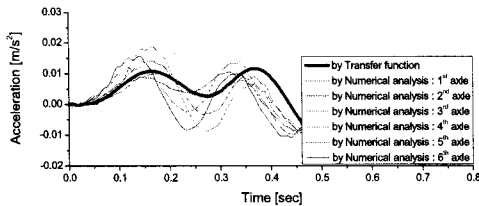
교량의 고유진동수 ω (Hz)	Beating Frequency Ω (Hz)	$\beta(=\Omega/\omega)$
4.96	4.39	0.89
4.64		0.95
4.41		1.00
4.21		1.04
4.05		1.08
3.50		1.25
3.20		1.38



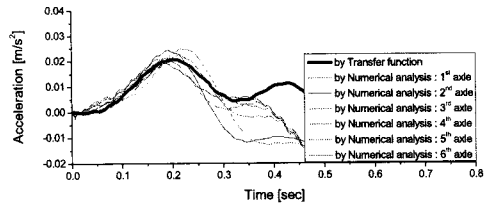
(a) $\beta(=\Omega/\omega)=0.89$



(b) $\beta(=\Omega/\omega)=0.95$



(c) $\beta(=\Omega/\omega)=1.04$



(d) $\beta(=\Omega/\omega)=1.38$

그림13. 교량의 강성변화에 따른 객차의 응답

5. 결론

본 논문에서는 간단한 이동하중해석으로 얻어진 교량중양의 수직진동가속도를 이론적으로 전개한 열차-교량 진동전달함수를 이용하여 열차내부의 수직진동가속도로 변환하고 교량을 통과하는 열차의 진동사용성을 평가하여 교량의 진동사용성을 평가하는 방법을 제시하였다. 진동전달함수를 이용하여 교량의 수직진동가속도로부터 유추된 열차내부의 수직진동가속도는 열차를 간단한 SDOF모델로 표현한 열차-교량 상호작용해석으로부터 얻어진 열차내부의 수직가속도응답과 공진의 경우를 배제하면 상당히 유사하다. 따라서 복잡한 교량-열차 상호작용해석을 수행하지 않고 상용 구조해석프로그램을 이용한 간단한 이동하중해석으로 대상교량의 진동사용성을 평가할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 연구비지원(과제번호 07차세대고속철도A01)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Yang, Y.B., Liao, S.S. and Lin, B.H. (1995), "Impact formulars for vehicles moving over simple and continuous beams", Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol.121.No.11,pp.1644-1650.
2. Pan, T.C. and Li, J. (2002), "Dynamic Vehicle Element Method for Transient Response of Coupled Vehicle-Structure Systems", Journal of Structural Engineering, vol.128,No.2,pp.214-223.
3. 김성일 (2000), "고속철도 교량의 교량-열차 상호작용해석" 박사학위논문, 서울대학교.
4. 권순덕, 김철영, 장승필 (2003), "차량-교량 상호작용에 관한 실험 및 이론연구", 대한토목학회논문집, 제23권 2A호, pp.239-247.
5. Janeway, R. N. (1948), "Vehicle Vibration Limits to Fit the Passenger", SAE Journal, vol.56.
6. Masamich Sogabe (2006), "열차의 고속화에 대응한 콘크리트철도교의 동적설계법에 관한 연구", Railway Technical Research Institute.
7. Lin, J., Lewis, F.L., and Haung, T. (1994), "Dynamic modeling for bridge vibration control", ASME, Proceedings of Conference on Active and Passive Control of Mechanical Vibration, pp.11-18.
8. Railway Technical Research Institute (2006), "철도구조물 등 설계 표준·동해설 변위제한", 마루젠 주식회사.
9. Bruggers, W. B. (2002), "Comfort Related Design of Railway Bridge", Delft University of Technology.
10. Inglis, C.E. (1934), "A mathematical treatise on vibration in railway bridges", The University Press, Cambridge.
11. Chu, K.H., Garg, V.K. and Wang, T.L (1986), "Impact in Railway Prestressed Concrete Bridge", ASCE, Journal of Structural Engineering. Vol.112.No.5,pp.1036-1051.
12. 장승필, 곽종원, 김성일 (1998), "TGV-K의 3차원모델링을 이용한 강합성형 철도교의 이동하중해석", 대한토목학회 학술발표회 논문집, pp.121-124.