

실험계획법을 이용한 집중권 권선형 Spoke type IPMSM의 형상최적설계에 대한 연구

황규윤, 권병일  
한양대학교

A Study on Optimal Pole Design of Spoke type IPMSM with Concentrated Winding for Reducing the Torque Ripple by Experiment Design Method

K. Y. Hwang, B. I. Kwon

Department of Electrical Engineering, Hanyang University, Ansan, Kyunggi-do, South Korea

**Abstract** - An optimal design procedure is proposed to effectively reduce the torque ripple by optimizing the rotor pole shape of the spoke type IPMSM with concentrated winding. The procedure is composed of two steps. In step I, the steepest descent method (SDM) is used with only two design variables to rapidly approach the optimal shape. From the near optimal rotor shape as a result of the step I, the design variables are reselected and the drawing spline curves are utilized to explain more complex shape with the Kriging model in step II. By using an optimal design procedure, we show that the optimized rotor pole shape of the spoke type IPMSM effectively reduces the torque ripple while still maintaining the average torque.

1. 서 론

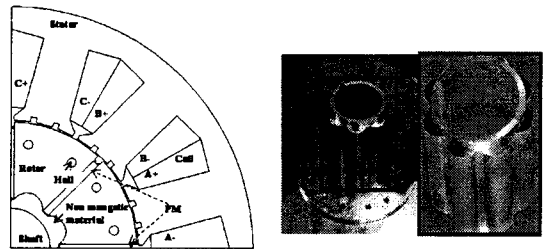
일반적으로 매입형 영구자석 전동기의 설계에 있어서 영구자석의 위치 및 회전자 내부 형상에 따라서 전동기의 성능이 다르게 나타난다. 특히, spoke type IPMSM는 영구자석이 회전자 내부에 방사상형태로 배치되어 높은 톨러턴스 토오크 및 자극을 형성하는 구조를 가지고 있다 [1]. 이러한 구조는 자속을 집중시키는 장점이 있는 반면에 전동기의 역기전력에 높은 고조파 성분, 코깅토크 및 토크리플을 갖는다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 여러 가지 연구가 이루어지고 있다 [2]. 최근 실험계획법으로 반응표면법, 크리깅 모델이 회전자 극형상 최적설계에 사용되어 지고 있다. 반응표면법은 전역적인 해를 구하는데 유리한 장점을 갖는것에 비해 비교적 많은 에러를 포함하고 있다. 이에 크리깅 모델은 복잡한 반응표면과 다변수에도 효과적으로 최적해를 찾을 수 있다. 하지만, Spoke type IPMSM의 복잡한 회전자 극형상 최적설계를 진행할 경우 많은 설계 변수와 실험횟수를 요하게 된다.

본 논문에서는 집중권 권선형 Spoke type IPMSM의 극형상 최적설계 알고리즘을 제안한다. 설계변수 및 목적함수를 최적화 근사모델에 따라 적절히 변화시켰으며, 최종적으로, 유한요소 해석결과 분석을 통해 Spoke type IPMSM에 미치는 영향들을 분석하였다.

2. Spoke type IPMSM 극형상 최적설계

2.1 해석 모델

그림 1 (a)는 권배어 시스템 구동용으로 설계된 Spoke type IPMSM을 보여준다. 고정자는 집중권형 분할코어로 구성되어 있다. Spoke type IPMSM은 영구자석의 자속을 회전자 표면으로 집중시킬 수 있는 장점을 갖으나, 자석내부에서의 누설자속이 크기 때문에 이를



(a) 해석 모델 (b) 회전자 구조

그림 1. Spoke type IPMSM 구조

저감시키기 위해 그림 1(b)와 같이 회전자 내부에 비자성체를 부착하였다. 본 회전자 구조가 갖는 누설자속을 최소화 한 후, 보다 증가된 자속을 효과적으로 사용하기 위해, 회전자의 극형상 최적설계를 진행하였다.

2.2 최적설계

Spoke type IPMSM 극형상 최적설계는 보다 빠르게 최적해 근방으로 접근하기 위한 Step I 과 보다 세부적인 최적설계를 위한 Step II 로 구성하였다. 이 과정에서 최대 경사법, 반응표면법, 그리고 크리깅 기법을 순차적으로 적용하였다.

2.2.1 Step 1: 최대 경사법 + 반응표면법

최대 경사법은 반응값들의 변화량을 최대로 갖는 방향으로 실험점들을 추가적으로 실행하여, 목표로 하는 값을 만족하는 값 근방으로 접근해 가는 방법이다. 이를 위해 간단히 최소자승법을 이용하여 1차 회귀방정식을 꾸미고 이를 이용하여 최대 경사법을 실행하였다 [3]. 최대 경사법을 이용해 빠르게 최적값 근방으로 이동이 가능하며, 이동 후 최적값 근방에서 반응표면법에서 가장 일반적으로 사용되는 중심합성계획법을 실행하여 보다 최적의 해를 찾았다. 최대 경사법 및 반응표면법은 실험계획법에서 많이 적용되지만, 설계변수가 많은 경우 또는 설계변수에 따른 반응값이 매우 복잡할 경우, 많은 에러를 포함하기 때문에 적절하지 않다. 보다 다양한 회전자 형상설계가 가능하도록 Spline curve를 이용하였으며, 이 과정에서는 증가된 설계변수들을 고려하는데 유리한 크리깅 기법을 적용하였다.

2.2.2 Step 2: 크리깅 기법

설계변수가 많거나, 반응값이 복잡할 경우를 고려하기 위해 크리깅 기법을 적용한다. 크리깅 모델에는 몇 가지의 종류가 있는데, 여기서는 정규 크리깅을 사용한다. 정규 크리깅은 식 (1)의 크리깅 추정식의 오차분산을 최소로 하는 경우의 크리깅을 의미한다 [4]. 이미 그 값을 알고 있는 n개의 자료값을 이용하여 정규크리깅에 해 임의의 x0 에서의 예측값은 다음의 크리깅 추정식으로 구할

수 있다.

$$z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i \quad (1)$$

여기서,  $z^*$ 는 위치가 알려진 지점에서 크리깅을 이용한 예측치이며,  $z_i$ 는 이미 그 위치와 값을 알고 있는 주위의 점이고,  $\lambda_i$ 는 사용된 주위의 각 자료의 가중치이며  $n$ 은 크리깅 예측을 위해 사용된 자료의 총 개수이다. 가중치는 거리에 따른 함수이고 예측값과 참값 사이의 오차가 최소가 되도록 결정되며 많은 경우에 추정값이 편향되지 않아야 한다는 조건을 추가로 사용하여 그 값을 결정한다. 크리깅 추정식이 편향되지 않을 조건은 식 (2)와 같다.

$$b_{z^*} = E(z) - E(z^*) = E(z) - E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i z_i\right) = 0 \quad (2)$$

정규 크리깅은 식 (4)의 제약조건 하에서 식 (3)의 오차분산을 최소로 하는 가중치를 구하고 이들 가중치를 이용하여 알려진 값들의 선형조합으로 미지의 값을 예측한다.

$$\sigma_{OK}^2 = \sigma^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{oi}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}^2 \quad \text{where } \sigma_{ij}^2 = \text{Cov}(z_i, z_j) \quad (3)$$

$$\text{with a constraint } 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad (4)$$

여기서  $\sigma_{OK}^2$ 은 오차분산을 나타내며, 이를 최소로 하는 가중치들을 결정해야 하며,  $n$ 은 사용한 자료의 총 개수이다.

## 2.2 SPOKE type IPMSM 극 형상 설계

집중권 권선형 Spoke type IPMSM에서의 토크리플 저감을 위해 두 단계, Step I, II로 구분하여 순차적으로 적용하였다. 먼저, Step I에서의 목적함수는 Sinusoidal한 역기전력 파형으로 정하였다. 간단한 arc형상 변화로도 Sinusoidal한 역기전력 파형의 구현이 가능할 것으로 판단되어, 그림 2과 표 1와 같이 간단히 2개의 변수들과 실제 조합가능한 설계변수의 범위를 이용하여 식 (5)를 구하였다. 여기서 설계변수  $l$ 은 공극길이가 일정하지 않은 회전자 극 표면에서의 반경값이며,  $\theta$ 는 일정한 공극 길이를 갖는 극 표면에서의 각도이다.

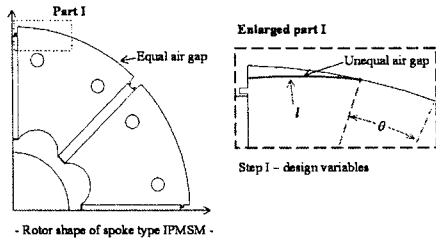


그림 2. 최대 경사법과 반응표면법에서 설계변수

표 1. 설계변수 설정

설계변수	설계 변수의 레벨		
	-1	0	1
$l$	44	45	46
$\theta$	8	8.5	9

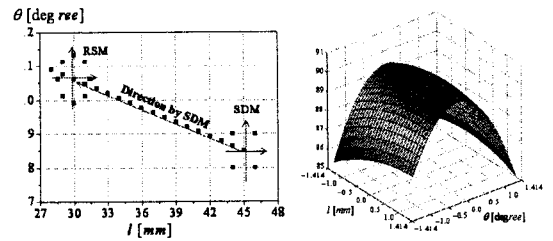
$$y = 75.5675 - 0.1575 l + 1.1125 \theta \quad (5)$$

식 (5)에서 변수  $l$ 의 기울기의 계수값은 음수이므로, 변수  $l$ 이 감소함에 따라  $y$ 값이 증가함을 알 수 있다. 여기서  $y$ 값은 전체 역기전력 파형에서 기본과 성분이 차이

하는 비율을 나타낸다. 변수  $l$ 과 변수  $\theta$ 의 증가정도는 최대 경사법을 이용하여 구한다. 각 설계변수의 범위를 제약으로 갖고 식 (5)의 최소화를 갖는 라그랑지식을 구성 후, 라그랑지 멀티플라이어의 값을 이용하여 각 설계변수의 민감도를 계산한다 [3]. 여기서 각 설계변수의 크기를 변화시키는데 이를  $\Delta_i$ 로 표시하였다. 목적함수  $y$ 가 증가하는 방향으로 각 변수들의 크기를 변화시켜 주며, 이는 표 2에서 보여준다. 이를 통해 Base point (45, -1)를 기준으로  $15\Delta_i$  만큼 이동하였을 때 가장 높은 값으로 증가하였다가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이 점을 중심으로 중심합성계획법으로 이용하여 2차 회귀방정식으로 꾸미고, 최적값을 구하였다. Step I에서 실행하였던 모든 실험점들은 그림 3에서 도시적으로 보여준다.

표 2. 최대 경사법에 의해 실행되었던 해석결과

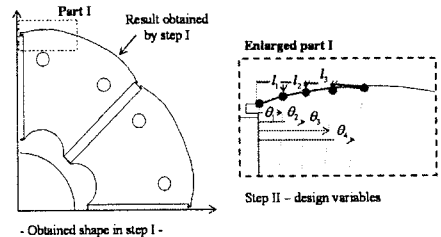
	$l$ [mm]	$\theta$ [degree/2]	$Y$ [%]
Base	45	8.5	75.70
$\Delta_i$	-1	+0.14157	
Base + $1\Delta_i$	44	8.64157	76.39
Base + $2\Delta_i$	43	8.78314	76.88
Base + $3\Delta_i$	42	8.92471	77.13
...	...	...	...
Base + $14\Delta_i$	31	10.48199	88.37
Base + $15\Delta_i$	30	10.62355	89.17
Base + $16\Delta_i$	29	10.76512	88.95



(a) 최대 경사법 (b) 반응표면법

그림 3. Step I에서의 실험 점들과 RSM에서의 반응표면

최대 경사법과 반응표면법을 통해 얻은 회전자 형상은 그림 4와 같다. Step II에서는, Step I에서 얻은 회전자 형상을 기준으로 보다 세부적으로 최적의 극 형상을 찾고자 크리깅 기법을 적용하였다. 다만 크리깅 모델의 정확도를 위해 설계변수의 범위는 최적화 근방으로 좁게 정하였다. 회전자의 형상을 Spline곡선으로 표현하기 위해 5개의 포인트들을 사용하였으며, 여기서 각 포인트의 위치를 표현하기 위해서 설계변수는  $l_i$ 와  $\theta_i$ 로 정하였다. 설계변수  $l_i$ 는 초기 일정공극을 갖는 회전자 표면에서의 거리,  $\theta_i$ 는 자석에서 가장 인접한 포인트에서 떨어져 있는 각도를 나타내며, 이 포인트들을 이용하여 Spline곡선을 이용하여 회전자 형상을 표현한다.



- Obtained shape in step I -

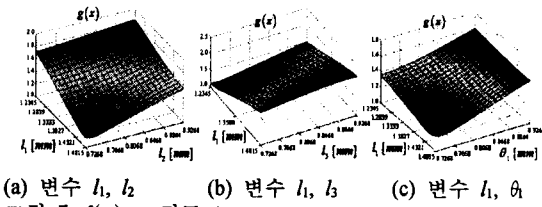
그림 4. 크리깅 기법 적용하기 위한 설계변수

Step II에서의 목적함수와 제약함수는 식 (6)과 같다. 이때 실험 점들의 위치는 Latin hypercube sampling (LHS)을 이용하여 정하였다 [4].

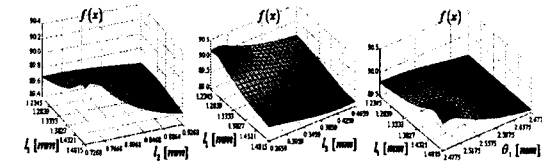
$$\begin{aligned} \text{Minimize } & f(x) = \text{Cogging Torque} \\ \text{Subject to } & g(x) = \text{Percentage of fundamental component} \\ & \text{in the back-EMF} > 90 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} 1.2345 < l_1 < 1.4815, & 0.7268 < l_2 < 0.9268, & 0.2659 < l_3 < 0.4659, \\ 2.4775 < \theta_1 < 2.6775, & 5.0549 < \theta_2 < 5.2549, & 7.6324 < \theta_3 < 7.8324, \\ 10.2098 < \theta_4 < 10.4098 \end{aligned}$$

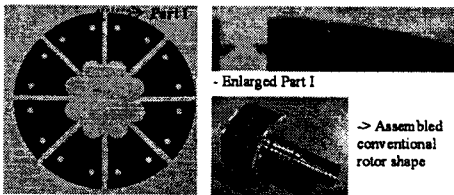
LHS와 크리깅 모델을 이용해 근사화된 반응값의 일부는 그림 5, 그림 6과 같다. 변수의 범위가 적어서 다소 선형성에 가까운 반응 표면을 얻을 수 있었다. 이를 통해 얻은 최적의 포인트 위치값과 Spline 곡선을 이용하여 최적의 회전자 형상을 얻을 수 있었으며, 이는 그림 7에서 보여준다. 그림 8과 그림 9는 각각 시뮬레이션 결과와 실험하였을 때의 결과를 보여주며, 이를 통해 역기전력의 고조파 성분이 효과적으로 저감되는 것을 확인할 수 있다. 그림 10은 토크리플 해석파형을 보여준다.



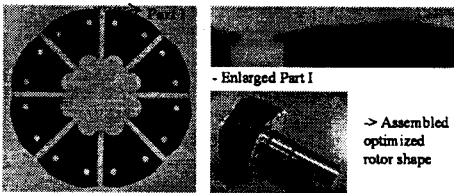
(a) 변수  $l_1, l_2$  (b) 변수  $l_1, l_3$  (c) 변수  $l_1, \theta_1$   
 그림 5.  $f(x)$ : 코깅토크



(a) 변수  $l_1, l_2$  (b) 변수  $l_1, l_3$  (c) 변수  $l_1, \theta_1$   
 그림 6.  $g(x)$ : 역기전력 기본파 성분 퍼센티지



(a) 초기 모델



(b) 최적화 모델

그림 7. 제작된 시제품

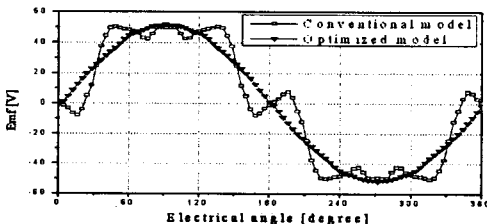
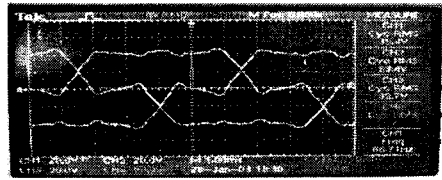
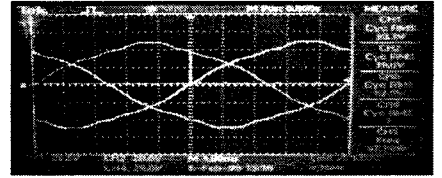


그림 8. 역기전력 파형비교(FEM)



(a) 초기 모델



(b) 최적화 모델

그림 9. 측정된 역기전력 파형비교

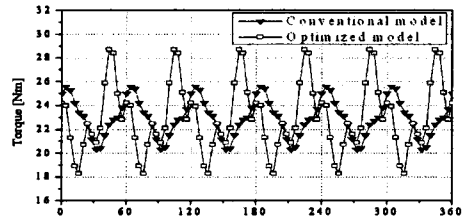


그림 10. 토크리플 파형비교(2D FEM)

표 3. 최적화 설계결과

	역기전력 기본파 성분 퍼센티지 [%]	코깅토크 평균토크 [Nm]	토크리플 [Nm]
초기 모델	60.71	4.65	23.0
최적값 by Step I	90.55	1.82	23.0
최적값 by Step II	90.17	1.01	23.1

표 3은 최적화 결과를 보여주며, 이를 통해 Spoke type IPMSM 극 형상 최적설계에 있어, 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 보여준다.

### 3. 결론

본 논문에서는 집중권 권선형 Spoke type IPMSM의 토크리플 저감을 위해, 회전자의 극 형상 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 기존의 실험계획법들을 이용하여, 보다 효과적으로 최적의 회전자 극 형상으로 접근해 가도록 최대 경사법과 반응표면법, 그리고 크리깅 모델을 이용하였다. 제안된 방법으로 Spoke type IPMSM의 극 형상 설계를 진행하였으며, 제안된 방법의 타당성은 2차원 유한요소해석결과를 통하여 확인하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] B. K. Lee *et al.*, "Design of spoke BLDC motors with high power density for traction applications," in *proc, Industry Application on Conf.*, Oct. 2004, vol. 2, 3-7, no. 2, p. 1068-1074
- [2] K. Y. Hwang *et al.*, "Rotor pole design in spoke type brushless dc motor by response surface method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 4, pp. 1833-1836, April 2006
- [3] A. I. Khuri, J. A. Cornell, *RESPONSE SURFACES DESIGNS AND ANALYSIS*, Marcel Dekker, 99, March 1996
- [4] L. Lebensztain *et al.*, "Kriging : A Useful Tool for Electromagnetic Device Optimization," *IEEE Trans., Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 1196-1199, March 2004