

# PSO 기반 RBFNN의 구조적 설계

## Structural Design of Radial Basis Function Neural Network(RBFNN) Based on PSO

석진욱\*, 김영훈\*\*, 오성권\*\*\*

Jin-Wook Seok, Young-Hoon Kim, Sung-Kwun Oh

**Abstract** – 본 논문에서는 대표적인 시스템 모델링 도구중의 하나인 RBF 뉴럴 네트워크(Radial Basis Function Neural Network)를 설계하고 모델을 최적화하기 위하여 최적화 알고리즘인 PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 이용하였다. 즉, 모델의 최적화에 주요한 영향을 미치는 모델의 파라미터들을 PSO 알고리즘을 이용하여 동정한다. 제안된 RBF 뉴럴 네트워크는 은닉층에서의 활성함수로서 일반적으로 많이 사용되어지는 가우시안 커널함수를 사용한다. 더 나아가 모델의 최적화를 위하여 각 커널함수의 중심값은 HCM 클러스터링에 기반을 두어 중심값을 결정하고, PSO 알고리즘을 통하여 가우시안 커널함수의 분포상수, 은닉층에서의 노드 수 그리고 다수의 입력을 가질 경우 입력의 종류를 동정한다.

제안한 모델의 성능을 평가하기 위해 Mackey-Glass 시계열 공정 데이터를 적용하였으며 제안된 모델의 균사화와 일반화 능력을 분석한다.

**Key Words** : RBFNN(Radial Basis Function Neural Network), 가우시안 커널함수, HCM(Hard C-Means)클러스터링, PSO(Particle Swarm Optimization)

### 1. 서론

많은 분야에서 행해지고 있는 시스템 모델링에 관한 연구의 궁극적인 목표는 자연현상을 이해하고, 분석함으로써 원하는 정보를 이용하는데 있다. 그러나 대부분의 현상들은 비선형을 내포하고 있기 때문에 선형성을 바탕으로 개발된 기존의 방법들을 이용해 이들을 해석하기에는 많은 어려움에 부딪히게 된다. 따라서 비선형 시스템의 복잡성과 불확실성을 해석하기 위해 다양한 연구가 지속되고 있으나 현재까지 개발된 모델들은 입력변수가 증가하면 시스템이 복잡해지고 함수식으로 표현하는데 한계를 갖고 있다.

RBF(Radial Basis Function) 뉴럴네트워크는 지능형 구조 중 퍼지 추론모델과 함께 가장 많이 사용되는 대표적인 모델 중 하나로 하나의 은닉층(hidden layer)만으로 구성된 네트워크 구조이다[1-2].

본 논문에서는 RBF 뉴럴네트워크 설계를 위한 전반부 동정의 핵심적인 문제는 RBF의 형태, RBF 중심의 위치 그리고 분포상수와 입력데이터를 결정하는 것이다. 본 연구에선 기존에 주로 사용되던 학습방법인 오류역전파 알고리즘이 아닌 최소자승법(Least Square Estimation)을 사용하며, 각 RBF는 HCM 클러스터링을 기반으로 한다[3]. RBF의 분포상수와 RBF의 개수, 또한 입력데이터의 종류와 수는 최적화 알고리즘인 PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 사용하여 결정한다[4]. 제안한 모델의 성능을 평가하기 위해 Mackey-Glass 시계열 공정 데이터를 적용하였으며 제안된 모델의 균사화와 일반화 능력을 분석한다.

### 저자 소개

\* 石 眞 旭 : 水原大學校 電氣工學科 碩士課程

\*\* 金 葦 勳 : 水原大學校 電氣工學科 碩士課程

\*\*\*吳 聖 權 : 水原大學校 電氣工學科 正教授 · 工博

### 2. 일반적인 RBF 뉴럴네트워크

RBF 뉴럴네트워크는 하나의 은닉층(hidden layer)만을 가지는 네트워크의 구조로 빠른 학습 시간, 일반화(generality), 단순화(simplicity)의 특징으로 인해 학습 데이터를 분류하는 작업과 비선형 시스템 모델링 등에 적용되고 있다. RBF 뉴럴네트워크의 구성은 입력데이터를 네트워크와 연결하는 입력층(Input layer), 입력층을 RBF에 의해 고차원 공간으로 비선형 변환하는 은닉층(Hidden layer), 은닉층의 결과를 선형 조합하여 네트워크의 최종 출력값을 계산하는 출력층(Output layer) 등의 세 개의 서로 다른 층으로 이루어져 있다.

은닉층의 노드 수, 즉 커널함수인 RBF의 수는 보통 사용자에 의해 결정되고, 활성함수로는 정규분포 형태의 방사형 기저함수를 사용한다.

표 1. 일반적인 RBF의 형태

Table 1. Type of general Radial Basis Functions.

Radial Basis Function	$R(r) = R( x - u /\sigma)$
Gaussian	$\exp(-r^2/2)$
Thin Plate Spline	$r^2 \log r$
Inverse Multi-quadratic	$(r^2 + c^2)^{(-1/2)}$
Multi-quadratic	$(r^2 + c^2)^{1/2}$
Cubic	$r^3$
Linear	$r$

은닉층 활성함수의 중심과 폭은 군집화 기법(Clustering algorithm)을 이용한 중심 결정법[5] 등을 통해 신경망의 구조를 결정하게 된다. RBF의 중심과 폭이 결정된 후 네트워크의 연결가중치는 최소자승법 또는 경사하강법(gradient descent method) 등의 학습방법에 의해 결정된다.

### 3. Granular computing 및 최적화 알고리즘

#### 3.1 HCM (Hard C-Means) 클러스터링

클러스터링(Clustering)이란 데이터의 분류를 위해서 사용되는 것으로 데이터의 내부가 비슷한 패턴, 속성, 형태 등의 기준을 통해 데이터를 분류하여 개체의 소속집단을 정의해주는 것이다. 본 논문에서는 데이터들 간의 거리를 기준으로 균질한 정도를 측정하고, 이를 바탕으로 데이터를 특성별로 분류하여 데이터들의 특성을 파악하는 HCM 클러스터링을 사용하였다[3].

#### 3.2 PSO (Particle Swarm Optimization)

PSO 알고리즘[4]은 사회 심리학 특징과 진화연산의 결합에 의한 기술이며 아래 6단계를 거쳐 최적해를 찾아낸다.

[단계 1] Initialization - n개의 particle을 탐색공간 내에서 랜덤하게 생성하고 이 초기 particle들을 pbest로 설정한다. 각 particle의 velocity를  $[-v_{\max}, v_{\min}]$  내에서 랜덤하게 생성한다. 초기 particle중 최적의 적합도를 갖는 particle을 gbest로 선정한다.

[단계 2] Inertia weight & velocity updating - 관성하중값을 계산하고, 식(1)에 의하여 j번째 particle velocity를 계산한다. 제한조건  $[-v_{\max}, v_{\min}]$ 을 확인 한다.

$$v_{jk}(t+1) = w(t) \cdot v_{jk}(t) + c_1 \cdot r_1(pbest_{jk}(t) - x_{jk}(t)) + c_2 \cdot r_2(gbest_k(t) - x_{jk}(t)) \quad (1)$$

$$w(t) = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{er}_{\max}} \times t \quad (2)$$

[단계 3] Position updating - 다음 식(3)에 의해 particle의 위치 정보는 조절된다.

$$x_{jk}(t) = v_{jk}(t) + x_{jk}(t-1) \quad (3)$$

여기서  $x_k^{\min} \leq x_{jk}(t) \leq x_k^{\max}$  이다.

[단계 4] Individual & global best updating - 이전 pbest와 gbest를 비교되며 pbest, gbest를 재설정한다.

[단계 5] Stopping criteria - 종료 조건을 만족하면 탐색과정을 종료, 그렇지 않으면 [단계 2]부터 반복한다.

[단계 6] Optimal parameter - 최종적으로 생성된 gbest는 최적의 위치정보를 가진다.

### 4. PSO 기반 RBF 뉴럴네트워크

제안된 RBFNN에서 커널 함수의 구조는 공간 분할 수, 각 분할공간의 중심점, 그리고 분할공간의 활성화 영역을 결정하는 분포상수에 의해 이루어진다. 본 논문에서는 가우시안 형태의 함수를 사용하였으며 비선형 변환을 위한 분할공간의 중심은 HCM 클러스터링 알고리즘을 통하여 얻었다. 또한 각 클러스터의 개수와 분포상수 그리고 입력데이터의 종류와 수는 PSO 알고리즘을 사용하여 동조하였다.

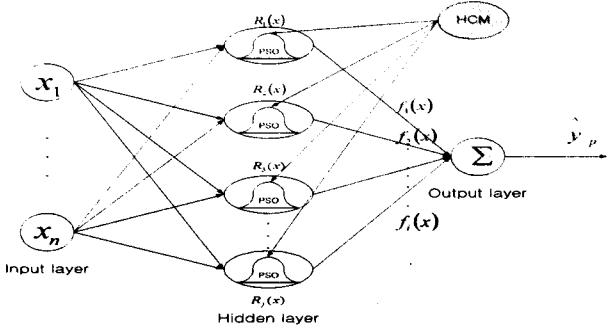


그림 1. 제안된 RBF 뉴럴네트워크

Fig 1. Proposal Radial Basis Function Neural Network.

기존의 RBFNN과 달리 본 연구에선 기존에 주로 사용되던 학습방법인 오류역전파알고리즘이 아닌 최소자승법을 사용하여 학습시간을 최소화 하였다. 표 1에서 언급한 일반적인 RBF의 커널함수를 정리하면 식 (4)의 형태가 된다.

$$R_j = e^{-\frac{\|X - \nu_j\|^2}{2(\sigma_j)^2}} \quad (4)$$

식 (4)은 식 (5)로 표현되며 이는 입력벡터에 동일한 분포상수를 갖는 형태가 된다.

$$\begin{aligned} R_j &= e^{-\frac{(X_1 - \nu_{j1})^2 + (X_2 - \nu_{j2})^2 + \dots + (X_s - \nu_{js})^2}{2(\sigma_j)^2}} \\ &= e^{-\frac{(X_1 - \nu_{j1})^2}{2(\sigma_j)^2} + \frac{(X_2 - \nu_{j2})^2}{2(\sigma_j)^2} + \dots + \frac{(X_s - \nu_{js})^2}{2(\sigma_j)^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

기본 RBFNN에서의 분포상수 0=1이며 본 논문에서는 데이터 특성에 맞도록 분포상수를 PSO알고리즘을 사용하여 동조한다.

은닉층에서의 출력의 형태는 식 (6)과 같다.

$$f_i(x) = a_{i0} + a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \quad (6)$$

여기서  $f_i(x)$ 는 i번째 노드의 출력을 나타낸다.

식(6)의 파라미터인  $a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ 을 구하기 위하여 표준최소자승법을 사용한다.

### 5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

Mackey-Glass 시계열 공정 데이터는 다음의 식 (7)과 같은 비선형 동력학 방정식에 의해 생성된다.

$$\dot{x}(t) = \frac{0.2x(t-r)}{1+x^{10}(t-r)} - 0.1x(t) \quad (7)$$

Mackey-Glass 데이터의 입출력 변수로는 6입력  $\{\dot{x}(t-30), \dot{x}(t-24), \dot{x}(t-18), \dot{x}(t-12), \dot{x}(t-6), \dot{x}(t)\}$  1출력  $\{\dot{x}(t+6)\}$  을 사용하였다.

제안된 모델의 평가를 위하여 Mackey-Glass 데이터를 랜덤하게 선택하여 모델의 학습(50%)과 평가(50%)에 사용하였다.

고 성능지수로는 식 (10)의 RMSE를 사용하였으며 10 fold Cross-Validation을 이용하여 성능의 정확도를 측정하였다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (10)$$

여기서  $n$ 은 데이터의 수,  $y_i$ 는 Original 출력값,  $\hat{y}_i$ 는 Model 출력값을 나타낸다. 아래의 표 3은 최적의 모델을 설계하기 위해 설정한 PSO 알고리즘의 초기 파라미터이다.

표 2. 모델링을 위한 초기 PSO 파라미터들.

Table 2. Initial parameters for modeling

Parameter	Value
Max. generation number	100
Swarm size	150
최대 이동속도 $v_{max}$	탐색동간의 20%
$w$	식 (2)
관성계수 $[wmin wmax]$	[0.4 0.9]
가속상수 $C_1, C_2$	2.0

표 3. 제안된 RBFNN의 성능 평가

Table 3. Evaluation performance index of proposed RBFNN

	PI	EPI	다항식 형태
Regression model	0.0914	0.0905	—
Anfis model	0.0016	0.0015	—
Proposed model	7.45E-3±5.51E-4	7.86E-3±4.87E-4	constant
	1.65E-4±2.45E-5	2.33E-4±4.12E-5	linear

제안된 모델에서의 입력은 6입력이 선택되었으며 후반부 구조가 상수형인 경우의 성능은 Anfis 모델에 비해 성능이 떨어지는 반면 선형의 경우 Anfis 모델보다 좋은 성능을 나타냈다.

후반부 구조가 선형인 경우 성능지수가 가장 좋은 경우 PI는 0.000131, EPI는 0.000181 이었고 그때의 출력오차 그래프는 아래의 그림 3, 원본 출력과 모델 출력의 비교는 그림 4에 나타났다.

## 6. 결론

본 논문에서는 PSO 기반 RBF 뉴럴네트워크의 구조를 제안한다. 이구조는 RBF 뉴럴네트워크를 기반으로 확장된 구조로서 전반부는 HCM과 PSO 알고리즘을 기반으로 구조를 결정하고 후반부의 다항식 계수 추정은 최소자승법을 통하여 이루어진다. 제안된 PSO 기반 RBF 뉴럴네트워크 모델의 평가로 Mackey-Glass 시계열 데이터를 모델링에 적용하여 모델의 타당성 및 우수성을 기존의 모델과 비교하여 증명하였다.

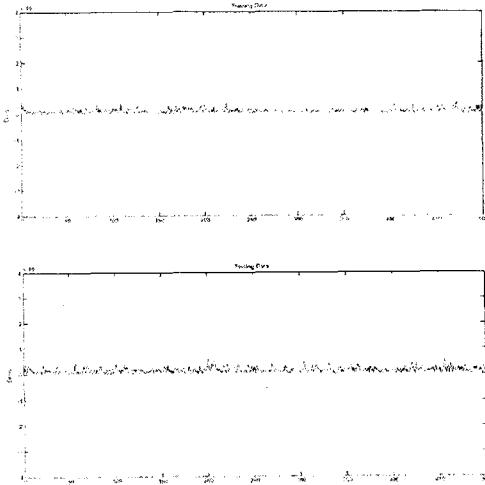


그림 2. 출력오차

Fig 2. Errors of the RBFNN output

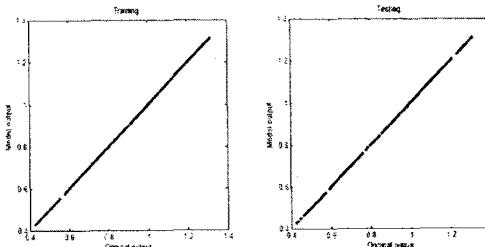


그림 3. 원 출력과 모델 출력의 비교

Fig 3. Comparison with original and model output

## 감사의 글

본 연구는 경기도의 경기도지역협력연구센터사업의 일환으로 수행하였음 [GGA0801-45700, U-city 보안감시 기술협력센터]. 그리고 본 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2008-314-D00376).

## 참 고 문 헌

- [1] Fabio A. Guerra "Multi-step agead nonlinear identification of lorenz's chaotic system using radial basis neural network with learning by clustering and particle swarm optimization," elsevier, Brazil, 2006.
- [2] Kothari, M. L. S. Madnani, and R. Segal, "Orthogonal Least Square Learning Algorithm Based Radial Basis Function Network Adaptive Power System Stabilizer" Proceeding of IEEE SMC, Vol. 1, pp. 542-547, 1997.
- [3] Bezdek, J. C. "Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms," Plenum Press, New York, 1981.
- [4] 박병준, 오성권, 김용수, 안태천, "PSO의 특징과 차원성에 관한 비교연구", 제어 자동화 시스템 공학 논문지, Vol 12(4), pp. 328-338, 2006.
- [5] Micchelli, A. C. "Interpolation of scattered data: Distance matrices and conditionally positive definite functions", Construct. Approx., Vol 2, pp. 11-22, 1986.