

수력학적 상사를 적용한 초음속 노즐 내부 유동 연구

이지형* · 이경훈**

Study of Internal Flow in the supersonic Nozzle by the Hydraulic Analogy

Jihyung Lee* · Kyung Hun Lee*

ABSTRACT

Though rocket nozzle flow is very important to the rocket performance, the direct measurement is very difficult because of high temperature and high pressure gas flow. Then the experiment utilizing the hydraulic analogy has been developed for such a problem. Supersonic flows through an axisymmetric De Laval nozzle of solid rocket motor was simulated in a 2-D sluice-type water-table designed and manufactured utilizing hydraulic analogy. Methods to minimize or account for non-analogous effects in the hydraulic system must be reviewed for the quantitative application of the hydraulic analogy. In this application the water table is inclined slightly, so that gravity acceleration has a small component in the direction of motion, thus compensating for the effect of friction. Flow visualization leads to better understanding of the analogous system. Within the experimental errors, it is shown that the hydraulic analogy can be used as an effective tool for the study of two dimensional isentropic flows of gases in many fields.

초 록

로켓노즐 유동은 성능에 대단히 중요한 영향을 미치나, 고온 고압의 가스 유동 특성으로 직접적인 측정이 매우 어렵다. 이러한 문제 해결을 위해 수력학적 상사(hydraulic analogy)기법이 개발되었으며, 본 연구에서는 고온 고압의 로켓 노즐 유동에 대한 수력학적 상사의 적용 가능성이 시험되었다. 로켓 모터의 축대칭 De Laval 노즐 내부 유동현상에 관한 연구가 수력학적 상사를 이용하여 설계된 2차원 수문형 시험장치(2-D Sluice-Type Water-Table)에서 수행되었다. 정량적인 시험을 위해서는 $k \neq 2$ 인 기체 유동에 대한 비상사성 문제 해결이 필요하며, 본 연구에서는 시험대를 경사시켜 유동방향 중력가속도 영향을 감소시킴으로서 점성에 의한 비상사성 문제 해결을 시도하였다. 유동 가시화를 통해 수력학 상사에 대한 이해를 깊이할 수 있었으며, 수력학적 상사 실험(2차원 등엔트로피 유동)의 관련 분야에 대한 다양한 적용 가능성이 확인되었다.

Key Words: Hydraulic Analogy(수력학적 상사), Water Table(수문형 시험장치)

1. 서 론

고온, 고압의 기체가 팽창되는 jet engine 노즐 유동과 로켓모타의 노즐유동에 대한 물리적 특성 연구는 실험적 접근이 매우 어려운 요소를 포함하고 있을 뿐 아니라, 실제 시험장치 구성시 많은 시간과 비용이 요구됨에 따라 간접적인 측정방법을 이용하여 노즐 내부유동 현상을 규명하려는 노력이 20세기초부터 많은 연구자에 의해 수행되어 왔다. 특히, 압축성 가스유동장의 압력파(pressure waves)와 액체의 자유표면 유동장 중력파의 상사 관계를 이용한 수력학적 상사(hydraulic analogy)기법의 적용으로 노즐 내부 유동 현상을 정량적, 정성적으로 규명하고자 하였다. 이러한 수력학적 상사의 실험적 적용은 수평채널을 갖는 water table과 물높이 측정센서로 구성된 비교적 단순한 시험장치에서 축 대칭 convergent-divergent 노즐내부의 2차원 압축성 등엔트로피 가스유동장에 대하여 수행되었다. 기체유동의 De Laval 노즐은 수문형 개수로 시험장치(slucice-type open channel water table)로 상사되며 상대적으로 시험이 간편하고 경제적이며 가시화가 용이한 장점이 있다.

본 논문에서는 수력학적 상사(hydraulic analogy)의 이론과 상사방법 및 수력학적 상사의 비 상사성등에 대하여 설명하고, 로켓모타의 축대칭 노즐내부 유동의 물리적 특성을 규명하기 위하여 본 연구소에서 제작한 water table 시험장치와 이 시험장치로 수력학적 상사의 적용 가능성을 시험한 결과에 대해 논의하였다.

2. 수력학적 상사이론

2.1 수력학적 상사의 원리

상사(analogy)란 두 개의 서로 다른 물리적 시스템이 동일한 무차원 방정식으로 표현될 수 있

는 상태를 의미하며, 수력학적 상사(hydraulic analogy)는 액체 자유표면에 발생하는 긴 파장의 중력파(gravitational waves of long wavelengths)와 등엔트로피 초음속 기체 유동의 압력파(pressure waves)의 상사성에 기초한다. 비열비가 2인($\gamma=2$) 완전기체의 2차원 무마찰 등엔트로피(two-dimensional frictionless isentropic) 유동방정식과 자유표면을 가지는 수평채널에서의 준 2차원 무마찰(quasi-two-dimensional frictionless) 비압축성 액체 유동방정식은 수학적으로 상사(similarity)하며, 가스 유동의 압력파는 액체유동의 중력파와 상응하고, 가스유동의 충격파는 수력도약(hydraulic jump)과 상응된다. 즉, 2차원 가스유동에서의 밀도변화는 비압축성 액체의 자유표면 유동이 가지는 탄성(elasticity) 때문에 자유표면의 높이변화로 나타나게 된다. 이러한 상사의 유효성 조건은 자유표면을 갖는 수평채널의 액체 깊이 h 와 표면파 파장의 비가 작아야 한다. 시험장치에서 표면 파형을 다른 가시화 기술의 도움없이 쉽게 관찰할 수 있는 장점이 있어 여러가지 기체역학 문제의 정성적인 측면에 주로 적용되어 왔으나, 때로는 정량적으로도 적용되었다. 수학적 상사 방정식은 등엔트로피 유동에서 비열비 $\gamma=2$ 인 기체에 대하여 정확히 일치하지만 $\gamma \neq 2$ 인 기체에 대해서는 비상사성에 대한 보정(correction)이 필요하며 이러한 상사시험을 위한 액체는 물만이 유일하게 사용된다.

2.1.1 Hydraulic Analogy의 이론식

베르누이(Bernoulli) 방정식과 에너지 방정식으로부터 마하 수(Mach number) M , 프라우드 수(Froude number) Fr , 온도 비 To/T 와 수면 깊이 비 ho/h 사이에 표 1과 같은 상사 관계가 성립된다. 표 1.은 Gas 유동과 2차원 자유표면 유동의 방정식을 비교한 것이며 에너지 방정식과 무차원 수를 이용한 가스유동의 등엔트로피 관계식은 $\gamma=2$ 의 경우에 자유표면 유동방정식과 수식적으로 정확한 상사성을 갖게되며 가스 유동에서의 압력비, 온도비, 밀도비의 물리량은 무차원 수를 이용한 자유표면 유동의 높이비 함수와

* 충남대학교 산학 협력단

** 국방과학연구소 1본부 6부

연락처자, E-mail: im_ljh@hanmail.net

상사됨을 알 수 있다.

Table 1. Relation of gas and free stream

Gas 유동 방정식	자유표면 유동방정식
$C_p T + \frac{q^2}{2} = C_p T^o$	$h + \frac{q^2}{2g} = h^o$
$a = \sqrt{\gamma RT}$	$C = \sqrt{g h}$
$M = \frac{q}{a}$	$Fr = \frac{q}{c}$
$\frac{P^o}{P} = \left(\frac{T^o}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ $\frac{\rho^o}{\rho} = \left(\frac{T^o}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ $\frac{T^o}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$	$\frac{h^o}{h} = 1 + \frac{Fr^2}{2}$
$\frac{\rho^o}{\rho} = \frac{T^o}{T} \quad (\gamma = 2)$	$\frac{h^o}{h}$
$\frac{P^o}{P} \quad (\gamma = 2)$	$\left(\frac{h^o}{h}\right)^2$

본 연구에 사용된 시험장치에서 위와 같은 상사성을 만족하기 위한 가정 조건은 다음과 같다.

1. 수직 가속이 충분히 작아서 무시할 수 있다.
2. 유동 밑면의 점성 영향을 무시할 수 있다.
3. 유동방향 속도 u 의 수직성분을 무시할 수 있다.

$$h2 \ll \lambda 2 \quad \text{또는} \quad h \ll \lambda$$

$$\nabla h \gg Fr2 / Reh \quad (Reh \equiv h \cdot u / \nu)$$

h : 수면깊이 u : 유동방향 속도
 λ : 중력과 파장 ν : 동 점성계수

2.1.2 시험용 모델의 기하학적 상사

2차원 액체유동과 축대칭 가스유동의 상사를 위한 시험용 모델 형상은, (1) 유동 경계면에 대한 단면적이 같고, (2) 유동 경계면의 표면 기울기가 같아야 하는 조건에 따라 다음과 같은 방법으로 Water Table용 시험용 모델이 설계되었으며, 시험후 얻어진 결과의 좌표값은 축대칭 유동장에서의 좌표값으로 변환하여 사용되어야 한

다. 시험모델은 축소부 반각 45도, 팽창부 반각 15도인 De Laval 노즐이며 기하학적 상사는 1:1이다.

가) 유동 단면적 동일

$$\frac{\pi Y^2}{2} = Y_e \times 2Y_o, \quad Y_e = \frac{\pi Y^2}{4Y_o}$$

나) 표면 경사가 동일

$$\frac{dY_e}{dX_e} = \frac{dY}{dX}, \quad dX_e = \frac{dY_e}{dY} dx = \frac{\pi}{2Y_o} y \, dx,$$

$$X_e = \frac{\pi}{2Y_o} \int_0^x f(x) \, dx$$

2.1.3 수력학적 상사의 비 상사성

축대칭 압축성 유동장을 2차원 자유표면 유동으로 상사할 경우 존재하는 비상사성과 이러한 비 상사성을 줄이기 위한 효과적인 방법은 다음과 같다.

- 가) 액체유동의 자유표면과 측면에서 발생하는 경계층의 성장 및 액체유동의 수직성분 가속도와 수직성분 속도에 따른 3차원 유동의 발생.
- 나) 시험용 모델에서의 모세관 현상과 액체의 표면장력에 기인한 모세관 중력과 발생.
- 다) 액체유동의 비 등엔트로피 특성과 와류, 속도구배, 경계층 성장에 의해 발생하는 액체의 정체 수두손실이 발생.
- 라) 모사하려는 가스 유동의 비 등엔트로피 특성 (열전달, 연소효과, 마찰 등)이 존재하며 $\gamma = 2$ 경우에 한하여 상사가 성립된다.

표 2는 $\gamma \neq 2$ 인 일반적인 로켓모타의 경우에 대하여 수력학적 상사를 적용할 경우, 등엔트로피 가스 유동방정식을 이용하여 구한 각 물리량 (온도, 압력, 밀도, 무차원수)들의 보정계수 (correction factor)를 보여준다. 식 (1),(2),(3),(4)는 이러한 보정계수를 이용한 일반적인 가스유동장의 물리량비가 $\gamma=2$ 인 물높이 함수비와 보정계수로 나타남을 보여준다.

Table 2. Correction factor ($\gamma \neq 2$)

	보정계수 (Correction Factor)
압력	$C_P = \frac{(1 + 0.5 M_\gamma^2)^2}{[1 + (\frac{\gamma-1}{2}) M_{(\gamma=2)}^2]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$
밀도	$C_\rho = \frac{(1 + 0.5 M_\gamma^2)^2}{[1 + (\frac{\gamma-1}{2}) M_{(\gamma=2)}^2]^{\frac{1}{\gamma-1}}}$
온도	$C_T = \frac{(1 + 0.5 M_\gamma^2)^2}{[1 + (\frac{\gamma-1}{2}) M_{(\gamma=2)}^2]}$
Mach수	$C_M = \frac{\frac{2}{(\gamma+1)} [1 + (\frac{\gamma-1}{2}) M_\gamma^2]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{\frac{2}{3} \frac{(1 + M_{(\gamma=2)}^2)}{2}}$

$$\left(\frac{P}{P_o}\right)_\gamma = C_p \left(\frac{h}{h_o}\right)_{\gamma=2}^2$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)_\gamma = C_\rho \left(\frac{h}{h_o}\right)_{\gamma=2}$$

$$\left(\frac{T}{T_o}\right)_\gamma = C_T \left(\frac{h}{h_o}\right)_{\gamma=2}$$

$$M_\gamma = C_M M_{(\gamma=2)}$$

3. Water Table 시험장치

수력학적 유사(hydraulic analogy)를 이용하여 축대칭 압축성 유동장(로켓 추진기관 노즐 내부 유동) 시험을 위하여 제작된 water table의 시험장치는 크게 2개의 물 저장조, test bed, 3축 이송장치 및 물 공급장치로 구성된 test stand와 물높이 센서 및 자료획득장치로 구분된다.

3.1 시험장치의 구성

시험장치는 크게 3상 교류모터와 모터 회전수 인식을 위한 encoder가 부착된 3축 이송장치, 2개의 중, 소용량 펌프, 물 높이 조절장치, 유량계 및 밸브로 구성되어 있다. Figure 1.은 시험장치 개략도이다.

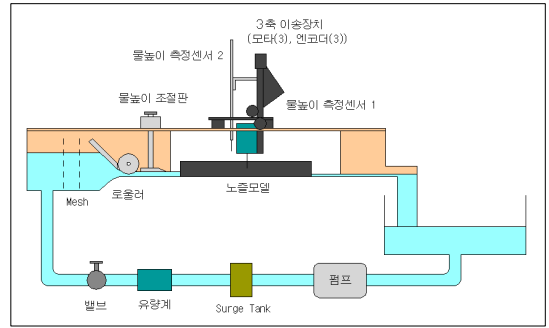


Fig. 1. Schematic of Test Apparatus

4. 시험결과

4.1 노즐 중심선상의 압력변화

Figure 2.와 Figure 3.은 측정된 물높이를 이용하여 환산된 로켓 노즐 중심선상의 압력변화를 보여준다. 시험 조건은 유량 3.2 m³/hr, 입구측 물높이 23.5mm로 시험되었고 Figure 2.는 test bed의 경사가 없는 경우이며 Figure 3.은 4도의 경사를 가지는 경우이다. 경사가 없는 경우 전반적인 압력변화가 이론적으로 계산된 값에 비해 높게 나타나는 경향을 보이며, 4도의 경사가 있는 경우 노즐목 및 팽창부 전반부까지 이론값과 잘 일치하나 팽창부 후반부에 약간 낮은 경향을 보이고 있다. 즉, 경사가 없는 경우 유로 밑면의 경계층 성장에 의해 유동속도가 감소되어 Fr수가 이론치 보다 작아지고, 유사성에 의해 Fr수의 감소는 압력비(P/P_o)의 증가로 나타나게 되어 Figure 2.의 경우 시험에 의한 압력비가 이론치보다 전반적으로 높은 경향을 보인다. 반면 유로 밑면을 4도 경사시킨 경우는 중력 가속도 g의 영향을 감소시킴으로서 경계층 영향의 보정효과를 얻고자 하였다. 노즐 팽창부 전반부까지는 보정효과로 잘 일치하였으나 중력과 속도 C의 감소에 따른 Fr수의 증가로 유사에 의해 압력비(P/P_o)의 감소가 나타나 Figure 3.의 경우 팽창부 후반부에서 이론치 보다 약간 낮은 경향을 보인다. 그러나, 경사가 있는 경우 축소부에서 팽창부 앞부분까지 잘 일치하는 경향을 볼

때 경사각도를 4도 이하로 하여 보다 정확한 보정계수를 얻을 수 있는 가능성을 확인 하였다.

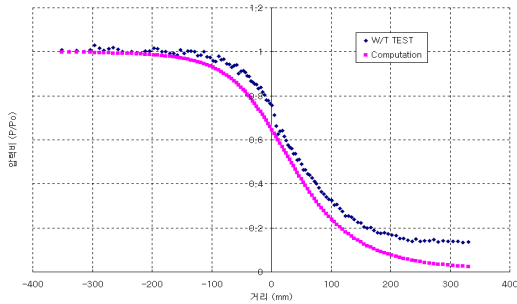


Fig. 3. Pressure Distribution (Inclined angle=0)

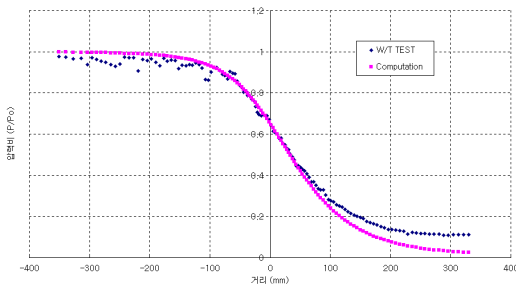


Fig. 4. Pressure Distribution (Inclined angle=4)

4.2 유동의 가시화

Figure 5는 가시화 장치로 얻은 로켓모타 시험용 노즐 유동 내부의 사진이다. 수표면에 발생한 중력파가 노즐 출구에 잘 나타나 있으며 이는 수력학적 상사에 의한 기체 유동의 압력파와 상응한다. 노즐 경계면에 보이는 압력파의 변곡점은 경계층의 영향으로서 경계층을 최소화 시키는 노력이 필요하다.

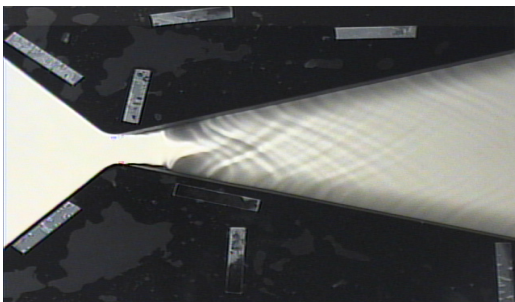


Fig. 5. Flow pattern by Water table

5. 결 론

수력학적 상사를 이용하여 노즐 내부유동을 모사하고 가시화함으로써 얻은 결과는 다음과 같다.

- 1) 수력학적 상사가 노즐 유동해석 연구에 적용 가능성을 확인하였다.
- 2) $\gamma \neq 2$ 인 실제 유동에 대한 보정을 위해 유로 밀면을 약간 경사하여 점성 영향에 대한 보정을 시도하여 보정 가능성을 확인하였다.
- 3) 수력학적 상사를 통한 정량적인 결과를 얻기 위해서는 온도, 압력, 밀도 및 무차원 수에 대한 정확한 보정계수(correction factor)를 얻기 위한 많은 노력이 요구된다.
- 4) 개발중인 무기체계의 노즐관련 연구에 다양하게 활용할 수 있는 가능성을 확인하였다. (노즐과 jet-vane 관련 유동 연구, submerged 노즐 유동특성 연구, contour 노즐의 particle impingement 영향 연구, 실린더형 관내의 압력과 거동 연구 등)

참 고 문 헌

1. Shapiro, A. H., "Free Surface Water Table", Article H, 1 in 'Physical measurements in gas dynamics & combustion', High Speed Aerodynamics & Jet Propulsion, Vol. IX, Princeton University Press, 1954, pp 309-321
2. David M. Adams, "Application of the Hydraulic Analogy to Axisymmetric Non Ideal Compressible Gas Systems", J. Spacecraft, Vol. 4, No. 3, March 1967, pp 359-363
3. Charlse J. Schorr, "Pressure Ratio Correction Factor when Utilizing the Hydraulic Analogy", J. Spacecraft, Vol. 5, No. 9, September 1968, pp 1119-1120
4. J.S. Rao, V.V.R. Rao & V.Seshadri, "Hydraulic Analogy for Isentropic Flow

- through a Nozzle", Def Sci J. Vol. 33 No. 2, April 1983, pp 97-111
5. O.P.Gupta, "An Analytical Method for Evaluating the Optimum Depth in Hydraulic Analogy Experiments", AIAA J., Vol. 3, No. 10, October 1965, pp 1953-1954
 6. J. W. Hoyt., "The Hydraulic Analogy for Compressible Gas Flow", Applied Mechanics J., Vol. 15, No. 6, June 1962
 7. W. H. T. Loh, "Theory of the Hydraulic Analogy for steady and unsteady gas dynamics", Chapter 1, in "Modern Developments in Gas Dynamics", Plenum Press, 1969, pp 1-59