

# 트라이셉 기반의 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 기구학적 해석

## Kinematic Analysis

### of a Hybrid Parallel Kinematic Machining Center Based on Tricept

\*문재흠<sup>1</sup>, 조현용<sup>1</sup>, #김석일<sup>2</sup>

\*J. H. Moon<sup>1</sup>, Y. H. Cho<sup>1</sup>, #S. I. Kim (sikim@kau.ac.kr)<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 대학원, <sup>2</sup> 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

Key words : Hybrid parallel kinematic machining center, Kinematic analysis, Tricept

#### 1. 서론

병렬 기구형 공작기계는 전통적인 직렬 기구형 공작기계들에 비해서 강성이 높고, 고속 이송에 유리한 것으로 알려져 있다. 그 이유로는 기계 물체에 고정되는 고정 플랫폼(base platform)과 공구가 설치되는 가동 플랫폼(moving platform)이 다수의 링크들로 서로 연결됨으로써 절삭력이 각 링크로 분산된다는 점, 구동 액츄에이터를 고정 플랫폼에 위치시킬 수 있기 때문에 가동부의 중량을 줄일 수 있다는 점 등에서 찾을 수 있다. 그러나 병렬 기구형 공작기계는 직렬 기구형 공작기계에 비해서 유연성이 떨어지고, 기구학적 및 동역학적 특징이 복잡하다는 단점이 있다. 최근에는 병렬 기구와 직렬 기구를 병용하는 하이브리드 병렬 기구형 공작 기계가 이러한 문제점들을 보완할 수 있기 때문에 많은 주목을 받고 있다. 또한 트라이셉 구조의 병렬 기구는 스튜어트 구조나 헥사포드 구조의 병렬 기구보다 자유도가 작지만 강성과 유연성이 높기 때문에 최근 상용화된 병렬 기구 대부분은 트라이셉 구조에 기반을 두고 있다. 본 연구에서는 트라이셉 기반의 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 거동을 파악하기 위한 기구학적 해석을 수행하였고, 해석 결과에 대한 신뢰성 검증을 위해서 순기구학 해석 모듈과 역기구학 해석 모듈로 구성된 전용 시뮬레이터를 개발하였다.

#### 2. 하이브리드 병렬 기구의 기구학 해석

##### 2.1 하이브리드 병렬 기구의 구조

본 연구의 해석 대상인 트라이셉 기반의 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 구조 형태는 Fig. 1 과 같은데, 병진 운동을 수행하는 3 개의 링크들로 구성된 병렬 구조와 A 축 및 C 축 회전을 수행하는 2 개의 회전축들로 구성된 직렬 구조가 병합된 것이다. 3 개의 링크는 유니버설 조인트에 의해서 고정 플랫폼과 연결되고, 핀 조인트에 의해서 가동 플랫폼과 연결되어 있다. 3 개의 링크의 길이에 의해서 가동 플랫폼의 위치가 결정되고, 2 개의 회전축의 각도에 의해서 공구의 자세가 결정됨으로써 5 축 가공이 가능하게 된다. 기존 트라이셉 구조의 경우에는 고정 플랫폼의 유니버설 조인트들이 120° 각도로 배치되었지만, 본 연구의 해석 대상인 트라이셉 구조의 경우에는 3 개의 유니버설 조

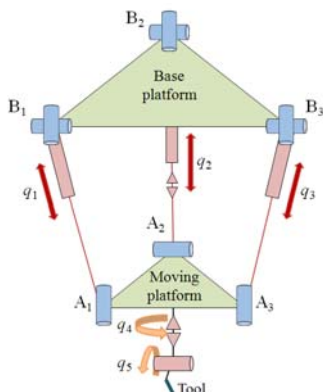


Fig. 1 Schematic of a hybrid parallel kinematic machine

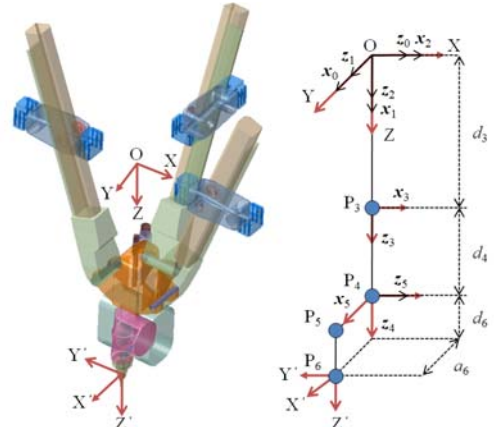


Fig. 2 D-H coordinate system for the hybrid parallel kinematic machine

인트들이 이등변 삼각형의 꼭지점 위치에 배치되어 있다. 가동 플랫폼과 연결되는 핀 조인트들은 한쪽 방향으로만 회전이 가능하기 때문에 가동 플랫폼의 거동을 구속하게 된다. 결과적으로 유니버설 조인트의 회전 운동과 핀 조인트에 의한 구속 조건 때문에 가동 플랫폼은 구면 상의 운동을 하게 된다.

##### 2.2 역기구학 해석

3 개의 링크들로 구성된 병렬 구조에서 가동 플랫폼의 위치와 자세는 고정 플랫폼 좌표계인 기준 좌표계의 원점에 대한 2 개의 회전각과 가동 플랫폼까지의 거리로 표현할 수 있기 때문에 병렬 구조를 하나의 링크로 생각할 수 있다. 하이브리드 병렬 기구의 전체 구조를 D-H(Denavit-Hartenberg) 방법으로 나타내기 위해서 Fig. 2 와 같이 각 링크에 대하여 이동 좌표계를 설정하였다. Fig. 2 에서 점 P<sub>3</sub>는 가동 플랫폼 좌표계의 원점, 점 P<sub>4</sub>는 A 축과 C 축의 회전 중심점, 그리고 점 P<sub>5</sub>는 점 P<sub>4</sub>로부터 a<sub>6</sub>만큼 읍셋된 주축 중심축 상의 한 점이며, 점 P<sub>6</sub>은 공구 선단점을 의미한다.

공구 선단점의 위치와 자세 변환 행렬 <sup>B</sup>T<sub>E</sub>는 점 P<sub>6</sub>의 위치 벡터 **p**<sub>6</sub>와 공구의 Euler 각도 ψ, θ 및 ϕ를 이용해서 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$${}^B T_E = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi c\psi & p_{6x} \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & p_{6y} \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi & p_{6z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

점 P<sub>5</sub>의 위치 벡터 **p**<sub>5</sub>는 점 P<sub>6</sub>의 위치 벡터 **p**<sub>6</sub>, 점 P<sub>5</sub>와 P<sub>6</sub> 사이의 거리 d<sub>6</sub>, 행렬 <sup>B</sup>T<sub>E</sub>에서의 3x3 회전 행렬 <sup>B</sup>R<sub>E</sub>, 그리고 z 축 방향의 단위 벡터 **z**<sub>unit</sub>를 이용하면 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{p}_5 = \mathbf{p}_6 - d_6 {}^B R_E \mathbf{z}_{unit} \quad (2)$$

또한 점 P<sub>4</sub>의 위치 벡터 **p**<sub>4</sub>를 구하기 위해서는 점 P<sub>5</sub>와 P<sub>6</sub> 사이의 거리인 읍셋 a<sub>6</sub>에 대한 방향을 결정해야 한다. 이 읍셋 방향은 기준 좌표계를 Euler 각도만큼 회전시킨 좌

표계의 z 축 방향 벡터와 점 P<sub>3</sub> 사이의 수선 방향과 일치한다는 조건에서 구할 수 있다. 가동 플랫폼의 위치와 자세는 점 P<sub>4</sub>의 위치 벡터 p<sub>4</sub>를 이용해서 결정할 수 있는데, 가동 플랫폼의 자세는 기준 좌표계에서의 X 축과 Y 축 회전각인 θ<sub>1</sub>과 θ<sub>2</sub>로 표현된다. 특히 가동 플랫폼 좌표계의 원점인 점 P<sub>3</sub>의 위치 벡터 p<sub>3</sub>는 점 P<sub>4</sub>의 위치 벡터 p<sub>4</sub>, 점 P<sub>3</sub>와 P<sub>4</sub> 사이의 거리 d<sub>4</sub>, 가동 플랫폼의 자세 θ<sub>1</sub>과 θ<sub>2</sub>로부터 결정할 수 있다.

병렬 구조의 링크 길이 q<sub>i</sub>는 가동 플랫폼과 링크 사이의 벡터 관계로부터 구할 수 있는데, 점 P<sub>3</sub>의 위치 벡터 p<sub>3</sub>, 가동 플랫폼의 자세 θ<sub>1</sub>과 θ<sub>2</sub>에 의해서 표현되는 회전 행렬 <sup>B</sup>R<sub>3</sub>, 가동 플랫폼 좌표계에서의 핀 조인트의 위치 벡터 a<sub>i</sub>, 그리고 기준 좌표계에서의 유니버설 조인트의 위치 벡터 b<sub>i</sub>를 이용하면 식 (3)와 같이 쓸 수 있다.

$$q_i = p_3 + {}^B R_3 a_i - b_i \text{ for } i=1,2,3 \quad (3)$$

또한 A 축 및 C 축의 회전각인 θ<sub>4</sub>와 θ<sub>5</sub>는 식 (4)와 같이 주어지는 회전 행렬들의 관계로부터 구할 수 있는데, 식 (5)는 식 (4)를 θ<sub>4</sub>와 θ<sub>5</sub>에 대해서 표현한 것이다.

$${}^3 R_4 {}^4 R_5 = {}^2 R_3^{-1} {}^1 R_2^{-1} {}^0 R_1^{-1} {}^B R_0^{-1} {}^B R_E {}^5 R_E^{-1} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_4 & s\theta_4 c\theta_5 & -s\theta_4 s\theta_5 \\ -s\theta_4 & c\theta_4 c\theta_5 & -c\theta_4 s\theta_5 \\ 0 & -s\theta_5 & -c\theta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

θ<sub>4</sub>와 θ<sub>5</sub>는 식 (5)의 행렬 성분들인 r<sub>13</sub>, r<sub>23</sub> 및 r<sub>33</sub>에 의해서 다음과 같이 결정된다.

$$\theta_5 = \cos^{-1}(-r_{33}) \quad (6)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(-r_{13}s\theta_5, -r_{23}s\theta_5) \quad (7)$$

### 2.3 순기구학 해석

A 축 및 C 축 회전축으로 구성된 직렬 구조의 순기구학 해석은 변환 행렬을 이용하면 쉽게 수행할 수 있지만, 3개의 링크로 구성된 병렬 구조의 순기구학 해석은 다소 복잡한 과정이 필요하다. 식 (3)과 같이 주어지는 링크 길이 벡터에 대한 내적을 구해서 정리하면, 3개의 링크 각각에 대해서 다음과 같은 식을 도출할 수 있다.

$$d_3^2 - 2a_1 b_1 s\theta_2 + 2b_1 d_3 c\theta_2 + a_1^2 + b_1^2 - q_1^2 = 0 \quad (8)$$

$$d_3^2 - 2a_2 b_2 s\theta_1 + 2b_2 d_3 c\theta_1 s\theta_2 + a_2^2 + b_2^2 - q_2^2 = 0 \quad (9)$$

$$d_3^2 - 2a_3 b_3 s\theta_2 - 2b_3 d_3 c\theta_2 + a_3^2 + b_3^2 - q_3^2 = 0 \quad (10)$$

결과적으로 병렬 구조의 순기구학 해석은 주어진 링크의 길이 정보로부터 가동 플랫폼의 자세 θ<sub>1</sub>과 θ<sub>2</sub>, 그리고 기준 좌표계와 가동 플랫폼 좌표계 사이의 거리 d<sub>3</sub>를 구하는 문제로 귀착되는데, 본 연구에서는 Newton-Raphson 방법을 이용해서 3개의 비선형 연립 방정식을 풀었다.

### 3. 기구학 해석 시뮬레이션 및 검증

본 연구에서는 트라이셉 기반의 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 거동을 파악하기 위한 기구학적 해석을 수행하였고, 해석 결과에 대한 신뢰성 검증을 위한 전용 시뮬레이터를 Visual C++을 이용해서 Fig. 3과 같은 형태로 개발하였다. 전용 시뮬레이터는 순기구학 해석 모듈과 역기구학 해석 모듈로 구성되어 있으며, 사용자의 입력 조건에 대응되는 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 3차원 거동을 가시화할 수 있다. 순기구학 해석 모듈과 역기구학 해석 모듈의 신뢰성을 파악하기 위해서 공구의 위치와 자세에 대한 입력값들로부터 3개의 링크 길이, A축 및 C축의 회전각을 역기구학 해석을 통해서 구하고, 그 결과를 토대로 다시 순기구학 해석을 수행하여 공구의 위치와 자세에

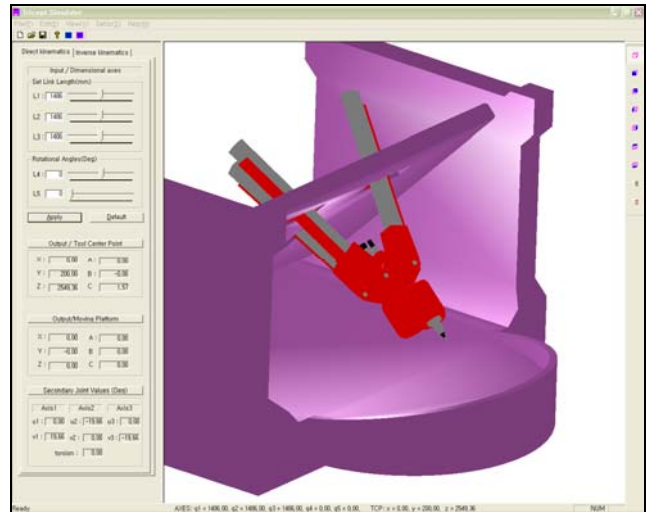


Fig. 3 Special purposed simulator for the hybrid parallel kinematic machine

Table 1 Verification of kinematic analysis results

	Case 1		Case 2	
	Inv. analysis	Analysis error	Inv. analysis	Analysis error
q <sub>1</sub> (mm)	934.33*	-	1019.22*	-
q <sub>2</sub> (mm)	1274.28*	-	893.76*	-
q <sub>3</sub> (mm)	1161.73*	-	905.09*	-
q <sub>4</sub> (deg)	-11.00*	-	-28.23*	-
q <sub>5</sub> (deg)	40.54*	-	28.20*	-
X (mm)	300	-1.04×10 <sup>-4</sup> *	-200	-1.90×10 <sup>-4</sup> *
Y (mm)	520	1.08×10 <sup>-4</sup> *	-260	1.91×10 <sup>-4</sup> *
Z (mm)	2000	-1.54×10 <sup>-5</sup> *	1980	0.48×10 <sup>-5</sup> *
A (deg)	20	-4.64×10 <sup>-6</sup> *	30	1.92×10 <sup>-6</sup> *
B (deg)	0	1.45×10 <sup>-6</sup> *	-20	1.42×10 <sup>-6</sup> *

대한 예측값들을 얻은 후, 입력값과 예측값 사이의 오차를 산정하였다. Table 1에는 2 가지 경우에 대한 해석 오차를 제시하였는데, \*가 표시된 값들은 모두 역기구학이나 순기구학 해석을 통해서 얻은 결과임을 의미한다. 특히 공구의 위치와 자세에 대한 입력값과 예측값 사이의 오차 크기는 각각 0.2 μm 이하와 5×10<sup>-6</sup> deg 이하로 매우 작기 때문에 본 연구의 기구학적 해석에 대한 신뢰성은 매우 높다고 판단된다.

### 4. 결론

본 연구에서는 병렬 구조와 직렬 구조가 병합된 트라이셉 기반의 하이브리드 병렬 기구형 머시닝센터의 거동을 파악하기 위한 기구학적 해석을 수행하였고, 해석 결과에 대한 신뢰성 검증을 위해서 전용 시뮬레이터를 개발하였다. 특히 순기구학 해석 모듈과 역기구학 해석 모듈의 신뢰성을 검토하기 위해서 공구의 위치와 자세에 대한 입력값들로부터 3개의 링크 길이, A축 및 C축의 회전각을 역기구학 해석을 통해서 구하고, 그 결과를 토대로 다시 순기구학 해석을 수행하여 공구의 위치와 자세에 대한 예측값을 얻은 후, 입력값과 예측값 사이의 오차를 산정하였다. 공구의 위치와 자세에 대한 입력값과 예측값 사이의 오차 크기는 각각 0.2 μm 이하와 5×10<sup>-6</sup> deg 이하로 매우 작다는 사실로부터 본 연구의 기구학적 해석에 대한 신뢰성을 확인하였다.

### 참고문헌

- Joshi, S. A. and Tsai, L. W., "The Kinematics of a Class of 3-DOF, 4-Legged Parallel Manipulators," 2003.
- Xi, F., Zhang, D., Xu, Z. and Mechefske, C. M., "A Comparative Study on Tripod Units for Machine Tools," 2003.