K93 Spring National Conference 2009 / March 27~28, 2009 / 94eonggi / Korea

주파수-변형률 곡선의 개발 및 검증 Development & Verification of Frequency-Strain Dependence Curve

정창균¹⁾, Chang-Gyun Jeong, 곽동엽²⁾, Dong-Yeop Kwak, 박두희³⁾, Duhee Park

한양대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University
한양대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University
한양대학교 토목공학과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University

SYNOPSIS: One dimensional site response analysis is widely used in prediction of the ground motion that is induced by earthquake. Equivalent linear analysis is the most widely used method due to its simplicity and ease of use. However, the equivalent linear method has been known to be unreliable since it approximates the nonlinear soil behavior within the linear framework. To consider the nonlinearity of the ground at frequency domain, frequency dependent algorithms that can simulate shear strain - frequency dependency have been proposed. In this study, the results of the modified equivalent linear analysis are compared to evaluate the degree of improvement and the applicability of the modified algorithms. Results show the novel smoothed curve that is proposed by this study indicates the most stable prediction and can enhance the accuracy of the prediction.

Keywords : ground response analysis, equivalent linear, modified equivalent linear, frequency, frequency dependency

1. 서 론

1차원 지반응답해석은 지진에 의한 지진동의 증폭현상을 모사하는 데 널리 사용되고 있다(Idriss, 1968). 가장 널리 사용되고 있는 주파수 영역의 등가선형해석기법은 지반의 전단탄성계수와 감쇠비를 전 주파수 영역에 걸쳐 일정하게 적용하는 해석기법이다(Schnabel et al., 1972). 하지만 실제 지반은 비선 형 거동을 하며 진동주파수에 따라서 지반의 탄성계수와 감쇠비가 변하게 된다. 주파수 영역 등가선형 해석의 효율성을 유지하며, 지반의 비선형 거동을 주파수 영역에서 보다 정확하게 모사하기 위해 진동 주파수의 변화에 따른 전단탄성계수와 감쇠비를 적용하는 수정된 등가선형해석기법(Yoshida et al., 2002; Kausel and Assimaki, 2002)이 개발되었다. 수정된 등가선형해석기법은 변형률과 진동 주파수와의 상관관계를 완화곡선으로 모사한다. 따라서 수정된 등가선형해석기법의 핵심은 주파수에 따른 변형률의 변화를 모사하는 완화곡선이며 이와 같은 해석기법을 주파수 의존성을 고려한 등가선형해석기법이라 한 다. 본 연구는 기존에 제안된 완화 곡선과 본 연구에서 새롭게 제안한 완화곡선을 이용하여 일련의 수 정된 등가선형 해석을 수행하였으며 이를 통하여 수정된 등가선형해석기법의 정확성을 검증하여 보았다.

2. 진동주파수의 변화에 따른 변형률의 변화

그림 1은 전단변형률이 큰 경우(A)와 작은 경우(B)에 대한 전단응력-변형률 이력곡선을 비교하고 있 다. 시간에 따른 변형률의 변화량이 일정할 경우 변형률이 큰 경우(A)가 작은 경우(B)에 비해 그림과 같은 닫힌곡선을 완성하는데 더 긴 시간이 걸릴 것 이라는 것을 알 수 있다. 즉, 전단변형률의 크기와 진동주기 또는 주파수는 상호 밀접한 관계가 있는 것이다. 그림 2는 두 개의 계측된 변형률 시간이력으 로부터 계산된 푸리에 스펙트럼을 도시한 것이다. 위에서 언급한 바와 같이 전단변형률이 클 경우 진동 주파수는 낮으며, 전단변형률이 작을 경우 진동주파수는 높음을 볼 수 있다. 물론, 정량적인 관계는 완 벽히 일치하지 않지만, 이들의 경향은 변형률과 진동주파수의 관계를 잘 나타내고 있다.



그림 1. 진동주파수에 따른 응력-변형률 곡선의 변화(Yoshida et al., 2002)



그림 2. 진동주파수에 따른 변형률 변화의 경향

3. 주파수-변형률 곡선

2장에 나타난 바와 같이 변형률과 진동주파수의 변화는 상호 연관되어 있으나, 등가선형해석은 반복 해법에 의한 선형해석으로서 이와 같은 관계를 모사할 수 없는 한계를 가지고 있다. 이를 극복하기 위 하여 제안된 수정된 등가선형해석기법은 해석 수행시 주파수-변형률의 관계를 모사하기 위하여 수학적 식으로 정의되는 완화곡선을 사용한다.



그림 3. 기존 연구와 본 연구 제안식에 의한 완화곡선의 형상비교

그림 3은 기존 연구자와 본 연구에 사용된 여러 완화곡선을 비교하고 있다. y축은 최대변형률에 대해 정규화 하였으며, f_p는 최대변형률에 해당하는 주파수, f_b는 평균변형률에 해당하는 주파수를 각각 의미한 다. 그림 3(a), (b)는 각각 Yoshida et al. (2002, 이하 YKSM)과 Kausel and Assimaki (2002, 이하 KA) 가 제안한 완화곡선에 의한 곡선을 나타낸다. YKSM은 최대변형률이 발생하는 주파수로부터 제안된(15 Hz) 한계주파수 까지 완화곡선을 적용하는 반면 KA는 평균변형률에 해당하는 주파수로부터 완화곡선 을 적용한다. 전반적인 완화곡선의 변화율은 YKSM에 비해 KA가 큰 값을 나타낸다. 기존 연구자의 완 화곡선에 의한 지반응답해석 결과를 검증하기 위하여 Trial #1, Trial #2(각각 그림 3(c), (d))라고 명명 된 새로운 완화곡선을 선정하였으며, Trial #1은 YKSM과 같은 최대변형률이 발생하는 주파수로부터 완 화곡선을 적용하되, 한계주파수의 영향을 평가해 보기 위해 YKSM과 다르게 설정(25 Hz) 하였으며 완 화곡선을 적용하되, 한계주파수의 영향을 평가해 보기 위해 YKSM과 다르게 설정(25 Hz) 하였으며 완 화곡선을 적용하였으며, 한계주파수를 25 Hz로 설정하였다. 그림 3(e)는 본 연구에서 제안한 완화곡선의 형상이며 식 (3)은 완화곡선의 식이다. 제안식은 최대변형률로부터 완화곡선을 적용하며, 한계주파수 이 상일 경우 최대변형률의 α%(0.4 제안)를 유효변형률로 선정하여 해석에 반영한다. 이는 기존 연구자에 의한 완화곡선의 단점인 급격한 완화곡선의 변화를 최소화 하며, 고주파수 요소의 과도한 증폭에 의한 해석 오차를 줄이기 위함이다.

$$\begin{cases} \gamma_{eff} = \gamma_{\max} & f_p > f \\ \gamma_{eff} = \gamma_{\max} \left\{ \exp\left(\frac{f - f_p}{f_l - f_p}\right) \right\}^{\ln \alpha} & f_p \le f \le f_l \\ \gamma_{eff} = \gamma_{\max} \cdot \alpha & f < f_l \end{cases}$$
(3)

4. 사례 연구를 통한 완화곡선식의 검증

완화곡선의 검증을 위하여 YKSM과 KA, Trial #1, Trial #2, 제안식의 총 5개의 완화곡선과 등가선형 해석법, 비선형해석법을 이용하여 사례 1에서 계산된 5% 감쇠된 지표면의 지진 발생시 지반의 응답을 예측하였다. 지반응답해석은 총 2개소의 지반과 3개의 입력지진과를 사용하였으며, 모든 해석은 등가선 형해석과 비선형해석이 가능한 1차원 지반응답해석 프로그램인 GEOSHAKE(Lee et al., 2008)에 위에 언급한 완화곡선들을 탑재하여 수행하였다.

4.1 사례 1: site D-48, 한국



그림 4. 사례 1 지반의 (a) 전단파속도 주상도와 (b) 동적곡선



그림 5. 사례 1에 사용된 입력지진파의 (a)시간이력 가속도 곡선과 (b)푸리에 스펙트럼

사례 1에 사용된 지반은 국내 지반으로, 지진에 의한 부지증폭효과 연구(Kim et al., 2002; Sun et al., 2005; Yoon et al., 2006)에 다양하게 사용된 지반이다. 사례 1 지반은 시추조사에 의해 결정된 전단과 속도 주상도를 이용하여 내진설계규정에 따른 분류 D지반(평균 V_s 약 300 m/s, 그림 4)으로 분류 되었 다. 해당 지반에 국내 내진설계시 사용하는 Miyagi-Oki 지진시 Ofunato에서 측정된 지진파(규모 7.4, PGA 0.23g)를 입력지진파를 사용하여 일련의 해석을 수행하였다. 사례 1 지반은 충적토와 풍화토, 점토 층으로 이루어진 지반으로 충적토와 풍화토의 경우 실내실험(Kim et al., 2002; Sun et al., 2002)을 통해 얻어진 동적곡선을, 점토층의 경우 PI=30인 Vucetic and Dobry (1991)의 동적곡선을 적용하였다. Ofunato 지진파는 그림 5에 나타난 바와 같이 풍부한 고주파수 요소를 가지고 있다.



그림 6. 사례 1에서 계산된 5% 감쇠된 지표면의 (a)E-W, (c)N-S 방향요소의 가속도응답스펙트럼과 (b)E-W, (d)N-S 방향요소의 전달함수

해석 결과는 그림 6에 도시하였다. 그림 6(a)는 지표면에서 5 % 감쇠된 가속도 응답스펙트럼을 비교 하고 있다. YKSM, KA가 가장 큰 응답을, PGA는 등가선형해석법과 KA가 가장 큰 값을 예측하였다. 한계주파수에 따른 영향을 비교하기 위하여 먼저 YKSM과 Trial #1을 보면 장주기 영역의 응답은 두 방법에 의한 차이가 크지 않으나 단주기 영역의 응답은 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 반면, PGA 는 두 방법에 의한 차이가 크지 않다. Trial #1은 YKSM의 한계주파수를 25 Hz로 연장한 완화곡선을 적용, YKSM보다 큰 크기의 유효변형률을 선택하므로 연성 지반의 거동을 예측하며, 이로 인해 YKSM 보다 작은 지반의 증폭을 나타냄을 알 수 있다. 두 방법에 의한 전달함수의 차이(그림 6(b))는 이러한 사실을 명확히 나타내고 있다. f_p 전후 저주파수 영역은 두 방법 모두 최대변형률을 유효변형률로 선택 함으로써, 두 해석방법간의 차이가 보이지 않으나, 고주파수 영역의 경우 4~5배의 차이를 나타내고 있 다. PGA는 두 방법에 의한 차이가 거의 나타나지 않는 사실로 보아, 고주파수 요소는 PGA 결정에 큰 영향을 미치지 않는다고 판단된다.

KA와 Trial #2의 응답을(그림 6(a)) 비교하여 보면 평균주파수(f₀)의 적용점인 장주기 영역의 응답은 유사하나, 완화곡선의 적용을 받는 단주기 영역의 경우 KA가 지반의 응답을 과대 예측하였음을 알 수 있다. 전달함수(그림 6(b))를 보면, 평균주파수(f₀)인 4~5 Hz 까지는 두 방법간 차이가 거의 보이지 않으 나, 완화곡선이 적용되는 시점부터 KA가 지반의 응답을 과도하게 예측하였음을 알 수 있으며, 이러한 증폭정도는 모든 해석방법중 가장 큰 값이다. 이는 완화곡선의 적용점을 기준으로 급격히 낮아지는 형 태의 완화곡선을 사용하는 KA가 단단한 지반의 거동을 예측하였기 때문이라고 판단된다. 25 Hz의 같은 주파수 범위까지 완화곡선을 적용시킨 Trial #1과 Trial #2의 전단함수(그림 6(b))에서 Trial #2가 Trial #1에 비해 약간 작은 증폭을 예측한 사실로 보아 완화곡선의 형상에 따른 유효변형률 크기의 결정이 지 반응답해석의 핵심 요소임을 확인 할 수 있다. 본 연구 제안식에 의한 응답은 15 Hz 이상의 완화곡선을 최대 변형률의 40%로 선택하여 사용하므로 YKSM과 KA에서 보이는 고주파수 영역의 큰 증폭이 발생 하지 않았으며, PGA역시 등가선형해석법에 의한 결과보다 비선형해석과 더 가까운 값을 나타낸다.

각 해석방법에 의한 PGA는 그림 6(a)와 같이 등가선형해석법과 KA가 가장 큰 값을, 비선형해석법이 가장 작은 값을, 나머지 방법에 의한 해석결과가 중간 정도의 값을 예측하였다. 전달함수(그림 6(b))를 살펴보면 2차 모우드인 약 7 Hz 의 증폭이 위와 같은 순서로 이루어져 있으며 그 외 영역의 증폭정도 는 다름을 관측할 수 있다. 이러한 사실로 보아 해당 영역의 증폭정도가 PGA 결정에 중요한 영향을 주 며 위에 언급한 바와 같이 고주파수 요소의 증폭정도는 상대적으로 적은 영향을 준다고 판단된다.



4.2 사례 2: Turkey Flat, 캘리포니아, 미국

그림 7. 사례 2 지반의 (a) 전단파속도 주상도와 (b) 동적특성



그림 8. 사례 2에 사용된 입력지진파의 (a)E-W, (c)N-S 방향요소 의 시간이력가속도곡선과 (b)E-W, (c)N-S방향요소의 푸리에 스펙 트럼

미국 캘리포니아 주에 위치한 Turkey Flat은 지진에 의한 지반증폭효과를 연구하기 위하여 설정된 부 지이다. 이 지역은 San Andreas 단층의 Parkfield 영역에서 단 5 km 떨어져 있는 얕은심도의 분지이다. 일명 "Turkey Flat Test"라고 불린 프로젝트에서는 지반응답해석의 정확성을 검증하기 위하여 blind test가 수행되었다. Blind test에서는 물리탐사를 통해 조사된 전단파속도 주상도, 현장시료를 채취하여 수행된 실내실험결과(Real, 1988)와 계측된 기반암과 암반노두에서의 지진기록이 제공되었으며 이를 기 반으로 지표면의 응답을 예측하도록 하였다. 그림 7은 이와 같은 계측과 실험을 통하여 얻어진 전단파 속도 주상도와 전단탄성계수, 감쇠비 곡선을 도시하고 있다. 본 연구는 2004년 발생한 규모 6.0의 Parkfield 지진시 기반암(깊이 25 m)에서 측정된 지진파를 입력지진파로 사용하여 일련의 지반응답해석 을 수행하였다(Kwok et al., 2008).



그림 9. 사례 2에서 계산된 5% 감쇠된 지표면의 (a)E-W, (c)N-S 방향요소의 가속도응답스펙트럼과 (b)E-W, (d)N-S 방향요소의 전달함수

해석결과는 그림 9에 도시하였다. 그림 9(a)와 그림 9(c)는 각각 E-W와 N-S의 계측 및 계산된 지표 면에서의 5% 감쇠된 가속도 응답스펙트럼을 비교하고 있다. E-W 요소는 수정된 등가선형해석법을 적 용한 예측값이 모두 유사하게 비교적 정확한 결과를 예측한 반면, N-S 요소는 YKSM과 KA가 다른 방 법에 비해 크게 과대예측 하였음을 볼 수 있다. E-W는 YKSM이 가장 큰 응답을, 비선형해석법이 가장 작은 응답을 예측하였고, PGA의 경우 계측값과 제안식, Trial #1, Trial #2, YKSM이 유사한 값을 보였 으며 KA가 가장 작은 값을 나타냈다. 먼저 YKSM과 Trial #1을 비교해 보면 사례 1과 마찬가지로 YKSM이 Trial #1에 약간 큰 값을 나타내고 있다. 이는 사례 1에서 언급한 바와 같이 Trial #1의 경우 fe를 25 Hz로 연장함에 따라 유효변형률의 크기가 크져 YKSM에 비하여 낮은 응답을 예측한 것이다. KA와 Trial #2의 경우도 사례 1과 마찬가지로 전체적으로 KA가 가장 큰 증폭을 예측하나 전달함수(그 림 9(b))에 나타난 바와 같이 응답의 최고점 전후(주기 0.07~0.09 초)의 경우 위상각의 차이로 낮은 증 폭정도를 나타냄을 알 수 있다. 전달함수는 지반을 단단하게 모사할수록 크기가 커지며 고주파수쪽으로 위상각이 이동하게 된다. 따라서 전체적 증폭은 KA가 가장 크나 고주파수쪽으로 위상각이 이동함으로 인해 10~13 Hz 영역의 국부적 증폭정도가 다른 방법에 비해 낮아지므로 해당 영역이 낮은 증폭정도를 나타내는 것이다. 이와 같은 사실로 보아 계산되는 지반의 응답은 단순히 전달함수의 최대 증폭값 뿐만 아니라, 위상의 변화에도 미세하게 반응한다는 것을 알 수 있다. 사례 1의 경우 전달함수가 1차 모우드 를 제외하고 뚜렷이 나타나지 않아 위상에 따른 응답차이가 확연히 드러나지 않았으나 사례 2의 경우 뚜렷한 모우드의 차이로 위상에 따른 응답차이가 관측된 것이다.

제안식에 의한 응답은 KA와 YKSM 보다 작으며, 등가선형, 비선형 보다는 큰 값을 예측하였다. PGA 의 경우 비선형과 등가선형 해석에 비해 제안식에 의한 예측값이 계측값에 가장 유사하였다.

N-S(그림 9(c))의 경우 YKSM과 KA가 가장 큰 응답을 보여주고 있으며 PGA 역시 YKSM과 KA가 가장 큰 값을, 제안식과 등가선형 해석법이 중간정도의 값을, 그 외의 방법들이 가장 작은 값을 예측하 고 있으며 계측된 지진파는 이 중 가장 작은 예측값과 유사하다. 앞의 경우들과 마찬가지로 YKSM은 Trial #1 보다 큰 응답을, KA는 Trial #2 보다 큰 응답을 예측하였으며 제안식에 의한 값은 평균정도의 응답을 예측하였다.

E-W와 N-S 모두 KA가 가장 큰 증폭을 예측하였음에도 불구하고 E-W(그림 9(a))에서 KA는 가장 낮은 PGA를 예측하였으나, N-S(그림 9(c))에서 KA는 가장 높은 PGA를 예측하였다. 두 방향요소에 따 른 응답의 차이를 관찰해 보면 E-W의 응답은 주기 0.09 초 전후 좁은 영역에서 KA의 낮은 응답이 관 측되는 반면 N-S의 응답은 항상 높은 KA의 응답을 볼 수 있다. 위의 주파수 영역은 모두 2차 모우드 에 해당하는 영역이며 사례 1의 경우와 마찬가지로 사례 2의 PGA도 2차 모우드 영역의 영향을 크게 받 은 반면 고주파수 요소의 증폭 정도는 큰 영향을 받지 않았음을 알 수 있다.

1차 모우드 응답은 최대변형률이 적용되는 주파수 범위에 지배받는 반면, 고주파수의 응답은 완화곡 선의 감소정도에 따라서 결정된다. 따라서, 최대 전단변형률이 발현되는 주파수와 그 이후 주파수 대역 의 입력지진파 주파수 요소에 따라 지반의 응답 예측에 큰 차이가 발생할 것이라는 판단을 할 수 있다. 즉, 최대 전단변형률이 비교적 낮은 주파수에서 발현되며 이후 주파수 요소가 큰 입력지진파의 경우 지 반의 응답은 완화곡선의 영향을 크게 받을 것이며, 반대로 최대 전단변형률이 비교적 높은 주파수에서 발현되고 이후 주파수요소가 작은 입력지진파의 경우 완화곡선의 영향이 상대적으로 적은 것이다. 이러 한 영향은 사례 2를 통해 잘 설명될 수 있다. fo 이후 가장 급격하게 완화곡선이 감소하는 KA는 그림 9(b), (d)와 같이 2차 모우드의 증폭이 가장 크게 계산된 것을 볼 수 있는 반면, 같은 평균주파수 fo를 사 용한 Trial #2의 경우 완화곡선이 고주파수에서 완만한 형태의 감소를 보이므로 낮은 증폭정도를 나타내 고 있다. 사례 2의 경우 입력지진파의 주파수 요소가 0~15 Hz에 분포되어 있고 최대변형률은 2 Hz 정 도에서 나타나므로 나머지 2~15 Hz 까지의 비교적 넓은 주파수 대역은 완화곡선의 적용점에 따라 응 답이 크게 바뀌며 결정되는 것이다.

사례 2는 사용된 완화곡선의 특성이 수정된 등가선형해석의 결과에 현저한 영향을 미치는 것을 보여 주는 좋은 사례이며, 동일 사례에서도 지진동 방향에 따라 지반응답해석의 결과가 크게 달라지는 것을 볼 수 있다. 이는 수정된 등가선형해석의 정확성이 지진파의 주파수 특성에 큰 영향을 받으며, 해석사례 마다 최적의 곡선이 달라지는 것을 의미한다.

5. 결 론

본 논문에서는 주파수-변형률 완화곡선을 등가선형 지반응답해석에 적용시키는 방법인 수정된 등가선 형해석법의 정확성을 검증하였다. 기존 제안되었던 두개의 주파수-변형률 완화곡선식, 이를 평가하기 위 한 두개의 완화곡선식, 본 연구에서 제안하는 한개의 제안 완화곡선식의 총 5개의 완화곡선을 사용하여 지반응답해석을 수행하였으며 결과는 아래와 같다.

- 주파수-변형률 완화곡선을 지반응답 해석에 적용한 경우 해석의 정확성을 향상시키지만, 정 확한 예측값을 나타내는 완화곡선은 사례별로 달라질 수 있다.
- 기존 제안된 두개의 완화곡선은 응답의 정확성을 향상시키는 경우도 있지만, 지반의 응답을 크게 과대예측하기도 하였다. 이들 곡선은 제한된 사례에 맞도록 최적화된 곡선인 것으로 판 단되며 이들 곡선을 사용한 수정된 등가선형해석법이 정확성을 언제나 향상시킨다는 결론은 오류가 있는 것으로 판단된다.
- 3. 사례별 영향이 적은 안정적인 완화곡선은 Yoshida, et al. (2002)와 본 연구에서 제안한 곡선

인 것으로 나타났다.

- 4. 입력지진파의 주파수 요소에 따라 완화곡선의 형상과 적용범위는 변화하며 고주파수 요소의 증폭정도는 PGA 결정에 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 정확한 지반의 거동을 모사하기 위해 전 주파수 대역을 정확히 모사하고자 하는 것 보다 응답에 중요한 영향을 미치는 주파 수 대역을 정확히 모사하는 것이 더 적절하다.
- 사례의 영향을 받지 않고 안정적인 결과를 예측하는 최적화된 완화곡선을 결정하기 위하여 차후 지속적인 연구가 요구된다.

참고문헌

- Idriss, I.M.S., H.B. (1968), "Seismic response of horizontal soil layers", Soil mechanics and foundations, Vol. 94, No. 4, pp.1003–1029.
- Kausel, E., and Assimaki, D. (2002), "Seismic simulation of inelastic soils via frequency-dependent moduli and damping", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, No. 1, pp.34–47.
- Kim, D.-S., Chung, C.-K., Sun, C.-G., and Bang, E.-S. (2002), "Site assessment and evaluation of spatial earthquake ground motion of Kyeongju", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 22, No. 5, pp.371–387.
- Kwok, A.O.L., Stewart, J.P., and Hashash, Y. (2008), "Nonlinear Ground-Response Analysis of Turkey Flat Shallow Stiff-Soil Site to Strong Ground Motion", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 98, No. 1, pp.331.
- Lee, H.S., Yun, S.U., Park, D., and Kim, I.T. (2008), "Estimation of nonlinear site effects of soil profiles in Korea", Journal of the Korean Geotechnical Society, Vol. 24, No. 3, pp.13–23.
- 6. Real, C.R. (1988), Turkey Flat, USA Site Effects Test Area Report 2: Site Characterization, TR 88-2.
- Schnabel, P.B., Lysmer, J.L., and Seed, H.B. (1972), SHAKE: A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, EERC-72/12, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA.
- Sun, C.-G., Kim, D.-S., and Chung, C.-K. (2005), "Geologic site conditions and site coefficients for estimating earthquake ground motions in the inland areas of Korea", Engineering Geology, Vol. 81, No. 4, pp.446–469.
- Sun, C.G., Bang, E.S., Kim, D.S., Chung, C.K., and Hyun, C.H. (2002), "Site assessment and evaluation of spatial earthquake ground motion of Kyeongju and Hongsung in Korea", 7th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Boston, Vol., pp.CD-ROM, 00395.
- Vucetic, M., and Dobry, R. (1991), "Effect of soil plasticity on cyclic response", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 117, No. 1, pp.87–107.
- Yoon, J.K., Kim, D.S., and Bang, E.S. (2006), "Development of site classification system and modification of design response spectra considering geotechnical site characteristics in Korea", Journal of Earthquake Engineering Society of Korea, Vol. 10, No. 2, pp.39–62.
- Yoshida, N., Kobayashi, S., Suetomi, I., and Miura, K. (2002), "Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 22, No. 3, pp.205–222.