

슬라이딩모드와 최적제어를 이용한 PMSM 제어

신정호, 김민찬, 박승규, 곽군평
창원대학교

Control of PMSM Using Sliding Mode Control and Optimal Control

Jeong-Ho Shin, Seung-Kyu Park, Gun-Pyong Kwak, Min-Chan Kim
Changwon National University

Abstract - This paper presents sliding mode control and optimal control techniques for controlling the speed of permanent magnet synchronous motor. Virtual sliding surface has nominal dynamics of an original system. The performance of the system with sliding mode control and optimal control is compared with the response of the nominal system. As a result, the sliding mode control and optimal control has robustness against the system uncertainties.

1. 서 론

PMSM의 제어 방법에 있어서 슬라이딩모드제어(SMC)는 시스템의 구조를 변경하여 시스템의 상태를 슬라이딩 평면상에 구속시킴으로써 강인성을 얻을 수 있는 비선형 제어기법으로 가변 구조 제어계 이론 중에 이론적으로 가장 체계화 되어 있다. 하지만 일반적인 SMC에서 시스템의 동특성은 슬라이딩 평면에 의하여 결정되므로 공칭 시스템의 동특성을 가질 수가 없으며 다른 제어기와 결합하기 용이하지 않다.[1] 이러한 문제를 해결하기 위해 가상 상태를 이용하여 슬라이딩 평면을 설정하는 방법이 사용되었다. 새로운 슬라이딩 평면은 공칭제어기에 의해서 제어되는 공칭계통의 동특성을 가질 수 있다는 것이 증명되며 다양한 형태의 제어기와 SMC가 결합된 제어기의 구성이 가능해 지도록 한다. 또한 가상 상태의 초기치를 스위칭함수의 초기값이 영으로 되도록 결정하여 줌으로써 도달기간도 제거할 수 있다.[2][3]

본 논문에서는 PMSM의 제어기 설계에 있어 최적제어기와 SMC가 결합된 형태의 제어기를 구성함으로써 강인한 최적제어기를 설계하기로 한다.

2. 본 론

2.1 PMSM의 동특성 방정식

PMSM의 동특성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I}_q \\ \dot{I}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & \frac{K_t}{J_m} & 0 \\ -\frac{\lambda_m}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & -\omega \\ 0 & \omega & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I_q \\ I_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q \\ V_d \end{bmatrix} - \frac{1}{J_m} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_L \quad (1)$$

PMSM은 고정자의 a, b, c상에 의해 회전자계가 만들어지고, 이와 같은 속도로 로터가 회전한다. 백터제어 기법을 이용하면, PMSM의 입력을 직류 전류 i_d, i_q 로만 구성할 수 있는데, 회전자 자속방향에 고정된 i_d 를 0으로 고정하면 i_q 만이 제어입력이 되는 DC모터와 정확히 같은 거동을 얻을 수 있다. 그래서 PMSM의 모델을 실제 플랜트로 간주하고 모델 추종 제어(Model Following Control)를 구현하였다.[4]

2.2 공칭 시스템에 대한 최적 제어기 설계

가상의 상태를 정의하기 위해서 다음과 같은 공칭 계통을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = \dot{e}_o(t) = Ae_o(t) + Bu_{o1}(e_o, t) \quad (2)$$

여기서 $u_{o1}(e_o, t)$ 는 미분 가능한 공칭 제어입력이다.

식 2에 대한 평가함수는 다음 식을 만족한다.

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (e_o^T Q e_o + u_o^T R u_o) dt \quad (3)$$

평가함수를 최소화하는 최적제어 입력은 다음 식으로 얻어진다.

$$u_o(x_o) = -R^{-1}B^T S \quad (4)$$

여기서 상태하중 Q 와 제어 하중 R 은 대칭행렬이고 S 는 리카티 방정식(Riccati equation)의 해이다.

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \quad (5)$$

공칭제어입력은 다음과 같다.

$$u_o(t_o) = -Ke_o(t) \quad (6)$$

여기서 $K = R^{-1}B^T$ 이다.

2.3 새로운 슬라이딩 평면을 가지는 최적제어

새로운 슬라이딩 평면을 제안하고, 그것을 사용하여 슬라이딩모드 제어 입력을 구하고자 한다.

새로운 슬라이딩 평면을 구성하기 위해, 식 2의 공칭시스템의 상태변환 $\dot{z}_o(t) = Te_o(t)$ 을 이용한 가제어 표준형으로 변환한다.

$$\dot{z}_o(t) = A_o z_o(t) + B_o u_{1o}(t) \quad (7)$$

$$A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_1 - \alpha_2 \cdots - \alpha_n \end{bmatrix} B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \text{이고}$$

$u_{1o}(t)$ 는 최적 제어 입력이다.

가상 상태의 동특성은 다음식과 같다.

$$\dot{z}_{ov}(t) = -\alpha_n z_{ov}(t) \cdots -\alpha_2 z_{o3}(t) - \alpha_1 z_{o3}(t) + u_{1o}(e_o, t) \quad (8)$$

가상 상태 z_v 는 공칭상태 $z_{o1}, z_{o2}, \cdots, z_{on}$ 을 불확실성이 포함되지 않은 $z_1, z_2 \dots z_n$ 으로 대체할 수 있다.

$$\dot{z}_v(t) = -\alpha_n z_n(t) \cdots -\alpha_2 z_3(t) - \alpha_1 z_2(t) + u_{1o}(e, t) \quad (9)$$

여기서 $u_{1o}(e, t)$ 는 $u_{1o}(e_o, t)$ 을 미분해서 얻으면 e 를 미분하게 됨으로써 불확실성이 개입되기 때문에, 반드시 $u_{1o}(e, t)$ 부터 공칭상태인 e_o 를 e 로 대체하면서 얻어야 한다.

가상 상태를 포함한 증가된 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{z}_v(t_o) = -\alpha_n z_v(t) \cdots -\alpha_2 z_3(t) - \alpha_1 z_2(t) + u_{1o}(e, t) \quad (10)$$

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + Bu_1(t) + \Delta Ax(t) + \Delta Bu_1(t) + \Delta Br(t) + Df(t)$$

여기서 $u_1(t)$ 는 슬라이딩 모드 평면 위에서 슬라이딩 모드를 보장하는 SMC입력이다.

증가된 차수의 슬라이딩 평면은 다음과 같다.

$$s_n(z, t) = z_v(t) + \alpha_n z_n(t) + \cdots + \alpha_1 z_1(t) - u_{1o}(e, t) = 0 \quad (11)$$

도달기간은 가상 상태의 초기치를 다음과 같이 선택하게 되면 제거된다.

$$z_v(t_o) = -\alpha_n z_n(t_o) \cdots -\alpha_1 z_1(t_o) + u_{1o}(e(t_o), t_o) \quad (12)$$

2.4 시스템 시뮬레이션

시뮬레이션을 위해 다음과 같이 가상 상태를 정의하여 슬라이딩 평면을 구성한다. 가상 상태는 공칭계통을 바탕으로 설계하고 최적 제어 입력을 추가한다.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u_0$$

$$\dot{x}_v = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u_0$$

$$\dot{x}_v = -a_1 x_2 - a_2 x_v + u_0$$

$$s = x_v + a_1 x_1 + a_2 x_2 - u_0$$

$$u_0 = -k_1 x_1 - k_2 x_2$$

$$u_0 = -k_1 x_2 - k_2 (-a_1 x_1 - a_2 x_2 + u_0)$$

$$s = x_v + a_1 x_2 + a_2 x_v - u_0$$

$$= -a_2 x_v - a_1 a_2 x_1 - a_2 a_2 x_2 + a_2 (\Delta_1 x_1 + \Delta_2 x_2 + a_2 u)$$

$$u = x_v + a_1 x_1 + a_2 x_2 - a_2 (\Delta_{1\max} |x_1| + \Delta_{2\max} |x_2| \text{sig}(s))$$

PMSM 파라미터는 표 1과 같이 사용하였다.

〈표 1〉 Parameter of PMSM

L_q	0.0065[H]
B_m	0
K_t	1.1
λ_m	0.0817
R_s	0.35[Ω]
J_m	0.1[kg · m ²]

표 1의 파라미터로부터 계산한 상태방정식은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 \\ -12.5692 & -53.8461 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 153.8461 \end{bmatrix}$$

출력방정식은 임의로 구성한다.

$$C = [1 \ 1], D = [0]$$

위 식을 상태공간 모델링을 통해 전달함수로 전환하면 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{153.8s + 1692}{s^2 + 53.85s + 138.3}$$

위 식을 가제어 정준형의 상태방정식으로 전환하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -138.3 & -53.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

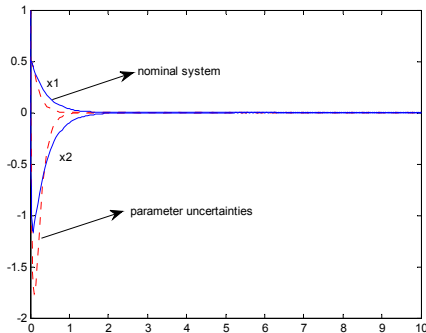
$K = [0.3615 \ 0.9352]$ 이고,

초기값은 다음과 같다.

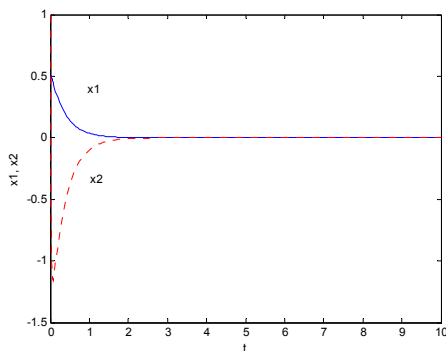
$$x_1(0) = 0.5, x_2(0) = 1$$

$$\begin{aligned} x_v(0) &= -a_1x_1(0) - a_2x_2(0) - k_1x_1(0) - k_2x_2(0) \\ &= -124.11595 \end{aligned}$$

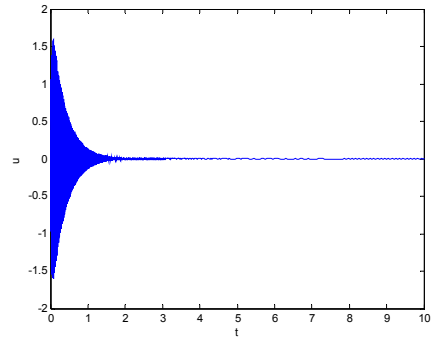
아래 그림은 시뮬레이션 결과 파형들이다. 그림 1은 공칭 시스템에서 파라미터 불확실성이 존재할 경우 상태값을 나타낸다. 이 경우 시스템이 원래의 동특성을 보장 받지 못함을 알 수 있다. 그러나 그림 2를 보면 알 수 있듯이, SMC 최적제어 시스템은 파라미터 불확실성이 존재하여도 불확실성의 영향을 받지 않는 강인한 제어능을 보여주고 있다.



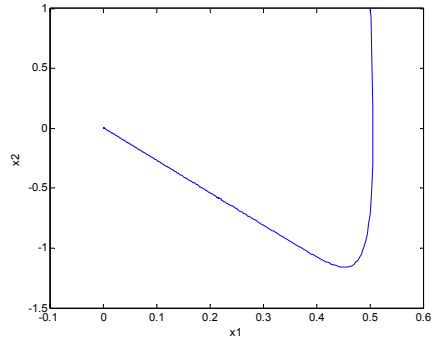
〈그림 1〉 파라미터 불확실성이 존재하는 공칭 시스템



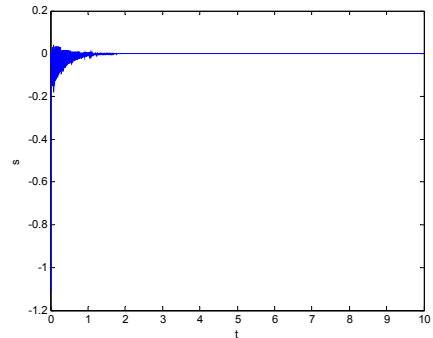
〈그림 2〉 파라미터 불확실성이 존재하는 SMC 최적제어 시스템



〈그림 3〉 SMC 최적제어 시스템의 입력



〈그림 4〉 SMC 최적제어 시스템의 상궤적



〈그림 5〉 SMC 최적제어 시스템의 슬라이딩 평면

3. 결 론

본 논문에서는 PMSM의 제어기 설계에 있어 최적제어기와 SMC가 결합된 형태의 제어기를 구성하였다. 최적제어기를 공칭제어기로 사용함으로써 파라미터 불확실성이 존재하는 경우에도 공칭계통의 최적제적을 따라갈 수 있는 강인한 최적 제어기를 설계하였다. 슬라이딩 평면을 설정하기 위한 방법으로는 가상 상태를 이용하였다. 결과적으로 SMC와 최적제어를 이용한 제어기를 설계 시 시스템에 파라미터 불확실성이 존재하더라도 공칭 시스템에서 제어되는 PMSM의 동특성이 보장되어 강인성 및 응답성을 향상시킬 수 있다는 것을 실험을 통해 확인하였다.

[참 고 문 헌]

[1] Utkin, V.I., and Jingxin Shi., *Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions*, Proceedings of the 35th Conference On Decision and Control Kobe Japan, pp. 4591-4596, (1996).
 [2] S.K. Park., and H. K. Ahn., *Robust controller design with novel sliding surface*, IEE Proc.-Control Theory Appl, vol. 146, no. 3, May (1999).
 [3] Utkin, V.I., *Sliding-Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 40, no. 1, pp. 23-36 (1993).
 [4] Utkin, V.I., Guldner, J.G., and Shijun, M., *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, CRC Press, USA (1999).