

초기 조건을 고려한 하드디스크드라이브의 시간 최적화 트랙 탐색 제어

유성재\*, 박송일\*, 하인중\*  
 서울대학교 전기컴퓨터공학부\*

Time-optimal Seek Control of Hard Disk Drive with Non-zero Initial Condition

Seong-Jae Yoo\*, Song-Il Park\*, In-Joong Ha\*  
 School of EECS, Seoul National University\*

**Abstract** - 하드디스크드라이브(Hard Disk Drive)의 트랙 탐색에서의 초기 조건을 고려한 시간 최적화 문제에 대한 해를 보인다. 이에 대한 유도에서는 전류, 전압, 저크뿐만이 아니라 액추에이터의 동역학식 또한 고려한다. 이렇게 구한 시간 최적화 문제의 해는 3차 상태 변수의 피드백 형태로 나타난다. 초기 조건을 고려함으로써 0이 아닌 임의의 초기 조건에 대해서도 시간 최적화 경로를 산출할 수 있다. 따라서 하드디스크드라이브의 암이 정지 상태가 아닌 상황에서 목표 위치 수정이 가능하므로 기존의 목표 위치와 다른 새로운 목표 위치에 대한 입력에 대해서도 빠른 응답을 기대할 수 있다.

1. 서 론

하드디스크드라이브는 컴퓨터의 보조기억장치로서 그 핵심역할을 수행했지만 최근에는 노트북뿐만이 아니라 PDA, 디지털 카메라, MP3, PMP 등의 휴대용 기기에도 많이 사용된다. 또한 고화질 디지털 영상 녹화 등 대용량 저장장치가 필요한 셋톱박스, PVR, DVD플레이어 등 멀티미디어 주변기기에도 사용된다. 뿐만 아니라 반도체 제조기술의 발전으로 마이크로프로세서의 처리 속도가 날로 빨라져 하드디스크드라이브의 정보 검색 및 처리 속도 역시 이에 대응한 향상이 요구된다. 이처럼 하드디스크드라이브의 고속, 고밀도화 추세에서 본 논문은 하드디스크드라이브의 트랙 탐색에 시간 최적화 제어를 적용했다.

시간 최적화를 이용한 경로 계획에 관한 연구는 앞서서도 다루어 졌다. 페이즈 평면 기법을 이용한 2차 시스템에서의 시간 최적화 경로에 대한 연구가 그것이다.[1],[2] 그러나 이는 수 차례의 반복연산을 통해 최대 가감속 지점으로의 전환점을 구하는 방법으로 실시간으로 경로를 산출해 내어야 하는 실제 시스템에서의 적용에는 다소 무리가 있다. 또한 마찰을 고려한 2차 시스템과 2차 이산 시스템에 대한 시간 최적해도 유도 되었다.[3][4] 그러나 이러한 방법들은 실제 동작 제어 시스템의 전류와 전압 제한만을 고려한 것으로 기기의 기계적 진동을 줄이고 수명을 늘리기 위해서는 저크의 제한 또한 필요하다.

한 편, 목표 트랙을 향한 탐색 도중 목표 트랙이 바뀌어 새로운 명령이 인가되는 상황을 고려해 보자. 이 경우, 본 논문에서 제안하는 트랙 탐색법은 초기 0이 아닌 초기조건에 대한 고려가 가능해 목표가 바뀌는 즉시 새로운 목표 트랙에 대한 탐색이 가능하다. 이처럼 본 논문에서는 전압, 전류, 저크의 제한과 액추에이터의 동역학식을 이용하여 하드디스크드라이브에서의 초기 조건을 고려한 시간 최적화 트랙 탐색법을 제안한다.

2. 본 론

2.1. 하드디스크드라이브의 동적 방정식

하드디스크드라이브 시스템에서 헤드를 구동시키는 액추에이터의 동적 방정식은 다음의 전기식, 기계식, 토크발생식과 같다.

$$\begin{aligned} L\dot{i} + Ri + K_e\theta &= V & (1) \\ M\ddot{\theta} &= T & (2) \\ T &= K_t i & (3) \end{aligned}$$

위 식에서  $\theta$ 는 액추에이터인 VCM(Voice Coil Motor)의 회전위치,  $i$ 와  $V$ 는 각각 VCM에 인가된 전류와 전압,  $M$ 은 회전관성 모멘트,  $K_t$ 는 토크 상수,  $L$ 은 코일 인덕턴스,  $R$ 은 코일 저항,  $K_e$ 는 역기전력 상수를 뜻한다. 위의 시스템에는 보통 다음과 같은 제한이 따른다.

$$|i| \leq I_{max}, |v| \leq V_{max}, |\ddot{\theta}| \leq J_{max} \quad (4)$$

이 때, 전류와 전압 제한은 시스템의 특성에 기인하는 것이며 이에 반해 저크의 제한은 비교적 자유롭게 선정될 수 있다.  $x(\cdot; \Sigma; x_0, u)$ 는 초기조건이  $x_0$ 이고 제어입력이  $u$ 일 때 시스템  $\Sigma$ 의 해를 나타낸다. 또 혼동의 염려가 없을 경우에는  $x(\cdot; \Sigma; x_0, u)$ 를 단순히  $x(\cdot)$ 로 표시하도록

하겠다. 이러한 정의들로부터 동적방정식 (1)~(3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \Sigma: \dot{x}_2 &= \frac{K_t}{M} x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{K_e}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 상태 변수  $x_1, x_2, x_3$ 와 제어입력  $u$ 는 각각  $x_1 \equiv \theta - \theta_r, x_2 \equiv \dot{\theta}, x_3 \equiv i, u \equiv v$ 와 같이 정의한다. 이에 따라 시스템의 제한조건인 식(4)는 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} x(t; \Sigma, x_i, u) &\in A, \\ u_{min}(x(t)) &\leq u(t) \leq u_{max}(x(t)), \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} x_i &\triangleq (x_1(0), x_2(0), x_3(0)), \\ A &\triangleq \{x \in R^3 \mid u_{min}(x) \leq u_{max}(x), |x_3| \leq I_{max}\} \end{aligned} \quad (7)$$

이 때  $u_{max}$ 와  $u_{min}$ 은 다음과 같다.

$$u_{max}(x) \triangleq \begin{cases} \min\{u_{jmax}, u_{vmax}\}, & \text{if } x_3 \neq I_{max} \\ \min\{u_{imax}, u_{vmax}\}, & \text{if } x_3 = I_{max} \end{cases} \quad (8)$$

$$u_{min}(x) \triangleq \begin{cases} \max\{u_{jmin}, u_{vmin}\}, & \text{if } x_3 \neq -I_{max} \\ \max\{u_{imin}, u_{vmin}\}, & \text{if } x_3 = -I_{max} \end{cases} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} u_{jmax}(x) &\triangleq K_e x_2 + R x_3 + \frac{LMJ_{max}}{K_t}, \\ u_{jmin}(x) &\triangleq K_e x_2 + R x_3 - \frac{LMJ_{max}}{K_t}, \\ u_{vmax}(x) &\triangleq V_{max}, \\ u_{vmin}(x) &\triangleq -V_{max}, \\ u_{imax}(x) &\triangleq K_e x_2 + R I_{max}, \\ u_{imin}(x) &\triangleq K_e x_2 - R I_{max}. \end{aligned} \quad (10)$$

2.2. 시간 최적화 문제 설정

앞서 구한 동적방정식과 물리적 제한들로부터 다음의 최적화 문제를 세울 수 있다.

초기 조건을 고려한 시간 최적화 제어 문제(P): 다음의 조건에서 비

융함수  $J = \int_0^{t_f} 1 dt = t_f$ 를 최소화 하는 제어 입력  $u^*$ 를 찾는다.

- (i) 하드디스크드라이브의 동역학식: 식(5)
- (ii) 상태 의존적인 입력 제한: 식(7)
- (iii) 최종 상태

$$x(t_f) = (0, 0, 0) \quad (11)$$

초기조건을 고려한 경우, 하드디스크드라이브의 헤드가 목표 트랙으로 이동하고 있는 도중 목표 트랙이 변경되었을 때에 시스템이 정지 상태를 거치지 않고 새로운 목표 트랙으로 이동할 수 있음을 말한다. 따라서 이는 결국 초기조건이 자유로운 경우라고 볼 수 있다. 그러므로 본 시스템은 초기상태가 필요 없다. 이는 [5]에서 다른 시간 최적화 문제에 비

해 보다 일반적인 경우를 뜻한다. 뿐만 아니라 최종 상태  $\mathbf{x}(t_f)$  가 0이 아닌 경우에도 상태변수의 조정을 통해 최적화 문제(P)를 변환할 수 있다.

### 2.3. 시간 최적화 문제의 해

**정리1.** 시간 최적화 제어 문제(P)의 해는 다음과 같다.

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\max}(x(t)), & \text{if } x(t) \in M^+ \\ u_{j\min}(x(t)), & \text{if } x(t) \in \Gamma_j^- \cup W_j^- \\ u_{i\min}(x(t)), & \text{if } x(t) \in \Gamma_i^- \\ u_{j\max}(x(t)), & \text{if } x(t) \in \Gamma_j^+ \cup W_j^+ \\ u_{i\max}(x(t)), & \text{if } x(t) \in \Gamma_i^+ \\ u_{\min}(x(t)), & \text{if } x(t) \in M^- \end{cases} \quad (12)$$

위 정리에서 쓰인 집합  $\Gamma_s, \Gamma_j^+, \Gamma_j^-$ 는 다음과 같이 정의되며 3차원 상태공간에서 곡선 형태를 지닌다.

$$\begin{aligned} \Gamma_s &\square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 = \gamma_1(x_2), |x_2| \leq v_0, x_3 = \gamma_2(x_2) \}, \\ \Gamma_j^+ &\square \{ \mathbf{x} \in \Gamma_s \mid 0 < x_2 \leq v_0 \}, \\ \Gamma_j^- &\square \{ \mathbf{x} \in \Gamma_s \mid -v_0 \leq x_2 < 0 \} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} \gamma_1(x_2) &\square -\frac{J_{\max} \text{sgn}(x_2)}{6} \left( \frac{2|x_2|}{J_{\max}} \right)^{3/2}, \\ \gamma_2(x_2) &\square -\frac{M \text{sgn}(x_2)}{K_t} \sqrt{2J_{\max} |x_2|}, \\ v_0 &\square \frac{J_{\max} t_0^2}{2}, \\ t_0 &\square \frac{K_t I_{\max}}{MJ_{\max}}. \end{aligned} \quad (14)$$

다음으로 집합  $\Gamma_i^+, \Gamma_i^-$ 는 다음과 같이 정의되며 3차원 상태공간에서 평면의 형태를 지닌다.

$$\begin{aligned} \Gamma_i^+ &\square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 \leq -\gamma_3(x_2), -V_{\max} / K_e \leq x_2 \leq -v_0, x_3 = I_{\max} \}, \\ \Gamma_i^- &\square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 \geq \gamma_3(x_2), v_0 \leq x_2 \leq V_{\max} / K_e, x_3 = -I_{\max} \}. \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\gamma_3(x_2) \square -\frac{J_{\max}}{6} \left( \frac{2v_0}{J_{\max}} \right)^{3/2} - \frac{M}{2K_t I_{\max}} (x_2^2 - v_0^2) \quad (16)$$

집합  $W_j^+, W_j^-$ 는 다음과 같이 정의되며 3차원 상태공간에서 평면의 형태를 지닌다.

$$\begin{aligned} W_j^- &\square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 \geq \omega(x_2, x_3), f_1(x_3) < x_2 \leq g_2(x_3), -I_{\max} < x_3 \leq I_{\max} \}, \\ W_j^+ &\square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 \leq -\omega(-x_2, -x_3), -g_2(x_3) \leq x_2 < f_1(x_3), -I_{\max} \leq x_3 < I_{\max} \}. \end{aligned} \quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned} \omega(x_2, x_3) &\square \begin{cases} \gamma_3(\xi_1) - \xi_1 \xi_2 - \frac{K_t I_{\max} \xi_2^2}{2M} + \frac{J_{\max} \xi_2^3}{6}, & \text{if } g_1(x_3) \leq x_2 \leq g_2(x_3) \\ -\frac{h(x_3)^3}{3J_{\max}^2} - \frac{h(x_3)x_2}{J_{\max}} - \frac{1}{\sqrt{J_{\max}}} (x_2 + \frac{h(x_3)^2}{2J_{\max}})^{3/2}, & \text{if } \gamma_2^{-1}(x_3) \leq x_2 < g_1(x_3) \end{cases}, \\ \xi_1(x_2, x_3) &\square x_2 - \frac{K_t^2}{2M^2 J_{\max}} (I_{\max}^2 - x_3^2), \\ \xi_2(x_3) &\square \frac{K_t}{MJ_{\max}} (x_3 + I_{\max}), \\ g_1(x_3) &\square v_0 + \frac{K_t^2}{2M^2 J_{\max}} (I_{\max}^2 - x_3^2), \\ g_2(x_3) &\square \frac{V_{\max}}{K_e} + \frac{K_t^2}{2M^2 J_{\max}} (I_{\max}^2 - x_3^2), \\ h(x_3) &\square \frac{K_t}{M} x_3, \\ f_1(x_3) &\square -\frac{K_t^2 \text{sgn}(x_3) x_3^2}{2J_{\max} M^2} \end{aligned} \quad (18)$$

마지막으로 평면  $W_j^+, W_j^-$ 에 의해 나누어지는 3차원 상태공간의 두

부분을 각각  $M^+, M^-$ 로 정의한다.

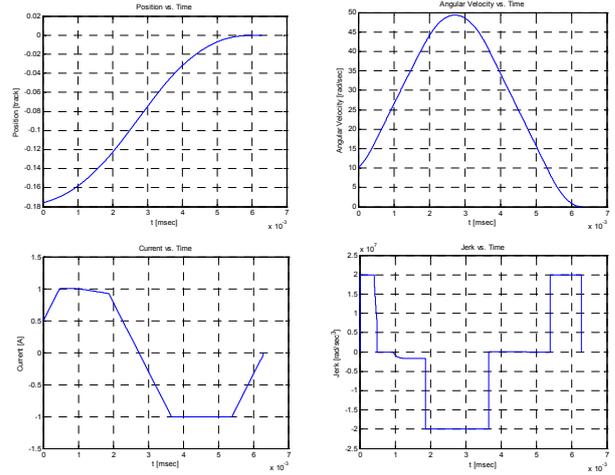
$$M^+ \square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 < \omega(x_2, x_3), |x_2| \leq g_2(x_3), |x_3| \leq I_{\max} \},$$

$$M^- \square \{ \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3 \mid x_1 > -\omega(-x_2, -x_3), |x_2| \leq g_2(x_3), |x_3| \leq I_{\max} \}. \quad (19)$$

이상의 각각의 초기 조건에 따라 제어 입력이 결정되어 그에 따른 경로가 산출된다. 이 때 가장 중요한 것은 입력이 바뀌는 조건을 알아내는 것이다. 최종 상태인  $\mathbf{x}(t_f)$ 으로 가기까지 매 상태에 따라 적절한 제어 입력의 인가가 필요하다.

### 2.4. 실험 결과

초기 조건이  $\theta_r = 60000(\text{track}), \omega_r = 10(\text{rad/sec}), i_r = 0.5(\text{A})$ 일 때의 결과이다. 0이 아닌 임의의 초기 조건에 대해서도 경로를 산출할 수 있음을 알 수 있다.



<그림 1> 임의의 초기 조건에 대한 실험 결과

## 3. 결 론

본 논문에서는 하드디스크드라이브에서의 초기 조건을 고려한 시간 최적화 트랙 탐색법을 제안하였다. 실험 결과들을 통해 본 논문에서 제안하는 방법이 정지상태가 아닌 초기상태에서도 시간 최적화 경로를 구할 수 있음을 보였다. 기존의 트랙 탐색법에 비해서 본 논문에서 제안하는 경로 계획법은 하드디스크드라이브 시스템의 동특성 및 물리적 제한을 고려하였다. 이는 시스템의 특성을 최대한 활용할 수 있게 하여 보다 뛰어난 성능을 낼 수 있었다. 이러한 이점들은 결과적으로 하드디스크드라이브의 트랙 탐색 시간의 절약을 가능하게 하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] K. G. Shin, and N. D. McKay, "Minimum-time Control of Robotic Manipulators with Geometric Path Constraints", *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 30, pages 531-541, 1985
- [2] D. S. Choi, S. J. Kim, and I. J. Ha, "A Phase-plane Approach to Time-optimal Control of Single-DOF Mechanical Systems with Friction", *Automatica*, volume 39, pages 1407-1415, 2003.
- [3] T. H. Kim, and I. J. Ha, "Time-optimal Control of a Single-DOF Mechanical Systems with Friction", *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 46, pages 751-755, 2001.
- [4] S. Hu and Z. Gao, "A Discrete Time Optimal Control Solution for Hard Disk Drives Servo Design", *ISIC 2007*, pages 289-295, 2007.
- [5] Y. O. Kim, and I. J. Ha, "Time-optimal Control of a Single-DOF Mechanical System Considering Actuator Dynamics", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, volume 11, pages 919-932, 2003.