2009년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2009. 7. 14 - 17

뉴트럴 시간 지연을 갖는 비선형 시스템의 네트워크 퍼지 제어

송민국[*], 박진배[*], 김종선[**], 주영훈[**],
연세대학교[*], 군산대학교[**]

Networked Fuzzy Control for nonlinear systems with Neutral Type of Time-delays

Min Kook Song[*], Jin Bae Park[*], Jong Seon Kim[**], Young Hoon Joo[**]
Yonsei University[*], Kunsan National University[**]

Abstract – 본 논문은 뉴트럴 퍼지 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계에 대해서 논의한다. 네트워크 상에서 발생하는 뉴트럴 타입 시간 지연을 모델링하며, 전체 뉴트럴 퍼지 시스템은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 비선형 시스템이 된다. 뉴트럴 퍼지 시스템을 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno) 퍼지 시스템으로 모델링한다. 제안하는 퍼지 제어기를 모델링하는 뉴트럴 퍼지 시스템과 같은 멤버쉽 함수를 가지게 설계한다. 전체 폐루프 시스템의 안정도를 시간 지연 간격에 종속적이게 분석하고, 뉴트럴 퍼지 시스템을 안정화 시키는 퍼지 제어기 설계를 위한 충분 조건을 유도한다. 제안된 필요 충분 조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 나타내고, 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득값을 설계한다. 예제를 통하여 제안된 이론의 타당성을 확인한다.

1. 서 론

일반적으로 제어기와 플랜트, 센서 그리고 구동기가 네트워크 상의 폐루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 제어 시스템이라고 한다. 네트워크 제어 시스템에는 시스템의 특징상 시간 지연 현상 및 데이터 손실이 발견된다. 이러한 시간 지연 및 데이터 손실을 포함한 네트워크 제어 시스템은 시간지연에 의해 시스템의 성능이 떨어지고, 심지어는 시스템이 불안정해 질수도 있다. 따라서 이러한 시간 지연현상이 반드시 포함되는 네트워크 시스템의 안정도 해석에 관한 연구가 주요 관심사가 되어 왔으며, 활발한 연구가 진행되어 왔다 [1-6].

그러나 지금까지 대부분의 네트워크 제어 시스템의 연구는 상태 변수나 입력의 시간지연에만 국한되어 왔다 [2-6]. 최근에는 상태변수 뿐 아니라 상태 변수의 1차 미분 항에도 시간 지연 현상이 발견되고 이를 모델링하고 있다. 이러한 시스템을 뉴트럴 시스템이라고 한다. 그러나 지금까지의 연구는 이러한 뉴트럴 타입시간 지연 현상에 대해서 연구되어오지 않았으며, 더군다나 네트워크 제어 시스템 분야에서는 뉴트럴 타입 시간 지연에 대한 모델링도 제대로 이루어지고 있지 않다. 따라서 본 논문에서는 뉴트럴 타입 시간 지연을 포함하는 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계를 연구하였다.

본 논문에서는 지금까지 고려된 설계 기법을 이용하여 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 시스템 시스템의 제어기를 설계하고자 한다. 먼저 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링한다. 모델링된 네트워크 제제어 시스템과 퍼지 제어기를 설계한다. 제안된 퍼지 제어기와 비선형 시스템을 합친 네트워크 제어 시스템의 상태 방정식을 안정화 시키는 퍼지 제어기를 설계한다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 제어기 이득값을 설계한다. 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 모의 실험한다.

2. 본 론

본 논문에서는 다음의 시변 시간 지연 $\tau(k)$와 $g(k)$을 가지는 비선형 뉴트럴 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} &\dot{x}(k) - f_1(\dot{x}(k-g(k))) = f_2(x(k), x(k-\tau(k)), u(k)) \\ &x(k) = \phi(k), \quad k \in [-h, 0] \qquad (1) \\ &y(k) = g(x(k)). \end{aligned}$$

여기서 $x(k) \in R^n$는 상태변수, $u(k) \in R^m$는 제어 입력이다. (1)에서의 함수 f_1와 f_2는 공간 $D \in R^n$에서 원할함수라고 가정한다. 원할 함수는 정의된 모든 정의역에서 도함수가 존재함을 의미한다. 시스템 (1)의 초기값은 다음과 같이 주어진다.

$$x(t_0) = x_0 \qquad (2)$$

본 논문에서는 네트워크 제어 시스템을 고려한다. 제어기와 플랜트가 네트워크상의 폐루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 시스템이라고 한다. 네트워크의 플랜트는 비선형 연속 시스템이며, 식 (1)과 같은 형태를 의미하며 식 (2)와 같은 초기값을 갖는다고 가정한다, 각각의 시변 시간 지연 $\tau(k) \geq 0$ 는 상태변수의 랜덤 시간 지연을 의미하며, $g(k) \geq 0$ 는 상태변수의 일차 미분의 랜덤 시간 지연을 의미하며, 이를 뉴트럴 타입 시간 지연이라고 하며, 제어기는 본 논문에서 설계해야 하는 부분이다.

각의 시변 시간지연 $\tau(k)$와 $d(k)$는 다음과 같은 상한과 하한을 가진다고 가정을 가진다. 이는 기존의 하한을 0으로 고정하는 경우에 비해서 보다 일반적이며, 따라서 본 연구의 시변 시간 지연 가정이 현실적임을 확인 할 수 있다.

$$\tau_1 \leq \tau(k) \leq \tau_2, \quad d_1 \leq d(k) \leq d_2$$

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

$$\begin{aligned} &Rule\ i: \\ &IF\ z_1\ is\ \Gamma_1^i,\ \cdots,\ \text{ and }\ z_n\ is\ \Gamma_n^i, \qquad (3) \\ &THEN\ \ \dot{x}(k) - D\dot{x}(t-g(k)) = Ax(k) + A_d x(k-\tau(k)) \\ &\qquad\qquad + Bu(k), \qquad (1 \leq i \leq r) \end{aligned}$$

여기서 $\Gamma_h^i(h=1,2,\cdots c)$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. A, A_d,B,C와 그리고 D는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$는 h번째 전건부 변수의 퍼지집합이며, r는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} &\dot{x}(k) - \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x(k)) D_i \dot{x}(k-g(k)) \qquad (4) \\ &\quad = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x(k)) [A_i x(k) + A_{di} x(k-\tau(k)) + Bu(k)], \\ &y(k) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x(k)) C_i x(k) \end{aligned}$$

여기서, $w_i(x(t)) = \prod_{h=1}^{n} \Gamma_h^i(z_h(t))$, $\mu_i(x(t)) = \dfrac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i(x(t))}$, 그리고 $\Gamma_h^i(x_h(t))$는 h번째 전건부 변수 $z_h(k)$의 퍼지 집합 Γ_j^i에 대한 소속도이다.

본 논문에서는 다음과 같은 퍼지 제어기를 설계한다. r개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$Rule\ i:\quad IF\ z_1(t)\ is\ \Gamma_1^i,\ \cdots,\ \text{and}\ \ z_n(t)\ is\ \Gamma_n^i,\quad THEN\ \ u(t)=K_i x(t). \tag{5}$$

여기서 $\Gamma_h^i(h=1,2,\cdots r)$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, K_i는 i번째 퍼지 규칙의 제어기 이득값이며, 본 논문에서 설계하여야 하는 값이다. 퍼지 규칙의 멤버쉽 함수를 비선형 플랜트와 같이 설계함으로써 제어기 설계시의 플랜트와 마찬가지로 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 규칙 (4)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(t)=\sum_{i=1}^{r}\mu_i(x(t))K_i x(t), \tag{6}$$

따라서 (4)과 (6)를 이용하면, 전체 뉴트럴 퍼지 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)=&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i(x(t))\mu_j(x(t))[A_i x(t)\\&+B_iK_jx(t)+A_{0i}x(t-\tau(t))+D_{1i}\dot{x}(t-d(t))]\\x(t)=&\phi(t),\qquad t\in\{-\tau-\max\{d,\tau\},\cdots,0\}.\end{aligned} \tag{7}$$

가정 1. 행렬 D는 다음을 만족한다.
$D\neq 0,\ \ \|D\|<1.$

본 논문에서는 지금까지 연구되어지지 않았던 뉴트럴 퍼지 시스템의 지수적인안정도 판별 및 퍼지 제어기 설계를 목적으로 한다. 설계된 제어기 이득값 K_i는 폐루프 시스템 (7)을 지수적으로 안정화 시키는 값으로 설계한다. 기존의 상태변수의 시간 지연을 고려한 네트워크 제어 시스템의 경우 보다 본 논문의 결과가 보다 일반적이며, 현실 적이다.

이 장에서는 뉴트럴 퍼지 시스템 (7)의 안정도에 대해서 논의한다. 뉴트럴 퍼지 시스템 (7)의 안정도를 판별하기 위한 충분조건을 제시한다. 본 논문의 결론을 유도하기 위해서 앞장의 보조 정리 1, 2를 이용한다. 정의 1을 바탕으로 뉴트럴 퍼지 시스템 (7)의 지수적 안정도를 판별하면 다음의 정리 1을 얻을 수 있다.

정리 1. 다음의 양한정 행렬 $R,Q,S,Y_1,Y_2,Y_3,Z_1,Z_2,Z_3,X_{i1}$, $Y_{1i},Z_{1i}N_i$, $P>0,H>0$ 그리고 P_1과 어떤 적합한 행렬 P_2,P_3이 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하면 뉴트럴 퍼지 시스템 (7)은 안정하다.

$$\begin{bmatrix}\Psi d_1A_i^TP+d_1N_j^TB_i^T & Y_{i1}-B_iN_j & E_i^TP+N_j^TE_{ib}^T\\ * & P_{i2}+\rho H-2d_1P & Y_{i2}-d_1B_iN_j & 0\\ * & * & Z_{i1}+Z_{i2}-\frac{1}{\rho}H & N_j^TE_{ib}^T\\ * & * & * & -I\end{bmatrix}<0 \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}X_{i1} & Y_{i1}\\ * & Z_{i1}\end{bmatrix}>0. \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix}X_{i2} & Y_{i2}\\ * & Z_{i2}\end{bmatrix}>0 \tag{11}$$

증명) 공간의 제약으로 생략합니다. ■

정리 1 에서는 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 안정도 분석을 위한 충분 조건을 유도하였다. 다음으로 퍼지 제어기 이득값 K_i를 설계하기 위한 조건을 유도한다.

참고 1. 뉴트럴 퍼지 시스템의 센서는 시간 구동형, 제어기와 구동기는 사건 구동형으로 가정한다.
참고 2. 본 논문에서 고려한 시변 시간 지연들은 다음과 같은 한계 $\eta>0$, $\tau_m>0$를 또한 포함한다.

$$\begin{aligned}&(i_{k+1}-i_k)h+\tau(k+1)\leq\eta\\&\tau(k)\geq\tau_{m,}k=1,2,3,\cdots\end{aligned}$$

정리 2. 뉴트럴 퍼지 시스템 (7)은 다음의 행렬 부등식이 만족하는 행렬 $X=X^T>0\,E_i(i=1,2,3),\overline{K_j}(j=1,2,\cdots,r),Y_{1i}$ $\overline{Z_i}=\overline{Z_i^T}>0,(i=1,2,3)$ $X_i=X_i^T>0(i=1,2,3)$, , 가 존재한다면, 다음의 제어기 이득값을 이용하여 제어가능하다.

$$K_i=\overline{K_i}X^{-T}$$

$$\begin{bmatrix}\Psi d_1\overline{X}A_i^T+d_1N_j^TB_i^T & \overline{Y_{i1}}-B_iN_j & \overline{X}E_i^T+\overline{K_j^T}E_{ib}^T\\ * & \overline{X_{i2}}+\rho H-2d_1\overline{X} & \overline{Y_{i2}}-d_1B_iN_j & 0\\ * & * & \overline{Z_{i1}}+\overline{Z_{i2}}-\frac{1}{\rho}H & \overline{K_j^T}E_{ib}^T\\ * & * & * & -I\end{bmatrix}<0 \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{X_{i1}} & \overline{Y_{i1}}\\ * & \overline{Z_{i1}}\end{bmatrix}>0 \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{X_{i2}} & \overline{Y_{i2}}\\ * & \overline{Z_{i2}}\end{bmatrix}>0 \tag{14}$$

증명) 공간의 제약으로 생략합니다. ■

3. 결 론

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템에 관한 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 먼저 뉴트럴 시간 지연을 가지는 뉴트럴 퍼지 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링하고, 이를 바탕으로 퍼지 제어기를 설계하였다. 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템의 안정도 판정 및 제어기 설계를 위하여 선형 행렬 부등식 충분조건을 제시하였다. 주어진 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득값을 설계하였으며, 설계된 제어기 이득값을 이용하여, 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템을 안정화 시켰다. 제안된 이론의 타당성을 위하여 모의실험을 실행하였다. 본 연구는 추후 다른 고급 제어 이론으로의 발전이 가능할 것이다.

감사의 글: 본 연구는 2008년 교육과학기술부의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(R01-2008-000-20844-0)

[참 고 문 헌]

[1] Lee H. J., Park J. B., and Joo Y. H., “Robust control for uncertain Takagi--Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay,” ASME J Dyn Syst Meas Control,vol. 127, pp. 302-306, 2005.

[2] C. H. lien, and K. W. Yu, “Robust control for Takagi - Sugeno fuzzy systems with time-varying state and input delays ” Chaos Sol and Frac, vol. 35, no. 5, pp. 1003-1008, 2008.

[3] X. Jia, D. Jhang, L. Zheng and N. Zheng., “Modeling and stabilization for a class of nonlinear networkedd control systems: A T-S fuzzy approach,” Progress in natural science, vol. 18, pp. 1031-1037, 2008.

[4] B Chen, X Liu, and S Tong, "Guaranteed cost control of TS fuzzy systems with input delay," International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol 18, No. 12, pp. 1230-1256, 2007

[5] B Chen, X Liu, and S Tong., "Robust fuzzy control of nonlinear systems with input delay," Chaos Sol and Frac, vol. 37, No.3, pp. 894-901, 2006

[6] B. Chen, X. P. liu, S. C. tong, and C. Lin, "Observer-based stabilization of T-S fuzzy systems with input delay," IEEE Fuzzy Syst, vol. 16, No. 3, pp. 652-663, 2008.