측정 실패가 존재하는 비선형 시스템에 대한 동적 출력 궤환 퍼지 제어기 설계

구근범*, 박진배*, 문현수**, 주영훈**
* 연세대학교 전기전자공학과, ** 군산대학교 전자정보공학부

Fuzzy Dynamic Output Ffeedback Controller for Nonlinear Systems with Missing Measurements

Geun Bum Koo, Jin Bae Park, Hyun Su Moon, and Young Hoon Joo
Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University
School of Electronic and Information Engineering, Kunsan National University

Abstract - 본 논문은 측정 실패가 존재하는 비선형 시스템에 대한 동적 출력 궤환 퍼지 제어기의 설계에 대해 연구한다. 비선형 시스템을 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델 기법을 이용하여 퍼지 시스템으로 모델링하고, 이를 바탕으로 동적 출력 궤환 퍼지 제어기를 설계한다. 폐루프 시스템의 안정도 조건을 선형 행렬 부등식 (LMI)로 나타낸다. 그리고 모의실험을 통해 제안된 제어기의 성능을 파악한다.

1. 서 론

최근에 이르러 네트워크 제어시스템이나 통신 시스템, 인터넷 기반 시스템 등의 네트워크 기반 제어에 대한 관심이 증가하고 있다. 이러한 네트워크 기반 시스템에서는 기존의 아날로그 시스템에서는 나타나지 않는 문제들이 나타나게 된다. 특히, 출력의 측정 실패나 입력의 전송 실패의 문제는 네트워크 제어 시스템 등에서 커다란 이슈가 되고 있다 [1-3]. 이와 같은 문제는 특히 확률적으로 일어나는 것으로, 고전적인 제어 기법으로는 접근이 불가능하다. 따라서 기존에 연구되지 않은 확률론적 관점에서 제어 기법에 접근할 필요가 있다. 이러한 측정 실패 문제를 해결하기 위해 현재 많은 연구들이 진행 중에 있다. Shen[2]은 측정 실패가 존재하는 비선형 시스템에 대한 필터 설계를 제안하였다. Jia[3]은 패킷 손실을 가지는 비선형 네트워크 제어 시스템에 대한 퍼지 제어기법을 연구하였다. 하지만 현재까지 진행된 연구들 중에서 측정 실패가 존재하는 비선형 시스템에 대한 동적 출력 궤환 퍼지 제어 기법에 대한 연구는 진행된 바가 없다.

이에 본 논문에서는 측정 실패가 존재하는 비선형 시스템에 대한 동적 출력 궤환 퍼지 제어기 설계를 제안한다. 먼저, Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델링을 통하여 비선형 시스템을 퍼지 시스템으로 나타낸다. 이를 바탕으로 동적 출력 궤환 퍼지 제어기를 설계하고, 폐루프 시스템의 안정도 조건을 선형 행렬 부등식 (LMI) 형태로 나타낸다. 모의실험을 통하여 설계된 제어기의 성능을 파악하고 동적 출력 궤환 퍼지 제어기의 성능을 입증한다.

2. 본 론

2.1 퍼지 모델링 및 동적 출력 궤환 제어기 설계

관측 실패의 확률을 가지는 비선형 시스템을 T-S 퍼지 시스템으로 모델링하기 위한 i번째 퍼지 규칙은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} &\textit{Plant Rule } i: \\ &\textit{IF } z_1 \textit{ is } \Gamma_1^i, \cdots, \text{and } z_p \textit{ is } \Gamma_p^i, \\ &\textit{THEN } \begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k), \\ y(k) = \alpha(k) C x(k), \end{cases} \quad (1 \le i \le r) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x(k) \in R^n$는 상태변수, $u(k) \in R^m$는 입력변수, $y(k) \in R^l$는 출력변수를 나타내며, Γ_q^i는 퍼지 집합으로 $q \in I_p = \{1, 2, \cdots, p\}$를 만족하고, r은 퍼지 규칙수를 나타낸다. 또한, A_i, B_i, C는 적절한 크기를 가지는 선형 행렬이고, $\alpha(k)$는 출력 부분의 패킷 손실을 결정하는 확률변수로서 베르누이 분포를 가지는 다음과 같은 확률을 따르게 된다.

$$\Pr ob\{\alpha(k) = 1\} = E\{\alpha(k)\} = \hat{\alpha} \tag{2}$$
$$\Pr ob\{\alpha(k) = 0\} = 1 - E\{\alpha(k)\} = 1 - \hat{\alpha} \tag{3}$$

위의 퍼지 규칙을 통하여 네트워크 제어 시스템을 T-S 퍼지 시스템으로 모델링하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=1}^{r} \theta_i(z(k))(A_i x(k) + B_i u(k)) \\ y(k) &= \alpha(k) C x(k) \end{aligned} \tag{4}$$

여기서, $\theta_i(z(k)) = (\prod_{q=1}^{p} \Gamma_q^i(z_q(k))) / \sum_{i=1}^{r} (\prod_{q=1}^{p} \Gamma_q^i(z_q(k)))$이고, $\Gamma_q^i(z_q(k))$는 소속함수의 소속정도를 나타낸다.

제시된 퍼지 시스템의 제어를 위한 동적 출력 궤환 제어기는 다음과 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} \theta_i(z(k)) \theta_j(z(k)) (\widehat{A}_{ij} \hat{x}(k) + \widehat{B}_i y(k)) \\ u(k) &= \beta(k) \sum_{i=1}^{r} \theta_i(z(k)) (\widehat{C}_i \hat{x}(k) + \widehat{D}_i y(k)) \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, $\widehat{A}_{ij}$, $\widehat{B}_i$, $\widehat{C}_i$와 $\widehat{D}_i$는 제어 이득값을 나타내며, $\beta(k)$는 입력의 전송 실패를 결정하는 확률 변수로서 베르누이 분포를 가지는 다음과 같은 확률을 따르게 된다.

$$\Pr ob\{\beta(k) = 1\} = E\{\beta(k)\} = \hat{\beta} \tag{6}$$
$$\Pr ob\{\beta(k) = 0\} = 1 - E\{\beta(k)\} = 1 - \hat{\beta} \tag{7}$$

설계된 제어기 (5)을 (4)에 대입하면 다음과 같은 폐루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \theta_i(z(k)) \theta_j(z(k)) (\Phi_{ij} + \epsilon(k) \Lambda_{ij}) \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서,

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + \hat{\alpha}\hat{\beta} B_i \widehat{D}_j C & \hat{\beta} B_i \widehat{C}_j \\ \hat{\alpha} \widehat{B}_i C & \widehat{A}_{ij} \end{bmatrix}, \quad \epsilon(k) = \begin{bmatrix} (\beta(k) - \hat{\beta}) I & 0 \\ 0 & (\alpha(k) - \hat{\alpha}) I \end{bmatrix},$$
$$\Lambda_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & B_i \widehat{C}_j \\ \widehat{B}_i C & 0 \end{bmatrix}$$

본 논문의 목적은 폐루프 시스템 (8)이 안정화되는 충분조건을 구하고 이를 통해, 이득 행렬 $\widehat{A}_{ij}$, $\widehat{B}_i$, $\widehat{C}_i$와 $\widehat{D}_i$를 구하는 것이다. 하지만 이전의 시스템들과는 달리 위의 시스템은 확률 변수를 포함하고 있다. 따라서 일반적인 안정도 조건을 구할 수는 없다.

2.2 폐루프 시스템의 안정도 조건

이 장에서는 관측 실패가 존재하는 비선형 시스템의 동적 출력 궤환 퍼지 제어기의 이득값을 구하기 위한 선형 행렬 부등식(LMI)을 유도한다. 그러기 위해서 다음과 같은 안정화 조건을 정의한다.

정의 1 만약 다음의 식을 만족하는 어떠한 $\epsilon > 0$에 대해서도 $\delta = \delta(\epsilon) > 0$가 존재한다면 해당하는 시스템의 평형점 $x(k) = 0$는 확률론적으로 안정하다고 한다.

$$\| x(0) \| < \delta \implies E\{\| x(t) \|\} < \epsilon, \qquad \forall t \ge 0$$

가정 1 출력 부분의 측정 실패를 결정하는 확률 변수 $\alpha(k)$와 입력 전

송 실패를 결정하는 확률 변수 $\beta(k)$는 서로 독립적(independent)이다. 즉, 다음이 성립하는 것을 가정한다.

$$E\{\alpha(k)\beta(k)\}=E\{\alpha(k)\}E\{\beta(k)\}$$

가정 2 출력행렬에 해당하는 C는 항상 선행계수를 가진다.

위의 가정들과 보조 정리들을 통하여 다음과 같은 비선형 상호 결합 네트워크 제어 시스템에 대한 안정화 조건을 구할 수 있다.

정리 1 만약 다음의 선형 행렬 부등식들과 특정한 조건을 만족하는 양한정 행렬 Q_1, Q_2 와 어떤 행렬 $\widetilde{A}_{ij}$, $\widetilde{B}_i$, $\widetilde{C}_i$가 존재하기 된다면, 동적 출력 궤환 분산 퍼지 제어기가 포함된 비선형 시스템 (5)는 확률론적으로 안정하게 된다.

$$\begin{bmatrix} -Q_1 & * & * & * & * & * \\ 0 & -Q_2 & * & * & * & * \\ \Phi_{ij} & \hat{\beta}B_i\widetilde{C}_j & -Q_1 & * & * & * \\ \hat{\alpha}\widetilde{B}_iC & \widetilde{A}_{ij} & 0 & -Q_2 & * & * \\ 0 & B_i\widetilde{C}_j & 0 & 0 & -((1-\hat{\beta})\hat{\beta})^{-1}Q_1 & * \\ \widetilde{B}_iC & 0 & 0 & 0 & 0 & -((1-\hat{\alpha})\hat{\alpha})^{-1}Q_2 \end{bmatrix} < 0$$
$$(1 \le i,j \le r) \qquad (9)$$

그리고

$$CQ_1 = MC \qquad (10)$$

여기서,

$$\Phi_{ij} = A_iQ_1 + \hat{\alpha}\hat{\beta}B_i\widetilde{D}_jC$$

이고, $*$는 행렬에서의 전칭요소를 의미한다. 위의 선형 행렬 부등식을 통해 구해진 값을 이용하여 제어 이득값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\widetilde{A}_{ij} = \hat{A}_{ij}Q_2\ , \quad \widetilde{C}_i = \hat{C}_iQ_2\ , \quad \widetilde{B}_i = \hat{B}_iM\ , \quad \widetilde{D}_i = \hat{D}_iM$$

증명) 공간 제약으로 생략한다. ■

2.3 모의실험

논문에 대한 내용을 검증하기 위해서 다음과 같은 이산 시간 비선형 시스템을 고려한다.

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^{2}\theta_i(z(k))(A_ix(k)+B_iu(k))$$
$$y(k) = \alpha(k)Cx(k)$$

여기서, $x=[x_1,\ x_2,\ x_3]^T$이고, 시스템 행렬은 각각 다음과 같이 이루어져 있다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 \end{bmatrix}\ , \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$
$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\ , \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\ , \quad C = [1\ \ 0\ \ 0]$$

또한, 퍼지 시스템의 소속함수는 다음과 같다.

$$\mu_1(x_1(k)) = \exp[-2x_1^2(k)]\ , \quad \mu_2(x_1(kZ)) = 1-\mu_2(x_1(k))$$

출력 패킷과 입력 패킷을 잃어버릴 확률이 모두 0.1이라고 가정한다.

그림 1, 2, 3은 모의실험의 결과로 시스템의 상태변수를 나타내는 것으로 시스템이 안정화되었다는 것을 알 수 있다. 이를 통해, 우리는 패킷 손실을 가지는 비선형 네트워크 제어 시스템에 대한 관측기 기반 출력 궤환 제어기의 성능을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 비선형 시스템의 동적 출력 궤환 퍼지 제어기를 설계하였다. 비선형 시스템은 출력 측정 실패와 입력 전송 실패가 존재한다고 가정했고, 이에 대한 퍼지 시스템에서 동적 출력 궤환 제어 기법을 통하여 제어가 가능함을 보였다. 제어기의 설계 문제는 제약 조건이 있는 선형 행렬 부등식을 통하여 해결하였다. 또한, 선형 행렬 부등식의 해가 존재할 경우, 비선형 시스템이 안정화됨을 보였고, 모의실험을 통해 그 성능을 입증하였다.

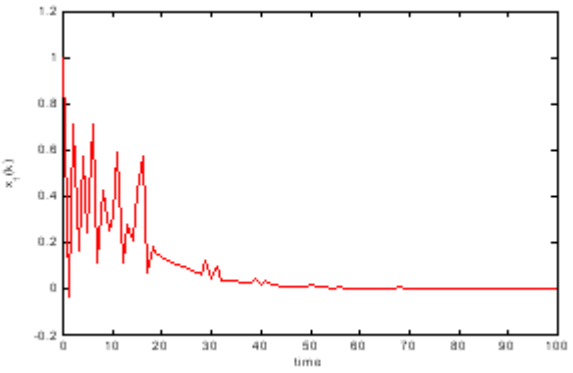

그림 1. 상태변수 $x_1(k)$

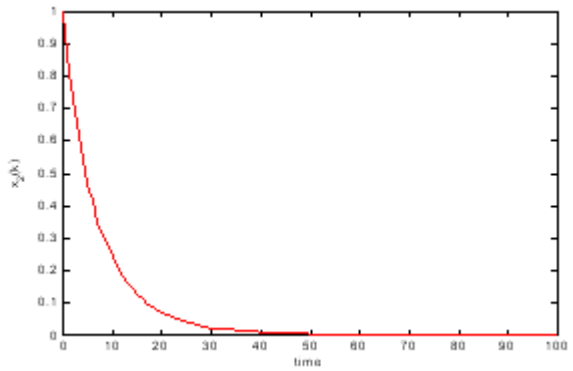

그림 2. 상태변수 $x_2(k)$

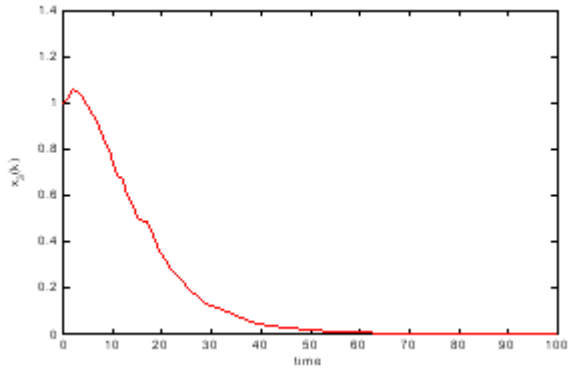

그림 3. 상태변수 $x_3(k)$

감사의 글 : 이 논문은 2009년도 교육인적자원부 BK21사업의 일환인 연세대학교 전기전자공학부 TMS사업단의 지원과 산업자원부 전력기반조성사업 센터의 고급인력양성사업을 통한 연세 대학교 계통적용 신전력기기 연구센터의 지원으로 수행되었습니다.

[참 고 문 헌]

[1] S. Hu, "Stability robustness of networked control systems with respect to packet loss", Automatica, Vol. 43, pp. 1243-1248, 2007.

[2] B. Shen, "On nonlinear H_∞ filtering for discrete-time stochastic systems with missing measurements", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 53, No. 9, pp. 2170-2180, 2008.

[3] X. Jia, "Modeling and stabilization for a class of nonlinear networked control systems: a T-S fuzzy approach", Progress in Natural Science, Vol. 18, pp. 1031-1037, 2008.