

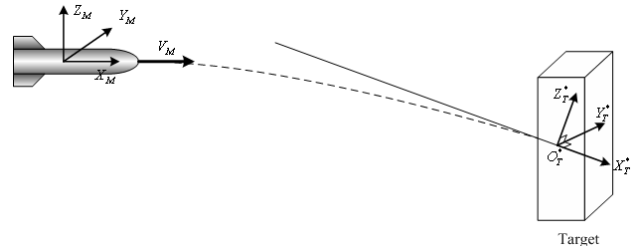
## 정지 표적의 표적 충돌각을 고려한 BTT 미사일의 최적 종말 유도 법칙 설계

염준형\*, 박성민\*, 하인중\*  
 서울대학교 전기컴퓨터공학부\*

### Optimal Terminal Guidance Law for BTT Missiles Considering Impact-Angle Constraint of Stationary Target

Joon-Hyung Yeom\*, Sung-Min Park\*, In-Joong Ha\*  
 School of EECS, Seoul National University\*

**Abstract** - 미사일의 표적 충돌각을 원하는 각도로 제어하는 것은 표적의 취약점을 공략하기 위해 필수적인 기술이다. 표적 타격 지점 및 충돌각을 고려하지 않으면 타격에 성공하였다고 하더라도 표적의 방어 능력이 좋거나 신관이 충돌각에 민감하면 표적의 효과적인 파괴에 실패할 수도 있다. 이런 경우 유도 미사일의 종말 유도 효율을 증가시키기 위해 미사일이 표적을 타격하는 각도인 표적 충돌각(Impact Angle)을 제어할 수 있으면 적정 비행경로의 설정에 유리하고 우회공격 등이 가능할 뿐 아니라 미사일 탄두의 효과를 극대화할 수 있다. 하지만 이러한 장점을 갖는 표적 충돌각 유도 기법에 대한 연구는 아직 활발하게 행해지고 있지는 못하다. 기존 연구 결과들은 2차원 평면상에서의 충돌각 제어만을 다루고 있어, 요와 피치 채널의 커플링 문제가 있는 BTT 미사일에 적용하기가 어렵다는 문제점을 갖고 있다. 또한 미사일 동역학을 무시하거나 단순화하여 문제를 풀고 있기 때문에 실제 상황에 적용이 어렵다는 단점이 있다. 본 논문에서는 3차원 공간상에서의 물 명령을 모두 포함하면서 동시에 미사일 자동조종제어기, 핀 구동기 동역학을 모두 고려한 새로운 BTT 미사일의 표적 충돌각 유도 기법을 제안한다.



<그림 1> 미사일 동체 좌표계와 표적 충돌각 좌표계

3차원 공간상에서의 미사일과 표적의 추적 기하학은 매우 복잡한 형태의 비선형 시스템으로 나타난다. 하지만 이러한 추적 기하학을 모두 고려할 경우 문제를 풀기 어려워지기 때문에 아래와 같은 가정을 통하여 단순화 하도록 한다.

## 1. 서 론

[1]에서는 처음으로 공대지 미사일에 대한 표적 충돌각 최적 유도 기법을 제안하였다. 표적을 지상의 고정된 물체로 보고 미사일과 표적의 운동방정식을 2차원 공간에 대한 선형 시불변 (Linear time-invariant)으로 간략화하였다. 이 운동 방정식에 대해 원하는 표적 충돌각으로 미사일이 표적을 타격하도록 유도하는 유도 기법을 만들어 실제로 원하는 표적 충돌각으로 타격이 이루어짐을 시뮬레이션으로 보였다. [2]에서는 랑데부 문제를 최적 유도 문제로 해결할 수 있음을 보였다. 이보다 발전된 형태로, [3]에서는 표적을 2차원 공간에서 지상의 고정된 물체가 아닌 일정한 속도와 가속도를 가진 움직이는 지상 물체로 보고 표적 충돌각에 대한 최적 유도 기법을 제안했다. 이 방법은 미사일과 표적의 운동방정식을 선형 시불변으로 간략화하여 새로운 제어 방법을 제안하였다. [4]는 time-varying BPNG 법칙을 이용하여 비선형 시스템인 표적의 운동방정식을 선형화 하지 않고, time-to-go를 추정하지 않아도 되는 유도 기법을 제안하였다. [5]는 에너지 최소화 관점에서의 최적 유도 법칙을 제안하였고 closed-form solution을 구하였다. [6]은 이를 발전시켜 time-to-go의 급수를 가중치로 갖는 에너지 최소화 관점의 최적 유도 법칙을 개발하였으며, 새로운 time-to-go 추정 기법을 제안하였다. 그러나 이 방법들은 미사일의 자동조종제어기, 핀 구동기 등의 동역학을 이상적인 형태로 가정하였다는 한계가 있다. 또한, 위에 설명된 모든 유도 기법은 평면에서의 요각 상황만을 가정하고 있기 때문에 요와 피치의 커플링이 존재하는 BTT 미사일의 경우 적용하기 쉽지 않으며, 3차원 공간에서의 물 명령까지 고려한 표적 충돌각 유도 기법은 아직 전무한 상태이다. 따라서 3차원 공간상에서 미사일 자동조종제어기, 핀 구동기 동역학을 모두 고려한 BTT 미사일용 표적 충돌각을 고려한 새로운 유도 기법 개발이 필요하다.

- A1) 영상정보로부터 미사일과 목표물의 상대 거리, 상대 속도, 자세 정보를 알 수 있다.
- A2) 미사일과 목표물의 접근속도(closing velocity)는 상수이다. (time-to-go 정보 사용 가능)
- A3) 미사일의 받음각과 옆미끄러짐각은 충분히 작다. ( $\alpha \approx 0, \beta \approx 0$ )
- A4) 표적 충돌각 좌표계에서의 미사일의 피치,요 방향 각도는 충분히 작다. ( $\psi \approx 0, \theta \approx 0$ )
- A5) 미사일의 물 각은 피치 평면각과 비슷한 값을 갖는다. ( $\phi - \bar{\phi} \approx 0$ )
- A6) 자동조종장치 동역학은 1차 선형 시스템으로 잘 근사된다.

A2),A3)는 BTT 미사일의 종말 유도 단계에서 일반적으로 받아들여질 수 있으며, 중간 유도 단계에서 사전정보를 통해 미리 표적 충돌각과 비슷한 방향으로 유도되어 비행하고 있다고 볼 수 있으므로, A4), A5) 역시 타당하다. A6)의 경우 [8]의 자동조종제어기를 사용하면 자동조종장치 입력력 동역학을 비행 조건에 관계없이 3차 선형 시스템으로 표시할 수 있으며, 1차 선형시스템으로 잘 근사된다. 위의 가정들을 통해 추적 기하학과 자동조종장치 동역학을 이용하여, 최적 종말 유도 문제에 필요한 상태 방정식을 아래와 같이 세울 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_a x_3 + k_a u_1 \\ \dot{x}_4 &= x_5 \\ \dot{x}_5 &= x_3 x_6 \\ \dot{x}_6 &= -k_\theta x_6 + k_\theta u_2 \end{aligned} \quad (1)$$

이제 아래와 같이 목적함수를 정의한다.

$$J \triangleq \frac{1}{2} [ |y(t_f)|^2 + |z(t_f)|^2 + w_a (|\psi(t_f)|^2 + |\theta(t_f)|^2) + \int_{t_0}^{t_f} (w_1 |A_2^c(\tau)|^2 + w_2 |\phi^c(\tau)|^2) d\tau ] \quad (2)$$

여기서  $y, z$ 는 각각 미사일과 표적의 상대 거리를,  $\psi, \theta$ 는 표적 충돌각을 의미하며 이를 최소화 하도록 한다. 또한 유도 명령의 크기를 최소화함으로써 간접적으로 제어 편각을 최소화하는 효과가 있으며, 물 각 명령을 최소화하여 삼각함수의 근사값을 사용하는 가정을 만족하는 효과를 보이도록 한다.

## 2. 본 론

### 2.1 최적 종말 유도 문제 설정

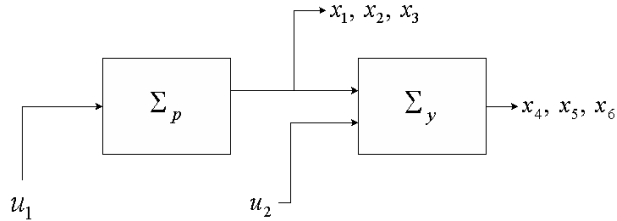
표적 충돌각을 고려한 유도 문제의 설정을 위해 <그림 1>과 같이 좌표계를 설정한다. 원하는 표적 충돌각의 방향으로  $X_T^*$  를 설정하여는 표적 충돌각 좌표계를 정의한다. 이 때 미사일 동체 좌표계와 표적 충돌각 좌표계 사이의 자세 관계를 요각이라고 하는 표적 충돌각으로 표시하며 피치방향 각을  $\theta$ , 요 방향 각을  $\psi$ 로 정의한다.

이제, 다음과 같이 최적 종말 유도 문제를 설정한다.

(표적 충돌각을 고려한 BTT 미사일용 최적 종말 유도 문제)  
 식(1)의 추적 기하학 및 자동조종장치 동역학을 만족하면서 식  
 (2)의 목적함수 J를 최소화하는 최적 종말 유도 명령  $A_2^c, \phi^c$ 를 구  
 한다.

### 2.2 최적 유도 문제의 해

식(1)은 <그림 2>와 같이 쌍일차 시스템(bilinear system)으로 근사되  
 어 있으며, 표적충돌각 좌표계 Z축 상의 상대 운동에 대한 3차 시스템  
 인  $\Sigma_p$ 는 독립적으로 동작한다. 또한,  $\Sigma_y$ 는  $\Sigma_p$ 의 변수들의 영향을 받는  
 시변 시스템으로 나타나게 된다. 이와 같은 성질을 이용하여  $\Sigma_p$ 의 상태  
 변수 및 최적 가속도 명령을 먼저 결정하고, 이를 시변 상수로 이용해  
 최적 롤 각 명령을 결정할 수 있게 된다[7].



<그림 2> 쌍일차 시스템 구성도

이제 식(1)의 상태 방정식에 대하여 식(2)의 목적함수를 최소화하는 최  
 적해를 찾기 위하여 다음과 같이 해밀토니안(Hamiltonian)을 정의한다.

$$H \triangleq \lambda_1 x_2 - \lambda_2 x_3 + \lambda_3 (-k_a x_3 + k_a u_1) \quad (3)$$

$$+ \lambda_4 x_5 + \lambda_5 x_6 + \lambda_6 (-k_\phi x_6 + k_\phi u_2)$$

$$+ \frac{1}{2} (w_1 |u_1|^2 + w_2 |u_2|^2)$$

식(3)의 해밀토니안으로부터 아래와 같은 준상태 방정식을 얻을 수 있  
 다.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= 0 \\ \dot{\lambda}_2 &= -\lambda_1 \\ \dot{\lambda}_3 &= \lambda_2 + k_a \lambda_3 - \lambda_5 x_6 \cong \lambda_2 + k_a \lambda_3 \\ \dot{\lambda}_4 &= 0 \\ \dot{\lambda}_5 &= -\lambda_4 \\ \dot{\lambda}_6 &= -\lambda_5 x_3 + k_\phi \lambda_6 \end{aligned} \quad (4)$$

또한, 최종 상태 제한 조건이 상대거리 및 표적충돌각이므로 아래와 같  
 은 경계조건(boundary condition)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_1(t_f) &= x_1(t_f) = r_p \\ \lambda_2(t_f) &= w_v x_2(t_f) = w_v V_p \\ \lambda_3(t_f) &= 0 \\ \lambda_4(t_f) &= x_4(t_f) = r_y \\ \lambda_5(t_f) &= w_v x_5(t_f) = w_v V_y \\ \lambda_6(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

유도 명령이 최적해이기 위한 필요조건(necessary condition)은 다음과  
 같이 나타난다.

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = k_a \lambda_3 + w_1 u_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -\frac{k_a}{w_1} \lambda_3 \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = k_\phi \lambda_6 + w_2 u_2 = 0 \Rightarrow u_2 = -\frac{k_\phi}{w_2} \lambda_6$$

이제 Pontryagin's minimum principle을 통해 최적해를 구하게 되며, 먼  
 저 준상태 방정식의  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  이용하여 최적 가속도 명령  $A_2^c$  과  
 $x_1, x_2, x_3$ 을 구하고, 이 값들을 이용하여 최적 롤 각 명령  $\phi^c$  및  
 $x_4, x_5, x_6$ 을 구하게 된다.

구해진 최적해는 아래와 같이 time-to-go의 함수를 계수로 갖는  
 state-feedback with time-varying gain 꼴로 정리된다.

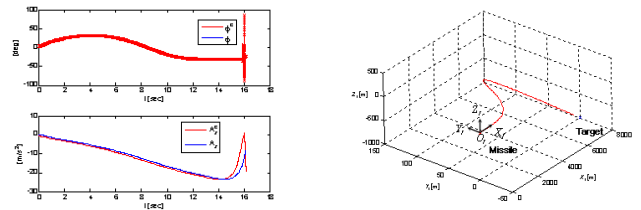
$$A_2^c = f_1(t_{go})x_1 + f_2(t_{go})x_2 + f_3(t_{go})x_3$$

$$\phi^c = \frac{\sum_{k=1}^{31} g_{1,k}(t_{go})F_{1,k}(x_1, x_2, x_3)x_4 + \sum_{k=1}^{24} g_{2,k}(t_{go})F_{2,k}(x_1, x_2, x_3)x_5 + \sum_{k=1}^{40} g_{3,k}(t_{go})F_{3,k}(x_1, x_2, x_3)x_6}{\sum_{k=1}^{40} g_{4,k}(t_{go})F_{4,k}(x_1, x_2, x_3)}$$

### 2.3 Simulation Results

ILAAAT 미사일 시스템을 사용했으며, 자동조종장치 동역학, 구동기  
 동역학 및 미사일 동역학을 근사없이 모든 비선형성을 고려하였다. 아래  
 의 <그림 3>은  $(x(t_0), y(t_0), z(t_0)) = (8000, 0, -1000)[m]$ ,

$\psi(t_0) = 5^\circ, \theta(t_0) = -20^\circ$ 의 조건에서 실험한 결과이며,  
 거리 오차 = 0.68[m],  $\psi(t_f) = 0.24^\circ, \theta(t_f) = -0.08^\circ$ 로 거의 오차 없이  
 정확하게 유도 되었다고 볼 수 있다.



<그림 3> 모의 실험 결과

## 3. 결 론

본 논문에서는 BTT 미사일의 정지 표적에 대한 표적 충돌각  
 을 고려한 최적 유도 법칙을 설계하였다. [8]의 자동조종 제어기  
 를 이용하면 자동조종장치 동역학의 입출력 동특성이 비행 환경  
 에 무관하게 일정한 형태의 선형 시스템의 성질을 나타내기 때  
 문에, BTT 미사일의 자동조종장치 동역학을 고려한 최적 유도  
 법칙의 설계가 가능해졌다. 또한 이전까지의 연구 결과와 다르게  
 3차원에서의 롤과 가속도 명령을 모두 closed-form solution으로  
 구하게 되었으며 모의실험을 통해 그 성능을 검증하였다.

### Acknowledgement

본 연구는 한국과학기술원 영상정보특화센터(IIRC)를 통한 방위사  
 업청과 국방과학연구소의 연구비 지원으로 수행되었습니다. (계약번호  
 UD070007AD)

### [참 고 문 헌]

- [1] Kim, M., and Grider, K.V., "Terminal Guidance for Impact Attitude Angle Constrained Flight Trajectories.", IEEE Trans. on AES, Vol.9, No.6, pp.852-859, Dec. 1973.
- [2] Bryson, A. E. and Ho, Y. C. "Applied Optimal Control", Washington, DC: Hemisphere, 1975.
- [3] Song, T.L., Shin, S.J., and Cho, H., "Impact Angle Control for Planar Engagements", IEEE Trans. on AES, Vol.35, No.4, Oct. 1999.
- [4] Kim, B.S., Lee, J.G., and Han, H.S., "Biasd PNG Law for Impact with Angular Constraint", IEEE Trans. on AES, Vol.34, No.1, Jan. 1998.
- [5] Ryoo, C.K., Cho, H., Tahk, M.J., "Closed-Form Solutions of Optimal Guidance with Terminal Impact Angle Constraint", IEEE Conference on Control Applications, 2003.
- [6] Ryoo, C.K., Cho, H., Tahk, M.J., "Time-to-Go Weighted Optimal Guidance with Impact Angle Constraints", IEEE Trans. on CST, 2006.
- [7] 홍진우, 염준형, 송성호, 하인중, "고기동 BTT 미사일의 최적 종말 유도 법칙", 대한전자공학회 하계학술대회 논문집, pp.853-854, 2006년 6월.
- [8] Jin-Woo Hong, Joon-Hyung Yeom, Seong-Ho Song, and In-Joong Ha, "A Singular Perturbation-like Method to Compensate the Effect of Fin-Actuator Dynamics in Nonlinear Missile Control", SICE-ICASE International Joint Conference Oct. 2006.