

유한요소법과 전계-열전자 방출 모델에 의한 절연유체 내 공간전하 전파해석

이호영, 이세희

경북대학교 전자전기컴퓨터학부

Analysis of Space Charge Propagation in a Dielectric Liquid Employing Field-Thermal Electron Emission Model and Finite Element Method

Ho-Young Lee and Se-Hee Lee
Kyungpook National University

Abstract - Fowler-Nordheim의 전자 방출과 열전자 방출 메커니즘을 이용하여 절연유체 내 전계에 의한 도체의 음극에서 전자 방출현상과 열에 의한 열전자 방출현상을 고려하고 유한요소법(Finite Element Method)을 이용하여 해석하였다. 절연유체 내 공간전하에 대한 해석기법으로 푸아송 방정식, 양이온, 음이온, 전자에 대한 전하연속 방정식, 온도에 대한 열 확산 방정식으로 이루어진 5개의 지배방정식에 Fowler-Nordheim의 전계 방출과 Richardson-Dushman의 열전자 방출을 경계조건으로 부여하였다. 단자 전류는 유한요소법과 잘 부합하는 에너지법으로 계산되었다. 쌍 곡선형 PDE의 공간전하 전파에 대한 지배 방정식은 일반적으로 수치적인 불안정성을 가지므로 인공 확산 항을 고려하여 이를 해결하였다. 제안된 해석법은 세 개의 캐리어를 가진 x-y 좌표축의 2차원 평판 모델에 적용하여 그 유효성을 확인하였다.

1. 서 론

본 논문에서는 전자기역학적 모델을 사용하여 절연유체 내 전계에 의한 절연과 및 전자 방출현상을 해석하였다. 이러한 전계-열전자 방출 모델에 의한 절연유체 내 공간전하전파해석을 위해서는 에너지의 최소화 조건을 따르는 유한요소법과 전자와 양이온, 음이온의 전리, 부착, 재결합과정을 포함한 전하연속 방정식과 전계에 관한 푸아송 방정식, 열전자 방출에 관한 열 확산 방정식의 결합으로 이루어진다. 본 논문에서의 공간전하 전파해석은 Fowler-Nordheim의 전계 방출과 열전자 방출을 고려하여 분자 전리 모델을 구성하였다. 또한 전계에 의한 터널링 효과가 일어날 수 있도록 표면의 거칠기를 고려하여 $10^7 [V/cm]$ 이상의 높은 전계를 인가했다. 높은 전기적인 힘이 주어질 때, 절연 유체 내 세 개의 캐리어의 거동으로 인한 분자 전리 현상을 시간에 따른 전계, 공간전하 밀도, 전류계산을 유한요소법과 결합하여 효과적으로 수행하였다.

2. 본 론

2.1 공간전하 전파해석을 위한 유체역학 모델

전계는 공간전하를 고려하여 분자 전리현상에 대한 전기역학적 모델로 전계에 의한 푸아송 방정식으로 해석이 되며 다음과 같다.

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = \rho_+ + \rho_- + \rho_e, \quad \vec{E} = -\nabla V \quad (1)$$

여기서 ϵ 는 유전율, V 는 전위를, \vec{E} 는 전계, ρ_e, ρ_+, ρ_- 는 전자, 양이온, 음이온의 전하 밀도이다. 대부분의 유체 내 전자, 음이온, 양이온에 대해서는 세 개의 전하연속방정식으로 표현한다.

$$\frac{\partial \rho_+}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_+ = G_I(\vec{E}) + \frac{\rho_+ \rho_e R_+}{e} + \frac{\rho_+ \rho_- R_+}{e} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_e = -G_I(\vec{E}) - \frac{\rho_+ \rho_e R_+}{e} - \frac{\rho_e}{\tau_a} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_-}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_- = \frac{\rho_e}{\tau_a} - \frac{\rho_+ \rho_- R_+}{e} \quad (4)$$

$$\vec{J}_+ = \rho_+ \mu_+ \vec{E}, \quad \vec{J}_e = -\rho_e \mu_e \vec{E}, \quad \vec{J}_- = -\rho_- \mu_- \vec{E} \quad (5)$$

여기서 t 는 시간, $\vec{J}_+, \vec{J}_e, \vec{J}_-$ 는 양이온, 전자, 음이온의 전류밀도이다. 유체 내 상응하는 전자와 이온의 이동속도는 $\mu_e = 1 \times 10^{-4} [m^2/Vs]$,

$\mu_+ = \mu_- = 1 \times 10^{-9} [m^2/Vs]$ 이다[1]. τ_a 는 유체 내 전자가 중성종(Neutral Species)에 부착하는 것에 대한 전자수명으로 $2 \times 10^{-7} [s]$ 로 주어진다[2]. R_+, R_- 는 절연유체 내 이온-이온, 이온-전자의 재결합 비율상수로 기본적인 랑게방 재결합상수를 따라 $R_+ = R_- = 1.64 \times 10^{-17} [m^3/s]$ 와 같이 주어진다[1].

강한 전계에 반응하는 팽 전리 소스 항은 제너의 전자 터널링 이론과 절연유체 내의 제너 이온화 모델을 적용하였다[3].

$$G_I(\vec{E}) = \frac{e^2 n_0 a |\vec{E}|}{h} \exp\left(-\frac{m^* a \pi^2 \Delta^2}{ch^2 |\vec{E}|}\right) \quad (6)$$

여기서 n_0 는 전리할 수 있는 분자의 밀도 수이고, a 는 분자 분리 상수, m^* 은 유체 내 효과적인 전자의 질량, h 는 플랑크 상수이고, Δ 은 분자 이온화 전위이다.

전계에 의한 분자 전리 현상에 관한 전기역학적 모델의 경우, 유체가 어떤 적절한 속도를 가진 운동이 없다고 가정하면 절연유체의 온도에 대한 전기적 전력 손실의 영향은 다음에 주어진 열 확산 방정식을 이용하여 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \frac{1}{\rho c_p} (K_T \nabla^2 T + \vec{E} \cdot \vec{J}) \quad (7)$$

여기서 T 는 유체의 절대온도, \vec{v} 는 유체의 속도, K_T 는 유체의 열 확산성, ρ 는 유체의 밀도, c_p 는 유체의 비열이다. (7)의 방정식에서 $\vec{E} \cdot \vec{J}$ 는 에너지 손실 소스 항으로 자연계에서 순수한 전기적인 현상이다. 여기서 $\vec{J} = (\rho_p \mu_p - \rho_n \mu_n - \rho_e \mu_e) \vec{E}$ 로 전체 전류 밀도이다. 이것은 국부 전계의 영향으로 인한 자유전하 운동의 결과이다.

2.2 Fowler-Nordheim의 전자 방출

높은 전계를 인가하면 전위장벽 높이의 감소 뿐 만 아니라 그 두께도 매우 얇아지는 쇼트키 효과(Schottky effect)에 의한 일함수장벽의 저감 효과를 고려한 Fowler-Nordheim의 전계 방출을 고려하였다. 전계에 의한 절연유체 내 표면에서의 방출된 전류밀도 J_{FN} 는 다음과 같다[4].

$$J_{FN} = \frac{e^3 |\vec{E}|^2}{8\pi h \phi t^2(y)} \exp\left(-\frac{8\pi \sqrt{2m} \phi^2}{3hc |\vec{E}|} v(y)\right) [A/m^2] \quad (8)$$

$$\text{with } y = \left(\frac{\Delta \phi}{\phi}\right), \quad \Delta \phi = \frac{1}{2} \left(\frac{e^3 |\vec{E}|}{\pi \epsilon}\right)^{1/2}$$

여기서 ϕ 는 금속의 일함수이고, 전계에 의한 함수 y 는 일함수장벽의 저감효과를 나타낸다. $v(y) = 0.95 - y^2$, $t^2(y) = 1.1$ 의 값으로 적용되었다. 본 논문에서는 표면에 돌기가 있는 오손(汚損)된 표면이 아니라 평활하고 청정한 이상적인 표면을 고려하였다.

2.3 열전자 방출

빛과 전계 등의 외적자극 일체를 없애고 음극을 가열하면 전자가 발생된다. 전계가 없으면 음극 전면에 전자의 공간전하가 생긴다. 전자는 Maxwell-Boltzmann의 속도분포를 갖고, 전자의 운동에너지를 넘는 일함수를 가진다고 가정하면 다음의 식을 따른다[5].

$$J_{TH} = AT^2 \exp\left(-\frac{W_a}{kT}\right) [A/m^2K^2] \quad (9)$$

with $A = \frac{4\pi m e k^2}{h}$

여기서 J_{TH} 는 열전자에 의해 표면에서 방출되는 전류밀도, A 는 표면의 방출계수인 리차드슨 상수이고, W_a 는 일함수, k 는 볼츠만 상수이다.

2.4 포인팅정리를 이용한 전류계산

포인팅정리를 이용한 전류계산은 임의의 체적 내 전기장의 영향을 고려한다. 체적 내 모든 점에서 국부 에너지 밀도 (W)가 전체적으로 분포하고 있고, 파워 손실(P_D)은 체적 내 모든 점에서 발생한다. 외부 경계면에서 자기유도의 영향과 변위전류의 영향을 무시할 수 있다고 가정하면, 입력되는 전력은 다음과 같이 표현한다[6].

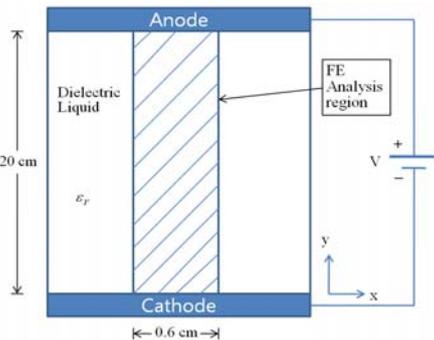
$$\sum_{i=1}^n v_i i_i = \frac{d}{dt} \int_V W dV + \int_V P_D dV \quad (10)$$

with $W = \frac{1}{2} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{1}{2} \mu \vec{H} \cdot \vec{H}$, $P_D = \vec{E} \cdot \vec{J}$

여기서 ϵ 은 유전율, μ 는 자기 투자율, \vec{H} 는 자계의 세기이다. v_i 는 단자에 적용되는 전압이고, i_i 는 그 단자에 상응하는 전류이다. (10)식의 전류 흐름을 증명함에 있어서 $n=1$ 일 때, 즉, 체적이 단지 하나의 단자 쌍을 가지고 있을 때 가능하다.

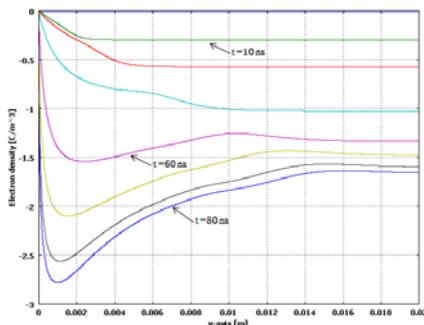
2.4 분자 전리 모델 및 해석 결과

물리적인 형상은 COMSOL Multiphysics 소프트웨어를 사용하였다. 절연 파괴 및 전자방출현상의 수치적인 결과를 검증하기 위해 그림 1과 같이 간략화시킨 2차원 평판 형상모델에 유한요소법을 적용하여 결과 분석하였다.

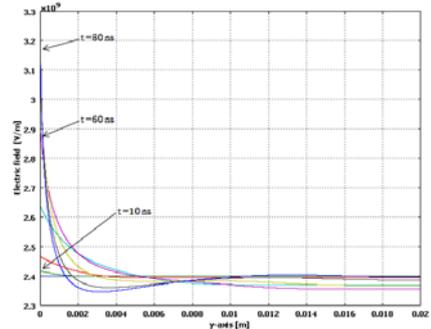


〈그림 1〉 2차원 평판 해석모델

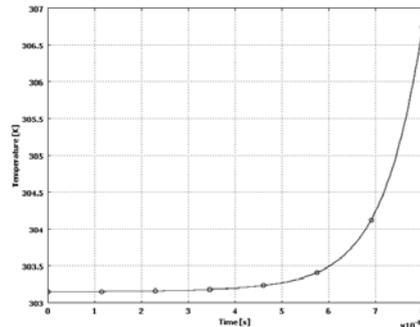
방전 초기의 변화를 증명하기 위해 0 ~ 80 [ns]까지 고려하였고 절연 유체 내 전기장의 영향으로 전자가 시간에 따라 방출되는 현상을 전자밀도의 변화로 그림 2에 나타내었다. 초기 전압은 전극 표면이 오손되지 않은 청정한 표면을 고려하였고 Fowler-Nordheim 전계방출 조건에 입각한 $9.6 \times 10^5 [V/m]$ 의 높은 전계를 인가한 결과를 그림 3에 나타낸다. 그림 3의 약 2[ns]에서 일시적인 반전은 계속되는 전자의 방출에 의한 누적적으로 순간적인 현상이다. 그림 4는 현실적인 물리적 의미를 고려하여 실온 30℃를 초기 값으로 주고 음극표면에서의 캐리어의 영향으로 온도가 상승함을 알 수 있다. 이러한 결과를 ISEI 2008에 발표된 모델과 해석 결과를 비교하여 검증하였다[7].



〈그림 2〉 시간에 따른 전자밀도



〈그림 3〉 시간에 따른 전기



〈그림 4〉 시간에 따른 음극판의 온도변화

3. 결 론

전계에 의한 전하방출조건인 Fowler-Nordheim 전자 방출과 온도에 의한 열전자 방출을 이용하여 절연유체 내 전자, 양이온, 음이온 등 모두 세 개의 미지수로 구성된 공간전하를 전극으로부터 주입되는 과정뿐만 아니라 전파하는 현상까지 효과적으로 해석하였다. 방전초기현상을 고려하여 음극표면에서 꾸준한 전자의 방출현상, 일시적인 반전은 있으나 꾸준히 상승하는 전기, 음극표면에서의 급격히 상승하는 온도변화로 열전자 방출을 알 수 있다. 타당성있는 물리적 의미를 부여하기 위해 실질적인 매질과 환경조건을 고려하였고 수치적인 불안정성을 극복하기 위해 인공 확산 항을 도입하여 성공적인 해석기법이 제시되었다. 아울러 전자기장, 열, 유동을 고려하여 복잡하고 접근하기 어려운 다중물리현상을 성공적으로 분석하여 절연유체 내 공간전하 방출해석을 수행하였다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2008-0062032).

[참 고 문 헌]

- [1] W. F. Schmidt, "Liquid State Electronics of Insulating Liquids" CRC Press, pp. 121-123, 1997
- [2] J. Qian, et al., "Analysis of Polarity Effects in the Electrical Breakdown of Liquids" J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.39, pp. 359-369, 2006
- [3] C. Zener, "A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics", Proc. Roy. Soc. A, vol. 145, No. 855, pp. 523-529, 1934
- [4] R. H. Fowler and Nordheim, "Electron Emission in Intense Electric Fields" Proc. Roy. Soc. A, vol. 119, No. 781, pp. 173-181, 1928
- [5] OW Richardson, "Thermionic phenomena and the laws which govern them", Nobel Lectures, Physics, 1929
- [6] Se-Hee Lee, Francis O'Sullivan, Il-Han Park, and Markus Zahn, "Analysis of Charge Transport in a Dielectric Liquid by Employing the Coupled Finite Element Method", IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, Missouri USA, October 15-18, 2006
- [7] O'Sullivan, et al., "A Model for the Initiation and Propagation of Positive Streamers in Transformer Oil", IEEE Conference on Electrical Insulation, ISEI 2008, Conference Record of the 2008 IEEE International Symposium on, pp. 210-214, 2008