

칼만필터를 이용한 부상시스템 관측기 설계에 관한 연구

조정민\*, 한영재\*, 이창영\*, 이형우\*, 강부병\*, 이영훈\*  
한국철도기술연구원\*

A study on the Observer Design of the Levitation System using Kalman Filter

Jeong-MIn Jo\*, Y.J. Han\*, C.Y. Lee\*, H.W. Lee\*, B.B. Kang\*, Y.H. Lee\*  
Korea Railroad Research Institute\*

**Abstract** - The objective of levitation control design is to stabilize a levitation system, or obtain certain transient response, bandwidth, and steady state error. An air gap signal from the each corner is important parameter to design levitation controller. A levitation controller using gap signals with measurement delay time can not make a expected performance. In this paper, a new air gap estimator to improve the performance of levitation controller is proposed. The estimated gap signal which has little measurement delay time is used as a feedback value in the levitation controller.

1. 서 론

자기부상시스템은 철도기술에 있어서 바퀴식 전동차가 갖고 있는 기술적인 제약을 극복하기 위해 기계적인 부분을 전기적으로 대체시킨 혁신적인 운송기술이다. 이러한 기존의 철도차량에 기계적인 부분을 전기적인 시스템으로 변화시킴으로써 얻어지는 이점은 고속 주행이 가능하며 고속 운행시 에너지 소비가 적고 환경오염을 저감 등이 있다. 그러나 열차에 적용되는 상전도 흡인식 자기부상시스템은 가이드웨이의 상태에 대하여 적절한 되먹임 제어가 이루어지지 않으면 불안정하다. 그래서 오랫동안 부상제어기 설계에 있어 원하는 부상 응답특성을 위한 많은 연구들이 이루어져 왔다.[1]

상전도 흡인식 부상시스템은 레일의 불규칙성 및 레일 단차 등에 의해 고속 응답성과 정밀한 공극제어 특성이 요구된다. 따라서 부상시스템의 응답특성을 향상시키고 부상제어기의 주파수 대역을 넓게 할 필요성이 있다. 이를 위해서 제어기의 구조나 적절한 이득 선정 방법 등의 연구도 필요하나 근본적으로는 정확한 공극 추정이며 시간 지연이 매우적어야 가능하다. 기존의 부상제어기는 주요 제어 파라미터인 공극신호를 일차 또는 이차 필터를 통과시킨 후 미분을 취하여 공극속도신호를 추정하는데 이용하였다. 그래서 공극신호에 위상지연이 발생되어 부상제어기의 성능향상에 제약을 가져왔다.

본 논문에서는 제어의 필수적인 파라미터의 공극신호에 대하여 신호지연 및 정확한 공극 검출을 위해서 전자식 관측기의 일종인 칼만필터를 적용하여 부상제어기의 응답특성을 향상시키고자 하였다.

2. 본 론

2.1 부상용 전자석 모델[1]

2.1.1 비선형 부상용 전자석 모델

자기부상열차의 부상시스템에 있어서 부상용 전자석과 강자성체의 대향면에 대한 형태는 그림 1과 같다. 부상을 위한 기본적인 구성은 가이드웨이의 LSM 고정자 철심(stator packs)과 이것에 대해 흡입할 수 있는 부상용 전자석이며 부상용 전자석은 철심과 코일로 구성되어 있다. 그리고 마그네트 폴 페이스와 LSM의 고정자 대향면 사이의 흡인력은 식 (1)과 같다.

$$F = \frac{1}{\mu_0} B_m^2 (2A_m) \tag{1}$$

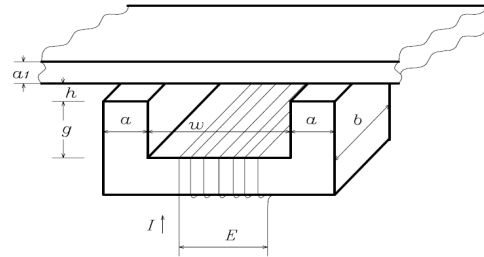
여기에서  $B_m$ 은 공극자속 밀도,  $A_m$ 은 전자석 폴 페이스의 표면적이며  $\mu_0$ 는 대기중 투자율을 나타낸다.

부상용 전자석의 흡인력은 [1]로부터 식(2)과 같이 표현할 수 있다.

$$F = \frac{n_m \mu_0 ab}{4h^2} (N_c I_c + N_t i)^2 \tag{2}$$

전압과 트림전류와의 관계식은 Kirchhoff의 전압법칙으로부터 식 (3)과 같이 표현된다.

$$u = R_c i - N_t \frac{d(B_m ab)}{dt} = 0 \tag{3}$$



<그림 1> 전자석과 강자성의 대향면 구성

[1]로부터  $B_m$ 을 치환하면 식(4)과 같다.

$$u = R_c i + \frac{\mu_0 ab N_t^2}{2h} \frac{dt}{dt} - \frac{\mu_0 ab N_t (N_c I_c + N_t i)}{2h^2} \frac{dh}{dt} \tag{4}$$

식(4)은 비선형 1차 미분방정식을 나타내고 있다.

2.1.2 선형화된 부상용 전자석 모델

부상용 전자석모델은 Meisenholder 와 Nagurka에 의해 간소화 될 수 있다. 식 (2)의 흡인력을 운전점 공극에서 선형화시키면 식 (5)과 같다.

$$F \approx \frac{M_1}{2} N_c I_c - \frac{M_1}{h_0} N_c I_c (h - h_0) + M_1 N_t i \tag{5}$$

여기에서  $h = h_0$ ,  $i = i_0 = 0$  이다.

전자석의 동적 부상력은 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$f = -\frac{M_1}{h_0} N_c I_c (h - h_0) + M_1 N_t i \tag{6}$$

식 (4)식의 전압법칙을 운전점 공극에서 선형화시키면 식 (7)과 같다.

$$i \approx \frac{2h_0}{\mu_0 ab N_t^2} u - \frac{2R_c h_0}{\mu_0 ab N_t^2} i + \frac{N_c I_c}{h_0 N_t} \dot{h} \tag{7}$$

여기에서  $h = h_0$ ,  $i = i_0 = 0$ ,  $\dot{h} = \dot{h}_0 = 0$ ,  $\dot{i} = \dot{i}_0 = 0$  이다.

상기 수식으로부터 상태공간 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

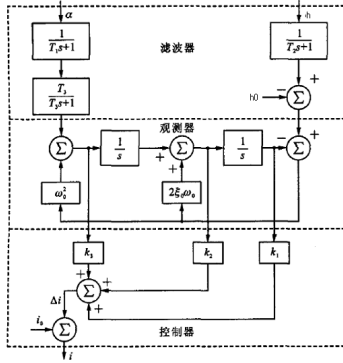
$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ K_z & 0 & -K_i \\ 0 & K_z & -L_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

여기에서  $K_i = \frac{\mu_0 N^2 A i_0}{2z_0^2}$ ,  $K_z = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2z_0^2}$ ,  $L_o = \frac{\mu_0 N^2 A}{2z_0}$  이다.

2.3 기존 부상제어기의 구성

그림 2는 기존의 부상제어기 필터 구조를 나타내는 것으로 부상마그네트의 공극제어를 위해 공극신호와 가속도 신호를 받아 처리한다. 여기에서 공극신호 및 가속도 신호는 1차 지연필터 또는 2차 지연필터 등을 사용하며, 제어에 필요한 신호를 추정하기 위해 그림 2와 같이 구성하며 공극신호 값은 식 (8)과 같다.

$$h_f = \frac{2\omega^2}{s^2 + 2\xi_0 \omega_0 s + 2\omega_0^2} \left( \frac{h}{T_2 s + 1} - h_0 \right) + \frac{\alpha}{s^2 + 2\xi_0 \omega_0 s + 2\omega_0^2} \tag{8}$$



〈그림 2〉 기존의 부상제어기 구성

### 2.3 칼만 필터를 이용한 공극 추정

칼만 필터는 상태방정식 모델로 표현되는 시스템에서 측정값  $y$  에 준하여 시스템의 상태  $x$  를 추정하며 식 (9)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + H(t)w(t) \\ \bar{y} &= C(t)x(t) + v(t) \end{aligned} \quad (9)$$

여기에서  $w$  는 잡음 외란을 나타내고,  $v$  는 센서잡음을 나타낸다. 추정오차의 공분산을 가격함수  $G(t)$ 라고 하면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$G(t) = E[(x(t) - \hat{x}(t))(x(t) - \hat{x}(t))^T] \quad (10)$$

여기에서  $x(t)$ 는 상태변수,  $\hat{x}(t)$ 는 상태 추정 값을 나타낸다. 칼만 필터의 동역학 식은 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (A(t) - K_o(t)C(t) - B(t)K_c(t))\hat{x}(t) + k_o(t)\bar{y}(t) \\ u(t) &= K_c(t)\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

식 (9)을 이산시간에서 상태방정식 형태로 변환하면 다음과 같다.

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + \Gamma_k u_k + w_k \quad k = 0, 1, \dots \quad (12)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad k = 1, 2, \dots \quad (13)$$

여기에서  $\Phi$ ,  $\Gamma$ 는 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 + \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_c}{m} & \Delta t \\ \frac{K_c}{m} (\Delta t + \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_c}{m}) - \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_c^2}{m^2} & 1 + \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_c}{m} - \frac{K_i}{m} (\Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_c}{K_i} - \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{R_o}{L_o} \frac{K_c}{K_i}) \\ \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_c}{K_i} \frac{1}{m} - \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{R_o}{L_o} \frac{K_c^2}{K_i} \frac{1}{m} & \Delta t \frac{K_c}{K_i} - \frac{R_o}{L_o} (\Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_c}{K_i} - \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_i}{m} \frac{R_o}{L_o}) \\ -\Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_i}{m^2} - \frac{K_i}{m} (\Delta t - \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{R_o}{L_o} + \Delta t^3 \frac{1}{6} (-\frac{K_c}{m} + \frac{R_o^2}{L_o^2})) & \\ 1 + \frac{K_c}{K_i} (-\Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_i}{m} + \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_i}{m} \frac{R_o}{L_o}) - \frac{R_o}{L_o} (\Delta t - \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{R_o}{L_o} + \Delta t^3 \frac{1}{6} (-\frac{K_c}{m} + \frac{R_o^2}{L_o^2})) & \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -\Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_i}{m} \frac{1}{L_o} \\ (-\Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{K_i}{m} + \Delta t^3 \frac{1}{6} \frac{K_i}{m} \frac{R_o}{L_o}) \frac{1}{L_o} \\ (\Delta t - \Delta t^2 \frac{1}{2} \frac{R_o}{L_o} + \Delta t^3 \frac{1}{6} (-\frac{K_c}{m} + \frac{R_o^2}{L_o^2})) \frac{1}{L_o} \end{pmatrix}$$

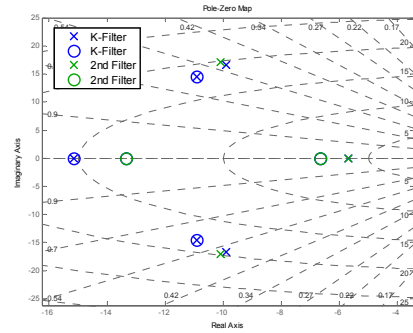
### 2.4 시뮬레이션 결과 및 검토

부상제어기에 있어서 공극입력신호에 대하여 추정시간지연이 없는 신호를 되먹임한 경우 특성변화를 관찰하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 조건은 기존의 제어기에 극배치제어를 위한 파라미터 값은 그대로 유지시킨 후 되먹임되는 공극신호만을 기존의 필터에 의한 값과 칼만 필터에 의한 값으로 대체시켜 비교하였다.

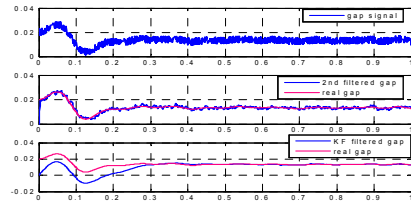
그림 3은 기존 필터와 칼만 필터에 의한 신호를 되먹임한 경우의 특성변화를 살펴보기 위해서 s-영역에서 극점의 이동을 나타내고 있다. 그림 3으로부터 칼만 필터를 이용한 신호를 되먹임 하는 경우 제어기의 극점이 허수축으로부터 멀어지는 것을 볼 수 있으며 이것으로 보아 칼만 필터를 적용하는 경우 응답특성의 향상됨을 알 수 있다.

그림 4와 그림 5는 초기 기동시 기존 필터 및 칼만 필터에 의한 공극신호를 되먹임한 경우 응답파형으로 위로부터 측정노이즈가 포함된 공극신호, 두 번째는 실제 공극신호 및 기존 2차 필터에 의한 공극신호를 나타내며 3번째는 실제 공극신호와 칼만 필터에 의한 공극신호를 나타내었다. 시뮬레이션 결과로부터 기존 필터에 의한 신호는 초기기동시 본래의

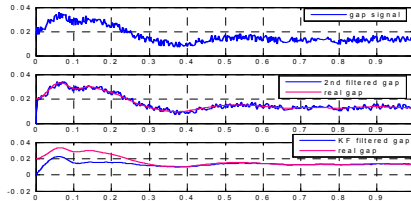
신호와 유사한 시점에서부터 신호가 관측되나 칼만 필터에 의한 신호는 초기값이 zero인 상태에서 시작됨을 볼 수 있다.



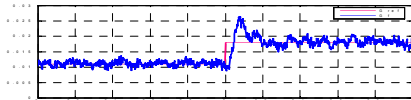
〈그림 3〉 기존필터와 칼만필터에 의한 근의 위치(s-영역)



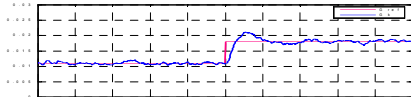
〈그림 4〉 초기 기동시 스텝응답파형(기존공극신호 되먹임)



〈그림 5〉 초기 기동시 스텝응답파형(칼만필터적용신호 되먹임)



a. 기존공극신호 되먹임



b. 칼만필터적용 신호 되먹임

〈그림 6〉 스텝 응답 파형비교

그림 6은 스텝응답 비교파형으로 a는 기존 공극신호를 되먹임한 경우이고 b는 칼만 필터를 적용한 신호를 되먹임한 경우이다. 이상의 시뮬레이션 결과로부터 칼만 필터를 적용한 공극신호는 신호에 잡음이 현저하게 개선이 가능하면서도 필터에 의한 추정신호 지연을 최소화하여 제어 시스템의 성능을 향상시킬 수 있음을 볼 수 있다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 상전도흡인식 자기부상열차의 부상성능 향상을 위해서 칼만 필터를 이용한 부상제어기 설계에 관하여 고찰하였다. 기존의 2차 저역통과필터에 의한 신호를 부상제어기에 되먹임 하는 경우에는 필터에 의한 추정시간지연이 발생되어 부상제어기의 동특성 향상에 제약이 있어왔다. 이를 개선하기 위해서 추정신호에 시간지연이 매우 적은 전차원 관측기의 일종인 칼만 필터를 적용하여 부상제어기의 응답특성을 향상시키고자 하였다. 이를 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며 시뮬레이션 결과로부터 공극검출신호의 측정노이즈 및 시간지연을 최소화하는 것만으로도 부상제어 성능이 향상됨을 확인하였다.

### [참 고 문 헌]

[1] Huiguang Dai, Dynamic Behavior of Maglev Vehicle/Guideway System with Control, submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 2005