

자화이력 해석을 위한 hysteresis 모델에 관한 연구

이정종, 송백기, 홍정표
한양대학교 자동차공학과

Study of hysteresis model for magnetic hysteresis analysis

Jeong-Jong Lee, Baik-Kee Song, Jung-Pyo Hong
Department of Automotive Engineering, Hanyang University

Abstract - This paper presents study of hysteresis model for magnetic hysteresis analysis by Preisach model. In ferromagnetic material, magnetization is non-linear and varies according to magnetic field which is called B-H curve. As hysteresis phenomenon affect on performance of motor, magnetic hysteresis analysis is essential and needed for designing motor that satisfies specification. Therefore, in this paper, methods for calculating magnetization are presented and discussed.

1. 서 론

산업현장에서 전동기는 자동차, 산업용 로봇 같은 대형 기계에서부터 가정에서 쓰이는 조그마한 무선기기까지 적용되는 중요한 장치이며, 동력원이 되고 있다. 과거에는 전동기의 설계 사양만을 만족하는 설계가 되었지만, 과학 기술이 진보하고 생활 수준의 향상에 따라, 진동과 열 등 복합적 문제가 중요한 설계 사양 중에 하나로서 대두되었으며, 소비자들 또한 진동과 열이 적게 발생하는 전기기기를 요구하고 있다. 진동과 열 등 복합적인 문제는 hysteresis 현상과 밀접한 관계를 가지고 있다. 특히 영구자석형 전동기에서는 전기적 입력이 없더라도 영구자석에 의해 철심에서 hysteresis loss가 발생한다. 영구자석형 동기전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)는 유도전동기나 릴럭턴스 전동기에 비해 높은 출력 밀도, 효율을 가지므로 가전용 기기에서부터 전기자동차에 이르기까지 널리 연구되고 있다. 영구자석형 브러시리스 전동기의 코깅토크는 영구자석의 자화분포 형태에 크게 의존한다.[1] 그리고 저속운전시 모터의 속도제어 및 위치제어에 악영향을 주고 있고 토크 리플의 주요 원인이 된다. 따라서 모터의 고성능 동작을 위해서는 코깅 토크의 최소화가 요구된다.[2] 이처럼 전동기의 토크리플과 코깅토크 저감을 위해서는 자화이력 해석이 필요하며, 결과적으로 hysteresis model에 관한 연구가 필수적이다[3].

기존에 자성 물질의 비선형 적인 특징을 나타내기 위하여 많은 연구가 있었다. Rayleigh model은 Rayleigh 상수를 자계에 적용함으로써, 투자율을 정의하였고, 자화량을 멱급수로 나타내어 비선형을 해석하였다. 또한 Duhem model은 자계인가의 시간변화율을 적용하여 hysteresis 현상을 미분형태로 나타내었다. 상자성체에 대해서는 모멘트의 개념을 도입한 Langevin type hysteresis model이 연구되기도 했다. 또한 자화량을 면적의 적분으로 나타내는 Preisach model에 관한 연구가 있었다.[4]

따라서, 본 논문에서는 hysteresis 특징과 현상에 대하여 설명하고, 자계 인가에 따른 자화량 계산 방법으로 가장 많이 쓰이며, 개념설명이 쉬워 쉽게 적용할 수 있는 Preisach model을 통하여 연구하였다. 또한 자화량 계산시 Preisach model 개념의 자화 밀도와 에버렛 개념의 밀도를 설명하고 차이점 및 장단점을 분석하였다.

2. 본 론

2.1 Hysteresis 특성

Hysteresis란 물리량이 그 때의 물리조건만으로는 일의적으로 결정되지 않고, 그 이전에 그 물질이 경과해 온 상태의 변화과정에 의존하는 현상이다. 이에 따라 자성체에서 hysteresis는 여러 가지 특성을 지닌다. 자성체의 자화량은 가해진 자계의 세기의 변화에 따라 메이저 루프와 마이너 루프를 가지며, 같은 자계 입력에 대해서도 각 입력의 이력에 따라 다른 값을 가진다. 또한 같은 자성체에서도 각 부분에 따라 가해지는 자계의 세기가 다르므로 자성체의 자화량은 각 부분에 따라 다른 값을 지니게 된다. 즉, 한 자성체 각 부분에서 다른 이력에 따라 각각 다른 hysteresis 곡선을 그린다.

2.1.1 Hysteresis loop

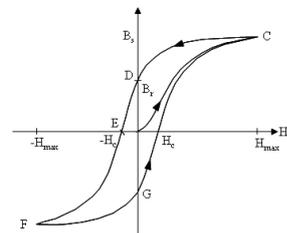
자화 과정은 부분적으로 비가역성을 지닌다. 강자성체에 일정한 자계

를 입력하여 자화시킨 다음, 강자성체의 자화가 포화되었을 때, 다시 자계를 감소시키면 자화는 원래의 B-H 곡선을 따르지 않고 다른 값을 가지고 자화량이 감소한다. 만약 자계가 포화점에서부터 감소한다고 가정하면, C지점에서부터 <그림 1>처럼 CD 곡선을 따라서 자속밀도와 자화량이 점차 감소한다. 만약, 인가된 자계가 H=0인 지점까지 감소하면, D지점에서는 자류자기의 특징이 나타난다. 자계가 더 감소하면, 자계는 음의 값으로 바뀌고 B=0이 되는 E지점에서의 자계값을 보자력(H_c)이라고 한다. 자화를 0으로 만들어주기 위해 음의 자계를 인가시켜야 하는 곡선의 DE부분을 감자곡선이라고 한다. 음의 방향으로 자계를 더 증가시키면, 음의 자화로 강자성체는 포화하게 된다. 다시 양의 방향으로 자계가 인가되면 자화는 FGC를 따라 움직이며, B-H 곡선의 CDEFGC를 hysteresis loop라고 한다. 자화 과정의 비가역성에 따라서 자화 상태는 강자성체의 이전상태에 영향을 받는다. 무자자 상태의 H=0, M=0 인 지점에서부터 자화 과정을 시작하여, 처음의 자화 싸이클 동안은, <그림 2>처럼 폐루프를 형성하지 않는다. 하지만, 천천히 주기적인 자화 과정 동안 같은 값으로 자계를 변화시키면 <그림 2>와 같이 안정된 자화 hysteresis loop가 나타난다.[4] 안정된 hysteresis loop는 자화 싸이클 동안 잔류 자속 밀도의 단조로운 감소 증가량으로 알 수 있다. 자화 과정 동안 큰 자계가 인가됨으로써 hysteresis의 안정화는 가속화 된다. 높은 자계 인가는 <그림 3>처럼 다른 모양을 가지는 넓은 hysteresis loop를 형성한다. 자계의 최대 인가량에 따라서 무수히 많은 hysteresis loop가 있다. 처음의 양의 자계가 인가되면, hysteresis loop는 면적은 커지고 포화상태에 이른다. 그리고 자계를 감소하다가 포화되지 않은 상태에서 다시 자계를 인가시키면 조그만 hysteresis loop가 형성되는데, <그림 4>처럼 큰 면적을 메이저 루프라고하고 조그만 hysteresis loop를 마이너 루프라고 한다.

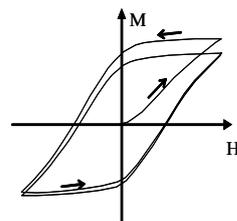
2.2 Preisach model

Preisach 모델은 실측 곡선으로부터 얻은 각 자성체 입자들간의 상호 작용과 자기 입자들의 보자력 밀도분포와, 입력의 변화 과정을 통해 자화량을 얻어내는 방법이며, 그 식은 다음과 같다.

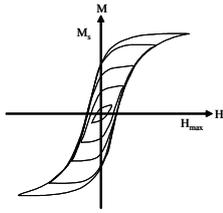
$$M(t) = \iint P(h_a, h_b) \gamma(h_a, h_b) H(t) dh_a dh_b \quad (1)$$



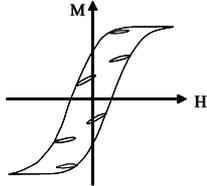
<그림 1> Hysteresis loop



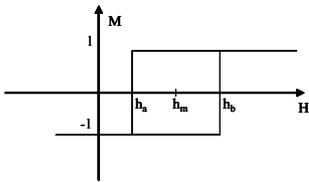
<그림 2> Hysteresis loop의 안정화



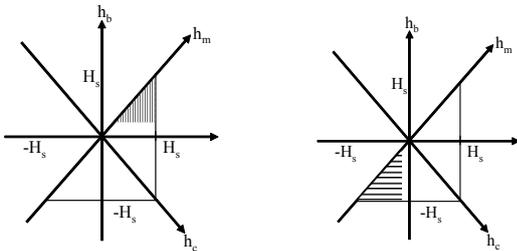
〈그림 3〉 자계의 인가에 따른 hysteresis loop의 변화



〈그림 4〉 메이저 루프와 마이너 루프



〈그림 5〉 hysteresis 작용자



〈그림 6〉 Preisach 밀도 개념의 자화량 계산

여기서 $\gamma(h_a, h_b)H(t)$ 은 hysteresis 작용자를 나타내며, 〈그림 5〉와 같이 h_a 와 h_b 에서 출력값이 변함을 뜻한다. $P(h_a, h_b)$ 는 단위 자기 입자들의 밀도 분포를 나타낸다.

2.2.1 Preisach 밀도

Preisach 밀도는 자성체를 구성하는 자기 입자들의 보자력 또는 자기 입자들간의 상호작용에 대한 많은 정보를 알 수 있다. Preisach 모델에서 자화량의 값은 〈그림 6〉와 같이 면적 적분의 형태로 나타난다. 자계가 양의 값으로 인가 될 때와 음의 값으로 인가 될 때에 따라서 Preisach 면적이 달라지는 것을 알 수 있다. Preisach 밀도에 의한 자화량 계산은 실측 곡선으로부터 얻은 밀도값을 적분하는 과정이 복잡하고 미분 또는 적분 과정에서 발생하는 오차로 인해 수치해석에 적용하기가 힘들다.

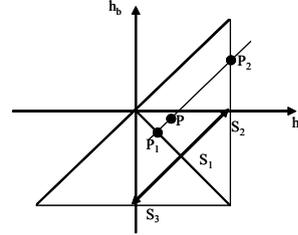
2.2.2 Everett 밀도

Everett 밀도란 Preisach 평면의 제적은 변환점만 알라도 그럴 수 있다는 점에 착안하여, 실측곡선을 미분하지 않고 밀도 분포를 구할 수 있다면 그 출력또한 적분과정을 거치지 않고 구할 수 있다는 가정 하에 입력의 변화 양상의 기록만으로 적분과정 없이 자화량을 구하는 것이다. 즉, hysteresis curve의 입력값만을 가지고, hysteresis 작용자와 밀도분포 곱의 적분값을 하나의 값으로 나타내어 단순한 덧셈과 뺄셈만으로 자화량을 구하는 방법이다. 에버렛 밀도는 초기자화 곡선 〈그림 1〉의 곡선 OC와 메이저 루프의 곡선 CDEFG 자화량 값으로부터 〈그림 7〉과 같이 Preisach 모델의 S_1, S_2, S_3 축값의 밀도는 구한 다음 나머지 부분의 밀도는 가우스 분포를 하므로 가우스 함수를 이용하여 산정한다. 초기자화 곡선과 메이저 루프의 에버렛 밀도를 계산하는 식은 다음과 같다.

$$E(h_a, h_b) = f_{h_a} - f_{h_b} = \iint P(h_a, h_b) dh_a dh_b \quad (2)$$

여기서, f_{h_a} 값은 자계가 h_a 만큼 인가 되었을 때의 자화량 값이며 f_{h_b} 는 자계가 h_b 까지 다시 감소되었을 때까지의 자화량 값이다. $P(h_a, h_b)$ 는 단위 자기 입자들의 밀도 분포를 나타낸다.

에버렛 밀도를 구하면 Preisach 평면에 〈그림 7〉과 같이 S_1, S_2, S_3 축에 밀도 분포값을 적는다. 가우스 함수를 이용한 나머지 부분의 에버렛



〈그림 7〉 hysteresis 루프에 따른 에버렛 밀도 산정

밀도의 계산은 다음과 같은 식으로 계산한다.

$$P: (h_a, h_b) \rightarrow P_1 : \left(\frac{h_a - h_b}{2}, \frac{h_b - h_a}{2} \right) \quad (3)$$

$$P_2 : (H_s, H_s + h_b - h_a)$$

$$\text{where, } E(h_a, h_b) = K \times \text{EXP} \left(-\frac{\Delta^2}{A} \right)$$

$$K = E_1(P_1), \Delta = |P - P_1|, A = \frac{|P - P_1|^2}{\text{Ln} \left(\frac{E_1(P_1)}{E_2(P_2)} \right)}$$

식 (3)에서 $E_1(P_1)$, $E_2(P_2)$ 는 P_1 과 P_2 의 에버렛 밀도값을 나타내며, $P(h_a, h_b)$ 는 〈그림 7〉에서와 같이 (h_a, h_b) 에서의 자화밀도를 나타낸다. 에버렛 밀도를 알면 다음과 같은 식에 의해 자화량을 구할 수 있다.

$$M(H) = \frac{1}{2} E(-H_1, H_1) - E(H, H_1) \quad (4)$$

식 (4)에서 $E(-H_1, H_1)$ 은 초기자화량, $E(H, H_1)$ 은 자계가 감소한 만큼의 에버렛 밀도값을 나타낸다.

3. 결 론

본 논문에서는 여러 가지 hysteresis 현상을 소개하고 자계에 따라 자속밀도의 값이 바뀌므로, 자화이력 현상을 분석하는데 있어서, hysteresis 현상 분석의 필요성을 언급하였다. 또한 Preisach model을 통하여 hysteresis loop를 얻는 방법을 소개하였는데, 그 중에서 Preisach 밀도의 개념보다는 에버렛 밀도 개념을 통하여 자화 산정을 하는 것이 Preisach 밀도 개념을 통한 적분과정보다 덧셈과 뺄셈만을 연산하기 때문에 계산상 편리함을 알 수 있다. 이는 수치해석상에서도 계산시간을 단축하여 전동기 설계에 있어 비선형 해석시 유용할 것으로 판단된다.

[참 고 문 헌]

- [1] Young-Kyoun Kim, Jeong-Jong Lee, Jung-Pyo Hong, "Analysis of cogging torque considering tolerance of axial displacement on BLDC motor by using a stochastic simulation coupled with 3-D EMCN", IEEE Trans. on magnetics 3, 2004, 40 No.2 1244-1247
- [2] 이정중, 권순오, 이병화, 홍정표, "전기 강관의 자기 이방성을 고려한 EPS 구동용 영구자석형 동기 전동기의 코깅토크 해석", 한국자동차 공학회
- [3] 이중호, "hysteresis 특성을 고려한 동기형 릴럭턴스전동기의 특성 해석", 한양대학교 대학원, pp28~57, 1999
- [4] Amalia Ivanyi, "Hysteresis models in electromagnetic computation", Akademiai kiado, Budapest, pp. 20~22, 1996