

## 하이브리드 부상시스템에서의 부상제어기 성능비교

성소영\*, 이운호\*\*, 박종원\*, 장석명\*\*, 임용근\*  
 한국해양연구원 해양시스템 안전연구소\* 충남대학교 전기공학과\*\*

### Comparison of Controller Performance for Hybrid-PM Suspension System

So-young Sung\*, Un-Ho Lee\*\*, Jong-Won Park\*, Seok-Myeong Jang\*\*, Y.G. LIM\*  
 Ocean Engineering Research & Development, Korea Ocean Research & Development Institute\*  
 Dept of Electric Engineering, ChungNam National University\*\*

**Abstract** - This paper deals with controller design and dynamic simulation of hybrid magnetic bearing. The flux density at air-gap is obtained from system modeling which considers permanent magnet and electro magnet. The vertical force is derived by that flux density using maxwell's stress tensor.

#### 1. 서 론

자기부상 시스템은 자석의 흡인력을 이용하는 Electro-Magnetic Suspension (EMS) 시스템과 반발력을 이용하는 Electro-Dynamic Suspension (EDS) 시스템이 크게 사용되어지고 있다. EMS 시스템의 경우 전자석을 이용하여 부상하는 시스템이 주로 개발되어져 왔으나[1], 영구자석의 기술발전으로 인하여 영구자석과 전자석을 혼합한 하이브리드 형태의 부상 시스템이 새로히 주목을 받고 있다. 하이브리드 부상 시스템은 초기부상을 전자석을 이용하여 부상하고, 부상한 후에는 영구자석의 힘만을 이용하여 영전력 제어가 가능하여 에너지 측면에서도 유리하다. 반면, EMS 시스템은 개 루프 불안정하여 반드시 제어가 필요하다. 부상 제어기는 PD, PID, State Feedback 등이 사용될 수 있는데, 자기 베어링 시스템에서는 주로 PD 나 PID제어기가 주로 사용되어져 왔고[2], 자기부상열차와 같은 시스템에서는 Sate Feedback 제어기가 주로 사용되어져 왔다[3]. 본 논문에서는 이러한 제어기의 성능을 하이브리드 부상 시스템을 이용하여 비교하고자 한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 Hybrid-PM Suspension System

그림 1과 같은 시스템에서 공극의 자기장  $B$  는 전자석에 의한 자기장  $B_{em}$  과 영구자석에 의한 자기장  $B_{pm}$  의 합으로 나타난다. 영구자석에 의한 자기장  $B_{pm}$  과  $B_{em}$  은 다음식으로 나타난다.

$$B_{pm} = -\mu_0 H_{pm} h_{pm} \left( \frac{1}{z_2} \right) \quad (1)$$

$$B_{em} = \frac{\mu_0 Ni}{2z_1} \quad (2)$$

여기서,  $\mu_0$  는 자유공간에서의 투자율,  $H_{pm}$  는 영구자석의 자계강도,  $h_{pm}$  는 영구자석의 높이,  $z_2$  는 공극,  $N$  은 권선수,  $z_1$  은 전자석 입장에서 공극(공극+영구자석의 높이),  $i$  는 입력전류이다. 맥스웰 스트레스 텐서를 이용하여 부상력을 구하면 다음과 같다.

$$F_{pm} = \frac{B_{pm}^2 2A}{2\mu_0} = \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0 z_2^2} \quad (3)$$

$$F_{em} = \frac{B_{em}^2 2A}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left( \frac{i}{z_1} \right)^2 \quad (4)$$

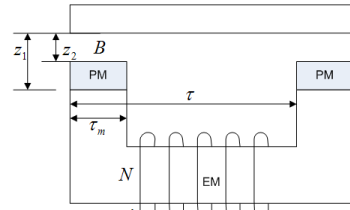
따라서, 하이브리드 시스템에서의 부상력은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0 z_2^2} + \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left( \frac{i}{z_1} \right)^2 \quad (5)$$

전압방정식은 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$V(t) = Ri(t) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2z_1} \frac{di(t)}{dt} \quad (6)$$

그림 1과 같은 부상 시스템에서 힘의 평형 방정식은 뉴턴의 운동법칙에 따라 다음 식으로 나타낼 수 있다.



<그림 1> HyBrid-PM Suspension System

$$m \frac{d^2 z_2}{dt^2} = -F + mg + f_d \quad (7)$$

여기서,  $m$  은 부상 무게,  $g$  는 중력가속도,  $f_d$  는 외란이다.

식 (3)을 공칭점  $i_0, z_0$  에서 선형 근사화를 통하여 전개하면 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$F_{em} = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{4(z_0 + h_{pm})^2} + \frac{\mu_0 N^2 A i_0}{2(z_0 + h_{pm})^2} i_x - \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2(z_0 + h_{pm})^3} x \quad (8)$$

식 (4)를 공칭점에서 테일러 급수를 이용하여 전개하면, 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$F_{pm} = \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^2} - \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^3} x \quad (9)$$

따라서, 전자석의 부상력 식 (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = k_0 + k_i i_x - k_x x \quad (10)$$

여기서,

$$k_0 = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{4(z_0 + h_{pm})^2} + \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^2} \quad (11)$$

$$k_i = \frac{\mu_0 N^2 A i_0}{2(z_0 + h_{pm})^2} \quad (12)$$

$$k_x = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2(z_0 + h_{pm})^3} + \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^3} \quad (13)$$

그리고 식 (6)에서 공칭점  $V = v_0 + v$ ,  $i = i_0 + i_x$  로 놓고 선형화 하면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$v_0 + v = v_0 + Ri_x + L_0 \dot{i}_x - L_0 \frac{i_0}{(z_0 + h_{pm})} \dot{x} \quad (14)$$

여기서,

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2(z_0 + h_{pm})} \quad (15)$$

따라서 식 (17)을  $i_x$  에 대해서 다시 쓰면,

$$i_x = \frac{i_0}{(z_0 + h_{pm})} \dot{x} - \frac{R}{L_0} i_x + \frac{1}{L_0} v \quad (16)$$

그리고 힘의 평형 방정식은 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\ddot{x} = -\frac{k_i}{m} i_x + \frac{k_x}{m} x - \frac{k_0}{m} + g + \frac{f_d}{m} \quad (17)$$

식 (28)과 식(29)에서 상태변수를  $\dot{x}, \ddot{x}, i_x$  로 잡고 상태방정식으로 표현하면 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{i}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_x}{m} & 0 & -\frac{k_i}{m} \\ 0 & i_0/(z_0+h_{pm}) & -R/L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \\ 1/L_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f_d \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_x \end{bmatrix} \quad (19)$$

식 (10)에서  $i_x$  와  $x$  의 전달 함수를 구하면, 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$ms^2x = -k_i i_x + k_x x \Rightarrow \frac{x}{i_x} = \frac{k_i}{ms^2 + k_x} \quad (20)$$

또, 식 (18), (19)를 이용하여 시스템의 전달함수를 구하면,

$$G(s) = -\frac{\frac{k_i}{mL_0}}{s^3 + \frac{R}{L_0}s^2 + \frac{(k_i i_0 - k_x z_0)}{m(z_0 + h_{pm})}s - \frac{k_x R h_{pm}}{mL_0(z_0 + h_{pm})}} \quad (21)$$

## 2.2 Controller Design

식 (10)에서 제어 전류를 다음 식으로 하면,

$$i_x = K_p x + K_D \dot{x} \quad (22)$$

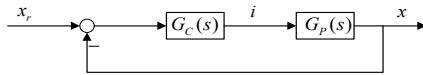
식 (22)를 식 (10)에 대입하며 정리하면,

$$m\ddot{x} + k_i i_x + k_x x = \ddot{x} + \frac{k_i K_D}{m} \dot{x} + \frac{(k_i K_p + k_x)}{m} x \quad (23)$$

식 (23)을 다음 식과 같이 주어지는 2차 시스템과 비교하면, 제어이득은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 &= s^2 + \frac{k_i K_D}{m} s + \frac{(k_i K_p + k_x)}{m} \\ \Rightarrow 2\zeta\omega_n &= \frac{k_i K_D}{m} \Rightarrow \therefore K_D = \frac{2\zeta\omega_n m}{k_i} \\ \Rightarrow \omega_n^2 &= \frac{(k_i K_p + k_x)}{m} \Rightarrow \therefore K_p = \frac{m\omega_n^2 - k_x}{k_i} \end{aligned} \quad (24)$$

다음 그림과 같이 제어시스템을 구성하면, 폐루프 전달함수는 다음 식으로 나타난다.



〈그림 2〉 Closed loop controller

$$\frac{x}{x_r} = \frac{(K_D s^2 + K_p s + K_i) \cdot k_i}{ms^3 + K_D k_i s^2 + (K_p k_i + k_x)s + K_i k_i} \quad (25)$$

식 (39)에서 원하는 근의 위치를  $w_1, w_2, w_3$  라고 하면, PID의 제어 이득은 다음식으로 쓸 수 있다

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{(w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3) \cdot m + k_x}{k_i} \\ K_i &= \frac{w_1 w_2 w_3 \cdot m}{k_i}, K_D = \frac{(w_1 + w_2 + w_3) \cdot m}{k_i} \end{aligned} \quad (26)$$

식 (18)에서 제어 전압  $v$ 를 다음 식과 같이 하면,

$$v = -K_1 x - K_2 \dot{x} - K_3 \ddot{x} \quad (27)$$

식 (18)에서  $f_d = 0$  로 하고 식 (27)를 대입하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{i}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_x}{m} & 0 & -\frac{k_i}{m} \\ \frac{K_1}{L_0} & \frac{i_0}{(z_0 + h_{pm})} + \frac{K_2}{L_0} & -\frac{R + K_3}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_x \end{bmatrix} \quad (28)$$

따라서, 시스템의 특성방정식은 식 (28)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p(s) = s^3 + \frac{(K_3 + R)}{L_0} s^2 + \left( \frac{k_i i_0}{m(z_0 + h_{pm})} - \frac{(k_x L_0 + k_i K_2)}{mL_0} \right) s - \frac{k_x (K_3 + R) + k_i K_1}{mL_0} \quad (29)$$

따라서, 제어 이득은 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$K_1 = \frac{k_x (K_3 + R) - w_1 w_2 w_3 m L_0}{k_i} \quad (30)$$

$$K_2 = \frac{k_i i_0 L_0}{(z_0 + h_{pm}) k_i} - \frac{(w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3) m L_0 - k_x L_0}{k_i} \quad (31)$$

$$K_3 = L_0 (w_1 + w_2 + w_3) - R \quad (32)$$

식 (10)에서 제어 전류 입력을 다음과 같이 하면,

$$i_x = K_p x + K_D \dot{x} + K_A \ddot{x} \quad (33)$$

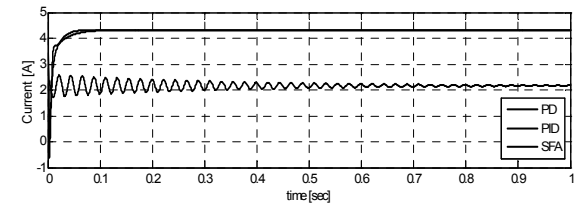
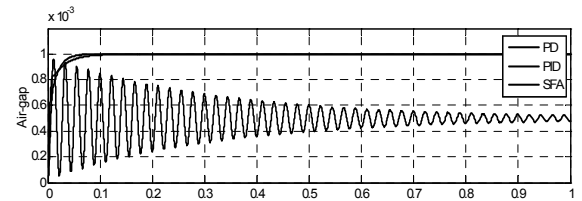
식 (22)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$m\ddot{x} + k_i i_x + k_x x = (m + k_i K_A) \ddot{x} + (k_i K_D + k_x) \dot{x} + (k_i K_p + k_x) x \quad (34)$$

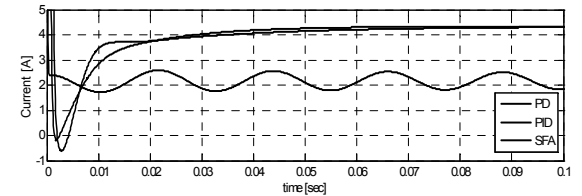
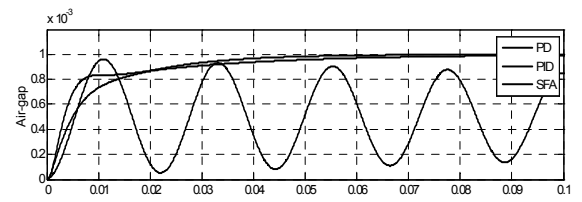
따라서, 제어이득은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_p = \frac{m\omega_n^2 - k_x}{k_i}, \quad K_D = \frac{2\zeta\omega_n m}{k_i}, \quad K_A = \frac{1-m}{k_i} \quad (35)$$

각 제어기의 시뮬레이션 결과를 그림 3에 보였다.



〈그림 3〉 Simulation Results



〈그림 4〉 Simulation Results (Short time)

## 3. 결 론

본 논문에서는 영구자석과 전자석이 혼합된 하이브리드 시스템에서 일반적으로 많이 사용하는 PD제어기, PID 제어기와 가속도를 궤환하는 제어기를 설계하고, 성능을 비교하였다. 일반적으로 사용하는 PD제어기나, PID제어기는 정상상태 오차를 가지나, 가속도를 궤환하면 정상상태 오차는 미미하나, 안정화 되는데 시간이 더 걸리는 단점이 있었다. 그러나, 전류 소모량이 가장 적게 소모된다. PD와 PID제어기는 제어 성능이 비슷하게 나타나는데, 빠른 응답속도를 가지는 장점이 있음을 알 수 있었다.

## [참 고 문 헌]

- [1] P.K. Sinha and A.N. Pechev, "Nonlinear Hinf Controllers for Electromagnetic Suspension System", IEEE Tran. on Automatic Control, Vol. 49, No. 4, APRIL 2004
- [2] Hyung-Woo Lee, Ki-Chan Kim and Ju Lee, "Review of Maglev Train Technologies", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 42, No.7 July 2006