

Gaussian Sum Approximation을 기반으로 한 Kalman filter의 수직자기 채널 등화기법

*공규열, 조현민, 최수용
연세대학교 전기전자공학과

e-mail : gykong@yonsei.ac.kr, hyunminzo@yonsei.ac.kr, csyong@yonsei.ac.kr

Perpendicular Magnetic Recording Channel Equalization Based on Gaussian Sum Approximation of Kalman Filters

*Gyuyeol Kong, Hyunmin Cho, Sooyong Choi
School of Electrical and Electronic Engineering
Yonsei University

Abstract

A new equalization method for perpendicular magnetic recording channels is proposed. The proposed equalizer incorporates the Gaussian sum approximation into a Kalman filtering framework to mitigate inter-symbol interference in perpendicular magnetic recording systems. The proposed equalizer consists of a bank of linear equalizers using the Kalman filtering algorithm and its output is obtained by combining the outputs of linear equalizers through the Gaussian sum approximation.

I. 서론

수직자기 저장(perpendicular magnetic recording, PMR)기술은 super-paramagnetic의 제한에서도 높은 저장밀도를 가질 수 있는 기술이다. 높은 저장 밀도를 가지는 시스템에서는 신호 처리 기술이 중요한 역할을 하며, 부분 응답 최대 유사도(partial response maximum likelihood, PRML)가 가장 대중적인 방법으로 제시되고 있다. PRML은 안정적인 bit error rate (BER) 성능을 가지고 있으나 높은 복잡도를 갖는다는 단점이 있다.

본 논문에서는 수직자기 기록 채널에 Kalman filtering을 적용시켜 보고 여러 개의 Kalman filter를 이용하여 결합하는 새로운 방법의 등화기를 제안한다.

II. PMR 채널에서의 등화기법

2.1 Kalman Equalizer

채널을 통과한 수신신호 $r(k)$ 는 다음과 같다.

$$r(k) = \sum_{i=0}^M h(i)a(k-i) + n(k) = \mathbf{H}\mathbf{A}(k) + n(k)$$

이때 h 는 수직자기 기록채널이다[4]. $\mathbf{A}(k) = [a(k) a(k-1) \dots a(k-M+1)]$ 는 신호 벡터이며, 상태함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{A}(k) = \mathbf{F}\mathbf{A}(k-1) + \mathbf{G}a(k)$$

\mathbf{F} 와 \mathbf{G} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kalman equalizer에서 상태함수의 추측 과정은 아래와 같다[1].

$$\hat{\mathbf{A}}(k|k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{A}}(k-1|k-1)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{G}^T\sigma_a^2$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}}{\sigma_n^2 + \mathbf{H}^T\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}}$$

$$\mathbf{P}(k|k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}^T)\mathbf{P}(k|k-1)$$

$$\hat{\mathbf{A}}(k|k) = \hat{\mathbf{A}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)[r(k) - \mathbf{H}^T\hat{\mathbf{A}}(k|k-1)]$$

$\hat{\mathbf{A}}(k|k-1)$ 와 $\hat{\mathbf{A}}(k|k)$ 은 상태함수 $\mathbf{A}(k)$ 의 예측과 추

정 값이다. Kalman filter는 상태 잡음인 $\mathbf{G}a(k)$ 가 가우시안 분포를 가진다는 가정을 이용하여 유도되며, 선형적인 시스템에서 최적의 성능을 낸다[1]. 그러나 Kalman equalizer의 경우, $\mathbf{G}a(k)$ 가 white Gaussian noise(WGN)가 아니기 때문에 성능 열화가 발생한다. 이런 문제를 극복하기 위해 본 논문에서는 가우시안 합 근사화 (Gaussian sum approximation, GSA)를 사용하여 입력 신호를 Gaussian 분포로 근사화한다.

2.2 GSA equalizer

GSA- n 등화기는 여러 개의 Kalman filter와 GSA를 사용한다. 이는 더 정확한 확률밀도함수를 얻기 위하여 추가적으로 이웃 데이터를 고려하면서 신호 열을 예측하는 것이다. 하나의 비트를 추가적으로 사용하는 GSA-2등화기를 예로 들면 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{aligned} \mathbf{G}_1 &= [1 \quad 1 \quad 0 \cdots 0]^T \\ \mathbf{G}_2 &= [1 \quad -1 \quad 0 \cdots 0]^T \\ \mathbf{G}_3 &= [-1 \quad 1 \quad 0 \cdots 0]^T \\ \mathbf{G}_4 &= [-1 \quad -1 \quad 0 \cdots 0]^T \end{aligned}$$

즉 4개의 state vector들이 $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3, \mathbf{G}_4$ 로 대응되고 4개의 Kalman filter가 평행하게 동작하게 된다. 즉 i 번째 Kalman filter는 i 번째 state equation과 함께 동작하며 주위에 $n-1$ 개의 신호 열을 사용하면 GSA- n 등화기라고 부르며 2^n 개의 Kalman filter를 사용한다. 그리고 GSA를 기반으로 2^n 개의 Kalman filter의 출력 값을 결합한다.

III. 실험 결과

그림1 은 GSA- n 등화기와 Kalman 등화기, PRML, maximum likelihood sequence equalizer(MLSE)와의 BER 측면에서 성능을 비교한 그래프이다. 채널의 기록밀도는 1.6이며 n 이 증가할수록 성능이 향상된다. GSA-5 등화기 경우에는 BER이 10^{-3} 에 도달하기 위해서 SNR이 14.4dB되어야 한다. GSA-3은 PRML[4752][1-1]과 같은 성능을 가진다[4]. 하지만 Kalman filter로는 BER이 10^{-3} 에 도달할 수 없다.

IV. 결론

GSA- n 등화기는 여러 가지 Kalman filter를 GSA와 결합시켜 PMR 채널에서의 ISI를 제거한다. GSA- n 등화기는 기존의 Kalman filter보다 성능이 뛰어날 뿐 아니라 PRML과 비슷한 성능을 가진다. 채널 환경이 시불변의 채널이라고 가정한다면 GSA- n 등화기의 각각의 Kalman filter는 MMSE 선형 등화기와 복잡도

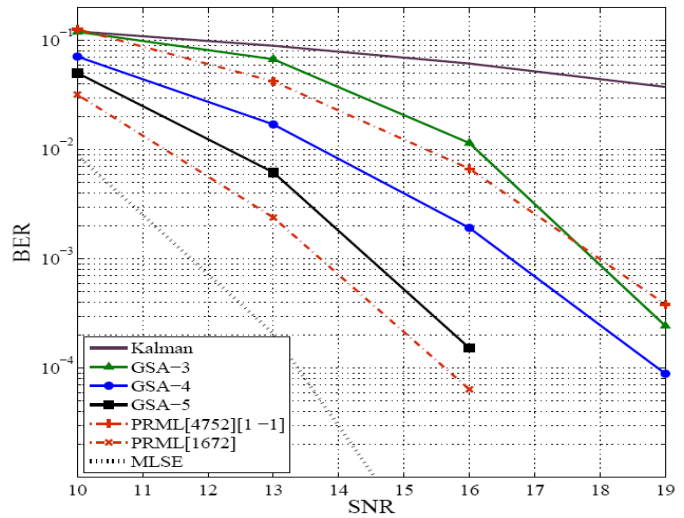


그림. 1 기록밀도가 1.6 일때의 Kalman, GSA-3,4,5 등화기와 PRML과 MLSE의 BER성능 비교

가 비슷하게 된다. 그러므로 GSA- n 등화기는 PMR 채널 등화 방법에 있어서 적합한 대안이라고 할 수 있으며, 점점 증가하는 저장밀도에 맞추어 등화 기법의 복잡도를 줄이는 측면으로 연구가 필요할 것이다.

참고문헌

- [1] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, vol. 82, no. Series D, pp. 35-45, 1960.
- [2] D. L. Alspach and H. W. Sorenson, "Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations," *IEEE Trans. Autom. Control*, no. 4, pp. 439-448, Aug. 1972.
- [3] S. Marcos, "A network of adaptive Kalman filters for data channel equalization," *IEEE Trans. Signal Process*, vol. 48, no. 9, pp. 2620 - 2627, Sep. 2000.
- [4] M. Madden, M. Oberg, Z. Wu and R. He, "Read channel for perpendicular magnetic recording," *IEEE Trans. Magn*, no. 1, pp. 241 - 246, Jan. 2004.