

PSK 신호를 가진 V-BLAST 시스템에서의 복잡도 감소 분지한계기반 디코더

A Low Complexity Branch-and-Bound-Based Decoder
for V-BLAST Systems with PSK Signals

이은주*, Van Su Pham**, 윤기완***

*한국정보통신대학교 석사과정, **한국정보통신대학교 박사과정, ***한국정보통신대학교 교수

Key Words : Space-time coding, multi-input multi output, maximum likelihood detection, diversity, wireless communication

목 차

- I. 서론
 - II. 시스템 모델
 - III. PSD의 예비처리단계
 - IV. PSD의 검색단계
 - V. PSD의 성능과 복잡도에 대한 예비처리단계의 영향
 - VI. 시뮬레이션 결과와 논의
 - VII. 결론
- 참고문헌

I. 서론

최근, MIMO(Multiple Input Multiple Output) 기술이 무선 통신 시스템에서의 스펙트럼 효율을 상당히 향상 시킨다는 점에서, 무선통신 시스템에서의 MIMO 기술 활용에 대한 연구가 활발히 이루어져 오고 있다. MIMO 기술 중 하나로 알려진 V-BLAST(Bell Labs Layered Space Time) 기법은 높은 스펙트럼 효율을 얻을 수 있는 것으로 보고되어 왔다. 이 기법은 MIMO시스템에 있어서 수신단의 ML(maximum-likelihood)디코더가 최적의 시스템 성능을 얻는데 필요하다. 그러나 brute-force ML(BFML)검출방식은 전송 안테나 개수에 따라 기하급수적으로 증가하는 복잡도 때문에 실용적인 접근 방법이라 할 수 없다.

복잡도를 감소시킨 채 ML디코더와 동일한 성능을 얻기 위해, 총괄하여 sphere decoder(SD)라 불리는 일련의 검출 알고리즘들이 개발되어 오고 있다.[3]-[11] 컴퓨터 시뮬레이션과 이론상의 분석 모두 SD들의 평균 복잡도가 실제의 많은 시나리오에서 BFML 디코더의 복잡도보다 현저하게 더 낮은 것을 보여준다.

대부분의 sphere decoder [3]-[8]들은 처음부터 정수격자이

론(integer lattice theory)에 기초하여 구상되었다. 본 논문에서 이러한 SD들은 실수(real)개념의 SD들로 취급된다. 실수 개념의 SD들이 사용되어지기 위해서는 복소MIMO 시스템이 이와 등가의 실수치 시스템을 형성하도록 실수부와 허수부로 분리(decoupled)되어질 필요가 있다. 그러므로 실수개념의 SD들은 QAM이나 PAM과 같은 격자 기반의 변조 구조들에 가장 적합하다. PSK와 같은 다른 복소 배열(constellation)들에 대해서 실수 개념의 SD들은 무효 후보들이 존재하게 되기 때문에 비능률적이다. [9]에서, Cui와 Tellambura는 실수 개념의 SD가 PSK 신호들을 검출하는데 사용될 때 무효 후보들을 제거하는 효과적인 방법을 제안했다. 이 방법에 의해 실수개념의 SD는 ML과 동일한 성능의 PSK변조 MIMO시스템을 제공할 수 있다.

복소 SD는 복소시스템의 실허수 분리(Decoupling)을 요구하지 않기 때문에 [10]에서 소개된 복소 SD를 이용하면 실수개념의 SD에 당면한 무효 후보들의 문제 또한 해결될 수 있다. [10]에서 소개된 복잡도가 감소된 형태의 복소개념 SD는 Pham SD라 불리는데, 이는 [11]에서 제안되었다. Pham SD의 핵심 아이디어는 깊이우선분지한계 알고리즘을 사용한다

는 것이다.[12] Pham SD에 있어서, 각 단계에 놓인 잠재 후보들은 [10]에서 제안된 최초의 아이디어에 기초하여 결정된다. 그 다음에는 첫 번째 적절한 해법이 최적의 것일 확률을 최대화 하도록 배열과정이 잠재후보들에 적용된다. 게다가 루트 노드에서부터 검색을 다시 시작하는 대신에 도달점에 가장 가까운 길을 따라 검색이 계속 이루어진다. 그 결과, Pham SD는 [10]에서의 최초의 SD와 비교할 때 계산량에 있어 현저한 감소를 제공한다. 그럼에도 불구하고, [10]에 있는 최초의 복소개념 SD와 Pham SD 양자에 모두 해당하는 한 가지 단점은 그것들이 계산상 비능률적인 \cos^{-1} 수행을 다루어야 하고, 그것 때문에 디코딩 과정의 속도가 느려지게 된다.

본 논문에서는, V-BLAST시스템에서 PSK신호들의 검출을 위한 속성 sphere decoder를 제안한다. 짧게 PSD라 불리는 제안된 디코더는 예비처리 단계와 검색 단계로 구성된다. 예비처리단계는 분류된 QR 분석(decomposition)[15]에 따라 강화된 MMSE-DFE(ordering mean square error decision feedback equalizer)기법에 기초하고 있다. MMSE-DFE 필터는 증대[13]되거나 확장[14]된 채널매트릭스를 정의하는 방법으로 설계되어 진다. 예비처리단계의 도움을 받아, PSD는 최적의 성능과 비교하여 볼 때, 어떤 심각한 수준의 성능손실 없이 일정한 수의 수신안테나를 가지는 V-BLAST시스템의 PSK 신호들을 검출할 수 있다. PSD의 검색단계는 또한 Pham SD와 같이 깊이 우선 BB 알고리즘에 기반하여 설계되어 진다. 그러나 [16]에서 제안된 PMLD 디코더와 동일한 동작 원리를 갖기 때문에 그것은 Pham SD와 근본적으로 다음과 같은 점에서 다르다.

1. 그것은 \cos^{-1} 수행하는 계산을 제거한다.
2. 그것은 모든 거리 수치값들을 명확히 계산하지 않고 더 간단한 방법으로 거리 수치값들의 순차배열을 수행한다.
3. 최적의 최상우선순위들은 전송 배열에 있어 심볼들의 목록 형태로 검색테이블에 저장된다.

시뮬레이션 결과는 제안된 PSD가 [11]의 Pham SD와 비교할 때 어떤 심각한 수준의 성능 감소 없이도 계산량을 상당히 감소시킴을 보여주고 있다.

본 논문의 2장에서는 시스템 모델을 소개하고, 3장에서는 예비처리 단계를 설명하고 있다. 4장에서는 Pham SD 동작을 간략히 검토하고 PSD의 검색단계를 소개한다. 5장에서는 예비처리단계가 PSD의 성능과 복잡도에 미치는 영향에 대해 논의한다. 시뮬레이션결과와 논의는 6장에서 소개되며, 마지막 7장은 본 논문의 결론으로 구성된다.

II. 시스템 모델

우리는 (n_T, n_R) 시스템으로 표시되어지는 n_T 개의 송신안테나와 n_R 개의 수신 안테나를 가지고 있는 부호화 되지 않은 V-BLAST모형을 고려한다.

송신단에서 입력 데이터열은 n_T 개의 하위열들로 나뉘고, 그 후 이들 각각은 양의 정수 n 에 대해 $M=2^n$ 을 가지는 M-PSK변조 구조에 의해 변조되어 각기 다른 전송 안테나를 통해 전송된다. 단순하게 하기 위해 one-time-slot 복소 기저 대역 신호 모델을 살펴 보기로 한다. 이 때, 각 심볼 주기에 있어서 n_T 개의 $s_i, i = 1, \dots, n_T$ 로 구성된 $n_T \times 1$ 전송 신호 벡터 s 가 n_T 개의 전송 안테나를 통해 보내진다. 신호들이 협대역신호이고 채널이 준정적 상태(quasi-static) 즉, 그것이 임의의 길이의 어떤 블록동안 일정하게 유지된 후 한 블록에서 또 다른 블록으로 변하는 상태라는 전제하에, 송수신 신호 사이의 관계는 다음 형태로 표현되어 질 수 있다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (1)$$

이 때, $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{n_R}]^T$ 은 $n_R \times 1$ 수신신호벡터이고, $(\cdot)^T$ 은 전치(轉置-transpose)연산자를 표시하며,

$\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{n_R}]^T$ 는 노이즈분산 σ^2 을 가지는 zero-mean 복소 가우시안 랜덤 변수의 독립적인 샘플들로 모델화되어지는 n_R 개의 수신안테나에서의 노이즈 샘플을 나타낸다. \mathbf{H} 는 $n_R \times n_T$ 채널 매트릭스이다. 이것의 성분들은 실수차원에서 0.5의 등가분산을 가지는 zero-mean 복소 가우시안 랜덤 변수의 샘플들로 모델화되어진 송수신 안테나 사이의 path gain들이다. 또한 개개의 안테나에서 전송된 신호들이 P/n_T

와 동일한 전력을 가지며, 이 때 $\mathcal{E}(s s^H) = \frac{P}{n_T} I_{n_T}$ 이다.

$(\cdot)^H$ 는 매트릭스의 Hermitian transpose를 표시하고, I_{n_T} 는 $n_R \times n_T$ 단위매트릭스를, $\mathcal{E}(\cdot)$ 는 기댓값 연산을 표시한다.

\mathbf{H} 가 완벽하게 수신단에 알려졌다는 가정 하에, 전송된 벡터는 다음에 따라 ML디코더를 사용하여 복구될 수 있다.

$$\hat{s} = \arg \min_{s \in \Omega} \| \mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s} \|^2 \quad (2)$$

이때, Ω 은 전송배열이고, $\| \mathbf{A} \|$ 는 $\| \mathbf{A} \|^2 = \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})$ 로 정의되는 매트릭스 \mathbf{A} 의 Euclidean norm을 표시하고, $\text{tr}(\mathbf{A})$ 는 \mathbf{A} 의 자취를 나타낸다.

III. PSD의 예비처리단계

[14]에서의 확장된 채널 매트릭스와 확장된 수신 신호벡터의 개념에 기초하여, $(n_R + n_T) \times n_T$ 의 확장된 채널 매트릭스 \mathbf{H} 와 $(n_R + n_T) \times 1$ 의 확장된 수신신호벡터 \mathbf{r} 을 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H \\ \beta I_{n_r} \end{bmatrix} \text{ and } \underline{r} = \begin{bmatrix} r \\ 0_{n_r \times 1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

이때 β 는 임의의 실수값이다.

분류된 QR분석[15]을 \underline{H} 에 적용함으로써 다음을 얻을 수 있다.

$$\underline{H} = QR \quad (4)$$

이때 Q는 직교열들을 가진 $(nR + nT) \times nT$ 매트릭스이고 R은 $nT \times nT$ upper triangular 매트릭스이다.

제안된 PSD 디코더는 (2)에 기초한 전송 벡터 s 를 검출하기 보다는, 다음을 사용하여 s 를 검출할 것이다.

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \arg \min_{s \in \Omega} \|v - Rs\|^2 \\ &= \arg \min_{s \in \Omega} \sum_{k=1}^{n_r} |\zeta_k - R_{k,k}s_k|^2 \end{aligned} \quad (5)$$

이때 $v = Q^H \underline{r}$ 은 feed-forward 매트릭스 Q에 의해 필터링된 후의 $nT \times 1$ 수신신호벡터이며,

$$\zeta_k = v_k - \sum_{i=k+1}^{n_r} R_{k,i}s_i \text{ 이다.}$$

(3)으로부터 $\beta = 0$ 이라면, Q와 R은 Zero-forcing DFE의 전,후 필터들이 된다. 반면에 $\beta = \beta_{MMSE} = \sqrt{n_T/\gamma}$, 이때, $\gamma = P/\sigma^2$ 은 각 수신 안테나에서의 SNR인 경우라면, Q와 R은 MMSE-DFE의 전, 후 필터들이 된다. β 는 또한 어떤 영이 아닌 값과 동일해질 수 있다. 그러므로 개발된 예비처리단계 기법은 강화된 MMSE-DFE 예비처리과정이라 불린다. $\beta \neq 0$ 을 선택함으로써 (3)에 있는 증대된 채널 매트릭스 \underline{H} 는 항상 어떤 nR 에 대해 전열계수를 가지게 되므로 모든 양의 대각성분을 가지는 upper triangular 매트릭스 R이 얻어지게 된다. 따라서 E-MMSE-DFE 예비처리과정은 PSD가 수신안테나들의 소정 갯수에 따라 동작할 수 있도록 한다.

IV. PSD의 검색 단계

완벽을 기하기 위해, 우리는 이 장에서도 (5)를 해결하는데 사용된 가정이 적용된다는 전제하에 Pham SD[11]가 어떻게 동작하는지를 우선 간략히 보기로 한다.

1. Pham SD의 동작 원리

Pham SD는 주로 s 의 각 요소들에 대한 좌표경계범위, 즉 각 층의 경계범위의 계산과 경계범위와 깊이우선 BB 알고리즘을 이용한 ML 해법을 위한 검색을 포함하는 개념이다.

좌표경계범위의 계산 : Pham SD에서 $s_k, k = 1, \dots, n_T$ 에 대한 범위는 최초의 SD [10]에 의해 행하여지는 방식과 정확히 같은 방식으로 계산이 된다. [10]에서의 아이디어는 PSK 배열을 동심원의 고리로 표현하는 것인데, 이는 $\rho e^{j\theta}$ 로 정의되며, ρ 는 고리의 반지름, $j = \sqrt{-1}$, 그리고 $\theta \in [0, 2\pi]$ 는 고리 위에 있는 배열점과 관계된 상(phase)이다. s_k 에 해당하는 범위는 배열된 고리와 ζ_k 에 중심을 둔 반지름 C를 가지는 원과의 교차점에 의해 정해지게 된다. 범위를 얻기 위해 다음과 같이 정의 한다.

$$\lambda_k = \zeta_k / R_{k,k} = \frac{1}{R_{k,k}} (v_k - \sum_{i=k+1}^{n_r} R_{k,i}s_i) \quad (7)$$

이때, \hat{s}_i 는 s_i 의 임시 결정값이고, $\hat{\zeta}_k$ 는 $s_i = \hat{s}_i$ 일 때 평가된 ζ_k 값이다. 또한 다음과 같은 양을 정의할 수 있는데,

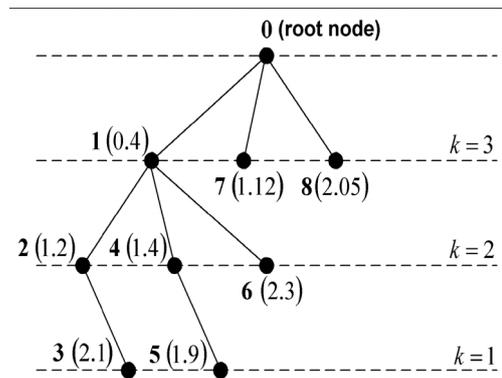
$$\eta = \frac{1}{2\rho|\lambda_k|} (\rho^2 + |\lambda_k|^2 - \frac{C}{R_{k,k}^2}) \quad (8)$$

이때 C는 현재의 원의 반지름이다.

이제, 범위가 다음과 같이 η 에 기초하여 특정된다. $\eta < -1$ 면, 고리 위의 모든 신호 점들은 s_k 를 위한 후보들이 된다. $\eta > 1$ 이면, s_k 를 위한 후보들이 존재하는 고리 위에는 신호점들이 존재하지 않는다. $-1 \leq \eta \leq 1$ 의 경우에는 다음 범위 내에 점의 상들이 존재하는 점들만이 s_k 를 위한 후보들이 되며, θ_{λ_k} 는 λ_k 의 상이고, $0 \leq \cos^{-1} \leq \pi$ 이다.

$$[\theta_{\lambda_k} - \cos^{-1}(\eta), \theta_{\lambda_k} + \cos^{-1}(\eta)] \quad (9)$$

검색 전략 : Pham SD의 검색 전략은 Fig.1에서 $nT = 3$ 인 경우에 대해 그려있다.



<Fig.1>Pham SD의 검색척도 그림.

Fig.1에서는 볼드체 숫자가 검색 과정에 의해서 방문한 노드의 순서를 표시하고 있고, 괄호안의 숫자는 각 점에서 축적된 전체 거리 수치값을 표시하고 있다. Pham SD에서 적당한 해답을 찾은 후 루트노드부터 검색을 다시 시작하기 보다는 새 적당한 해답이 가능한 빨리 얻어질 수 있도록 도달점에 가장 가까운 길을 따라 검색을 계속한다. 예를 들면, 길 0→1→2→3에 대한 첫 번째 적당한 해답을 얻은 후에, 디코더는 $k=2$ 레벨에서 노드4를 선택한다. 한 레벨에서 한 노드를 선택하는 순서는 최상 우선 법칙에 의해 결정된다. 즉, 최소한의 누적된 거리수치값을 가지는 노드가 처음으로 선택된다. 레벨2에서 노드4를 선택함으로써 누적된 수치값이 1.9인 길 0→1→4→5에 의해 지적되는 새로운 적당한 해답을 찾을 수 있다. 새 해답과 현재의 가장 우수한 거리수치값을 업데이트한 후 디코더는 레벨2에서 남아있는 노드6을 선택하고 이 노드의 수치값이 1.9보다 더 크다는 사실을 찾아낸다. 그러므로 그것은 레벨 2에서 검색을 마치고 레벨 3에의 노드7에서 다시 검색을 계속한다. 전체 디코딩과정은 레벨 3의 모든 노드가 방문되거나 이 레벨에서 어떤 노드에 누적된 수치값이 현재의 가장 우수한 거리 수치값보다 우수할 때 끝나치게 된다.

우리는 Pham SD의 동작원리로부터 그것이 각 레벨에서 거리 수치값의 계산과 분류, \cos^{-1} 기능의 평가를 요구한다는 점을 알 수 있다. 이제 우리는 검출 복잡도를 감소시키도록 각 레벨에서의 거리수치값의 분류와 \cos^{-1} 의 계산의 부담을 제거하는 방법을 제안할 것이다.

2. PSD의 검색 단계

Pham SD로부터, 우리는 k 레벨에서 $\eta < -1$ 라면 모든 배열의 점들이 s_k 의 후보가 될 것이라는 것을 보았다. 이런 경우 우리는 \cos^{-1} 의 기능을 평가할 필요가 없다. 이것은 k 레벨에서 Pham SD는 (9)에서의 범위를 계산할 필요 없이 모든 배열의 점들을 고려 대상으로 삼음으로써 수행할 수 있다는 것을 의미한다. 그러나 모든 배열의 점들이 s_k 의 후보들이 될 때 Pham SD는 또 다른 계산상의 병목현상을 만들어 내는 모든 이런 점들의 거리 수치값을 계산하고 분류하여야만 할 것이다. 그러므로, 우리가 할 일은 효과적으로 이 계산상의 문제를 해결하는 것이다. 아래 그림은 k 레벨에서의 모든 배열의 점들의 거리 수치값들을 명확하게 계산하고 분류할 필요 없이 검색테이블에 기초하여 최상우선법칙을 적용하는 방법이다.

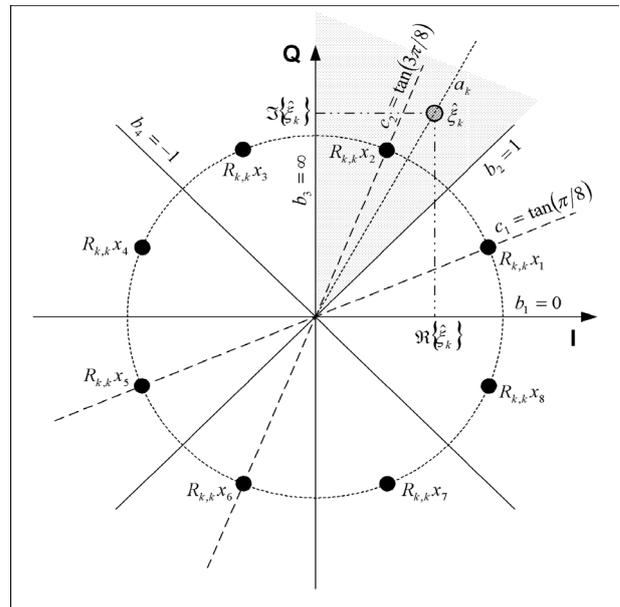
다음과 같이 정의되는 M-PSK 배열을 생각해보자.

$$\Omega = (\rho e^{j \frac{(2n+1)\pi}{M}} : n = 0, 1, \dots, M-1) \quad (10)$$

$x = (x_1, \dots, x_M)$ 을 순서 $n=0, 1, \dots, M-1$ 을 따라 M symbols

$\in \Omega$ 을 포함하는 $M \times 1$ 벡터라고 하자. 식 (6)으로부터 k 레벨에서의 최상 우선 순위를 찾는 문제는 $R_{k,k}x_i, i = 1, \dots, M$ 의 M개의 값들 사이에 어떤 것들이 $\hat{\zeta}_k$ 의 값에 가장 가까이 있는지, 두 번째로 가까이 있는지 등을 결정하는 문제가 된다.

그림에서 우리는 $M=8$ 인 경우를 생각해 보자. Fig.2에서 보여지는 것들은 $R_{k,k}x_i, i = 1, \dots, 8$ 과 복소 평면에 있는 $\hat{\zeta}_k$ 이다. $R_{k,k}$ 가 양의 실수 값이므로, $R_{k,k}x_i$ 의 상들은 모든 i 에 대한 x_i 의 것들과 같다. Fig.2는 [16]원점을 지나는 다른 직선의 경사를 그져 비교함으로써 k 레벨에서의 모든 점들의 최상우선순위를 얻을 수 있는 매우 간단한 방법을 제안한다.



<Fig.2> 8-PSK 배열에 대한 k 레벨에서의 심볼 최상우선순위결정을 위한 그림

우선, 원점을 지나는 직선의 경사와 점 $\hat{\zeta}_k$ 은 다음에서처럼 계산되어 질 수 있다.

$$a_k = \frac{I(\hat{\zeta}_k)}{R(\hat{\zeta}_k)} \quad (11)$$

이때, $R(a)$ 와 $I(a)$ 는 복소 숫자 a 의 실수부와 허수부를 표시한다. 그러면, (11)에서 a_k 를 4개의 3차원적인 직선들 (b -boundaries)의 경사인 b_1, b_2, b_3, b_4 와 비교함으로써, 우리는 점 $\hat{\zeta}_k$ 이 어느 지역에 속하게 되는지를 알 수 있다. 결과적으로 방문된 첫 번째 심볼, 즉 x_l 과 원점과 점 $R_{k,k}x_l$ 을 지나는 직선의 기울기인 c_l 은 쉽게 얻어질 수 있다. 그런 연결 직선들은 c -boundaries라고 불린다. 각각의 PSK 배열이 자기 자신만의 b -boundaries와 c -boundaries를 가지며, 이들은 미

리 알려질 수 있다. 마지막으로 a_k 와 c_l 을 비교함으로써 남아있는 심볼들의 최상우선순위를 어떤 어려움 없이도 얻을 수 있다.

제안된 PSD에서, k레벨에서의 최상우선순위는 x에 있는 신호 점들의 목록지표(index) 형식으로 검색목록 $i_k = (i_1^{(k)}, \dots, i_M^{(k)})$ 에 저장된다. 예를 들면, $i_1^{(k)} = 6$ 은 k레벨에서의 x_6 이 방문된 Ω 에서의 첫 번째 신호 점이 될 수 있을 것이다. 모든 배열의 점들에 대한 거리수치값을 계산하고 분류하는 대신에 제안된 접근을 이용하면, 이 접근은 디코더가 단지 실수 구획에서 k레벨의 신호점의 최상우선순위를 얻도록 해 주기 때문에 훨씬 더 간단하게 처리된다.

V. PSD의 성능과 복잡도에 대한 예비처리 단계의 영향

3장에서, 우리는 파라미터 β 를 이용해 확장된 채널 매트릭스를 정의하였다. 이 장에서는 파라미터 β 가 어떻게 PSD의 성능과 복잡도에 영향을 미치는지를 알아보기로 한다.

1. PSD의 성능에 대한 β 의 영향

(4)에서의 수식 $\underline{H} = QR$, $Q^H Q = I_{n_r}$, $v = Q^H \underline{r}$ 을 이용하여, 다음을 증명한다.

$$\|v - Rs\|^2 = \|\underline{r} - \underline{H}s\|^2 - \underline{r}^H \underline{r} + v^H v \quad (12)$$

따라서 (5)의 결정법칙은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \arg \min_{s \in \Omega} \|v - Rs\|^2 \\ &= \arg \min_{s \in \Omega} \|\underline{r} - \underline{H}s\|^2 - \underline{r}^H \underline{r} + v^H v \\ &= \arg \min_{s \in \Omega} \|\underline{r} - \underline{H}s\|^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$(-\underline{r}^H \underline{r} + v^H v)$ 항이 어떤 $s \in \Omega$ 에 대해서도 상수로 되기 때문에 (13)식이 성립한다. 식(5)와 (13)은 \hat{s} 이 MIMO 시스템에서 전송신호벡터 s 의 평가된 값을 의미한다.

$$\underline{r} = \underline{H}s + \underline{w} \quad (14)$$

이때 $\underline{w} = \begin{bmatrix} w \\ -\beta s \end{bmatrix}$ 는 additive 노이즈이다. 분명히 (14)에서의 MIMO시스템은 일반적으로 $\beta = 0$ 일 때를 제외하고 V-BLAST 시스템(1)과 다르다. (14)에서의 additive 노이즈는 가우시안 성분인 w 와 신호의존 성분인 $-\beta s$ 모두를 포함하고 있다. 그것의 자기상관관계 매트릭스는 다음과 같다.

$$\varepsilon(\underline{w} \underline{w}^H) = \begin{bmatrix} \sigma^2 I_{n_r} & 0 \\ 0 & \beta^2 \frac{P}{n_T} I_{n_T} \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)로부터 그것이 β 의 선택에 따라 \underline{w} 가 color 또는 white가 될 수 있고, 이것은 명백한 비가우시안, 데이터 종속임을 알 수 있다. 결과적으로 이런 면에서 (13)에서의 결정법칙은 차선책이고 따라서 식(5)의 결정법칙 또한 그러하다. 흥미롭게도, β 의 nonzero값에 대해 $\beta = \beta_{MMSE}$ 일 때 \underline{w} 는 white이다. 결과적으로, $\beta = \beta_{MMSE}$ 는 결정법칙(5)를 어느 정도 차선책으로 만들도록 하고 있다.

일반적으로 위의 분석은 어떤 M레벨의 변조 구조로부터 유도된 전송 벡터 s 에 대해서는 사실이다. 이제 또 다른 측면에서 바라보자. $\|\underline{r} - \underline{H}s\|^2 = \|r - Hs\|^2 + \beta^2 s^H s$ 이 등식에 의해 식(13)은 다음과 같이 다시 쓰여 질 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \arg \min_{s \in \Omega} \|v - Rs\|^2 \\ &= \arg \min_{s \in \Omega} \|r - Hs\|^2 + \beta^2 s^H s \end{aligned} \quad (16)$$

s 가 M-PSK배열(10)로부터 유도되었을 때, 주어진 β 가 상수인 $\beta^2 s^H s = \beta^2 \rho^2 n_T$ 식이 성립하므로 (16)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \arg \min_{s \in \Omega} \|v - Rs\|^2 \\ &= \arg \min_{s \in \Omega} \|r - Hs\|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

이 방정식은 PSK신호들에 대해 (5)해답이 (2)해답 또한 될 수 있다는 것을 의미한다. 다시말해 PSK신호에 대해 (5)결정법칙은 최적이다. 따라서, PSK신호를 V-BLAST시스템에서 검출할 때 제안된 PSD는 언제나 β 에 관계없이 최적의 디코더가 된다.

2. PSD의 복잡도에 대한 β 의 영향

이 세분된 장에서는 PSD의 복잡도에 대한 β 의 영향을 정성적으로 조사한다. 단순성을 위해 8-PSK변조된 V-BLAST 시스템을 생각하기로 하자. 시스템에 대해 PSD는 다음을 만족하는 그러한 $s \in \Omega$ 에 대해서만 시험할 것이다.

$$\|v - Rs\|^2 = \sum_{k=1}^{n_r} |\zeta_k - R_{k,k} s_k|^2 \leq C \quad (18)$$

$k=m+1$ 의 단계라고 가정할 때, PSD는

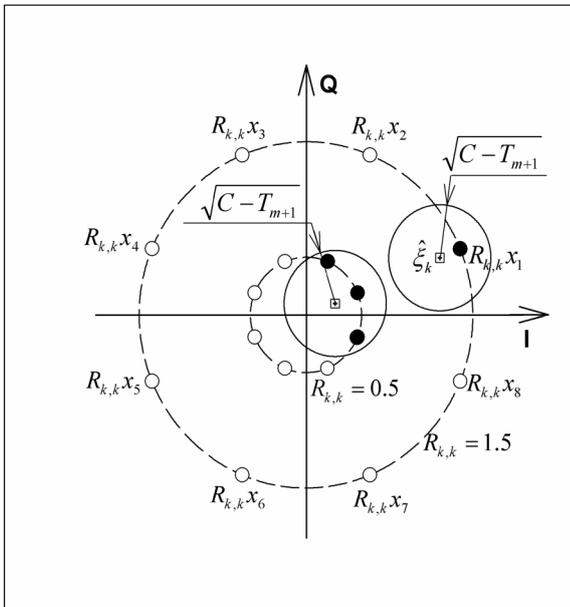
$$T_{m+1} = \sum_{k=m+1}^{n_T} |\hat{\zeta} - R_{k,k} s_k|^2 < C \text{ 이 되도록 전송 심볼}$$

들 s_{n_T}, \dots, s_{m+1} 에 대해 임시의 결정값인 $\hat{s}_{n_T}, \dots, \hat{s}_{m+1}$ 을 성공적으로 선택하였다. 그런 후 $k=m$ 단계에서, $x_i, i=1, \dots, 8$ 인 배열 심볼을 다음을 만족하도록 s_k 에 대한 후보들로서 선택한다.

$$T_{m+1} + |\hat{\zeta}_k - R_{k,k} x_i|^2 < C \quad (19)$$

$$|\hat{\zeta}_k - R_{k,k} x_i|^2 < C - T_{m+1} \quad (20)$$

이 방정식은 복소 평면에서 $R_{k,k} x_i$ 가 그것의 중심과 반지름이 $\hat{\zeta}_k$ 와 $\sqrt{C - T_{m+1}}$ 에 의해 주어지는 원의 내부에 놓인다면, x_i 는 s_k 의 후보가 될 수 있다. 그러므로 고정된 반지름 $\sqrt{C - T_{m+1}}$ 과 어떤 노이즈 분산에 대해 $R_{k,k}$ 는 검출 복잡도에 중요한 역할을 한다. Fig.3에서 보여 지는 것과 같이 큰 값의 $R_{k,k}$ 배열 점들 사이 거리를 더 넓게 만들고 따라서 조사된 신호 점들의 개수가 감소하게 만든다. 반면에 적은 값의 $R_{k,k}$ 는 신호점들 사이의 거리를 감소시키고, 따라서 신호 점들의 개수를 증가 시켜 더 높은 복잡도를 가진다. 왜냐하면 주어진 채널 실수화를 위해서는 $R_{k,k}$ 는 β 에 비례하여야 하고 낮은 검출 복잡도를 갖기 위해 β 에 큰 값이 할당되어야만 하기 때문이다.



<Fig.3> k 층에 방문된 배열점의 개수에 대한 $R_{k,k}$ 의 영향 : 8-PSK modulation

반면에 $(n_T + n_R) \times n_T$ 매트릭스 Q 를 $n_R \times n_T$ 매트릭스

Q_1 과 $n_T \times n_T$ 매트릭스 Q_2 로 나눈다면, (5)에서의 신호 벡터는 다음과 같이 다시 쓰여 질 수 있다.

$$v = Rs + Q_1^H w - \beta Q_2^H s \quad (21)$$

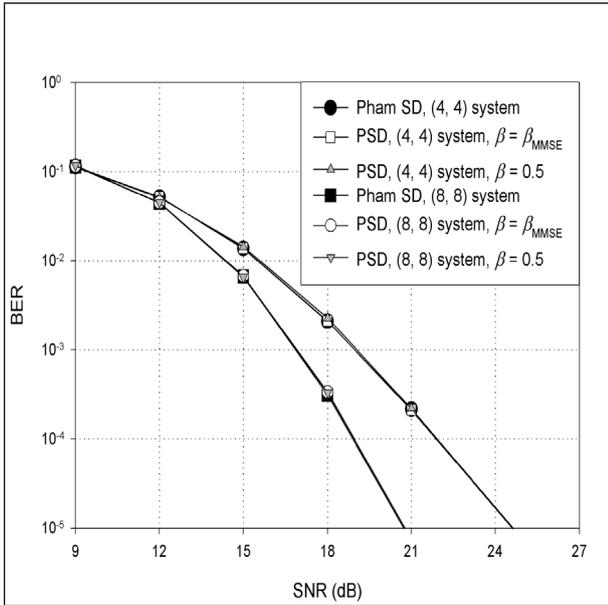
(21)로부터 데이터 의존 노이즈 항인 $\beta Q_2^H s$ 의 전력이 β^2 에 비례한다는 점을 볼 수 있다. 따라서 β 가 크면 노이즈 항의 전력도 커지고 전송 심볼들은 더 불확실해지며 높은 검출 복잡도를 가지게 된다.

상기 분석으로부터 우리는 가장 낮은 검출 복잡도를 가진 PSD를 만드는 최적의 β 값이 존재한다는 결론에 이르게 된다. 그러나 정확한 이론적 분석을 통해 최적의 β 를 찾는 것은 이 논문범주를 벗어나게 되고 앞으로의 연구를 위해 열린 문제로 남겨둔다. 이 논문에서 제한할 수 있는 것은 PSD가 상당한 정도의 낮은 복잡도를 얻기 위해서 β 는 지나치게 큰 값이어서도, 지나치게 작은 값이어서도 안 된다는 점이다.

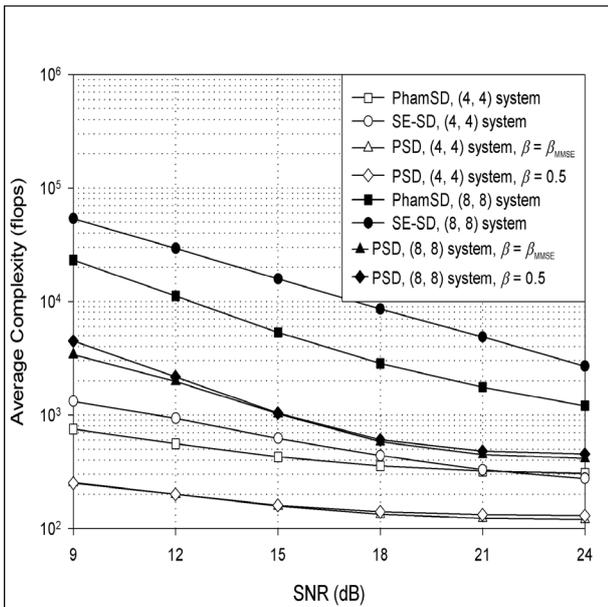
VI. 시뮬레이션 결과와 논의

이 장에서는 다른 PSK변조 구조를 가진 다른 V-BLAST 구조에 제안된 디코더를 적용하여 그것의 성능과 복잡도를 증명하기로 한다. 이 시뮬레이션에서 신호들은 100개의 심볼 구간들의 burst 길이를 가진 burst by burst 형식으로 전송된다. 게다가, 채널 매트릭스 H 는 하나의 burst 이내로 고정되어 있고, 이 burst는 옆의 것으로 랜덤하게 변한다고 가정한다. 그러므로 예비처리단계는 burst마다 한번 수행된다. 최초의 원의 반지름 C 는 100과 같게 설정되어 있다. 어떤 신호점도 구 안에 존재하지 않는다면 반지름은 한 점이 찾아질 때까지 $0.2C$ 의 간격으로 증가할 것이다. 알고리즘들은 모두 floating point C 에 의해 구현되어지고, 그 후 mex파일들로 전환되며 MATLAB 6에서 사용되어진다. 우리는 복잡도를 측정하는데 floating 점 연산자(flops)의 개수를 사용한다. 즉, 합, 차, 곱, 나누기 그리고 \cos^{-1} 연산자를 사용한다. 우리는 예비처리단계의 복잡도는 고려하지 않고 검색 단계의 flops들만을 세기로 한다.

Fig.4와 Fig.5는 8-PSK변조를 적용하고 있는 (4), (8) 시스템에서 Schnorr-Euchner sphere 디코더(SE-SD)[6]에서와 Pham SD에서의 bit error rate(BER)성능과 복잡도를 PSD의 것들과 비교한 것이다. SE-SD는 무효 후보들을 제거하기 위해 [9]에서 Cui등에 의해 제안된 방법을 짜 넣은 것이다. Fig.4에서 보여 지는 것과 같이 $\beta = \beta_{MMSE}$ 에서뿐만 아니라 $\beta = 0.5$ 에서도 PSD의 성능은 거의 Pham SD의 성능과 동일하다. 제안된 PSD가 어떠한 값의 β 에 대해서도 최적의 디코더라는 점은 명백하다. 게다가 Fig.5로부터 SE-SD, Pham SD와 비교해 볼 때 PSD에 의해 제공되는 복잡도가 두드러



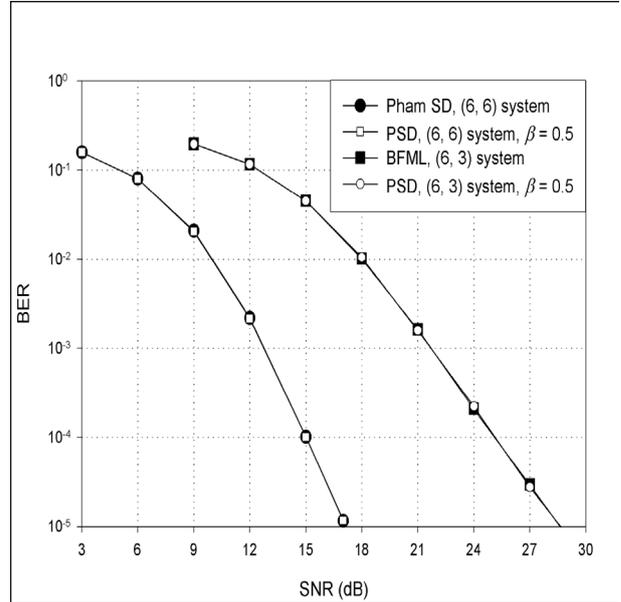
<Fig.4> (4, 4) 와 (8, 8) 시스템에서의 Pham SD와 PSD의 성능 ; 8-PSK.



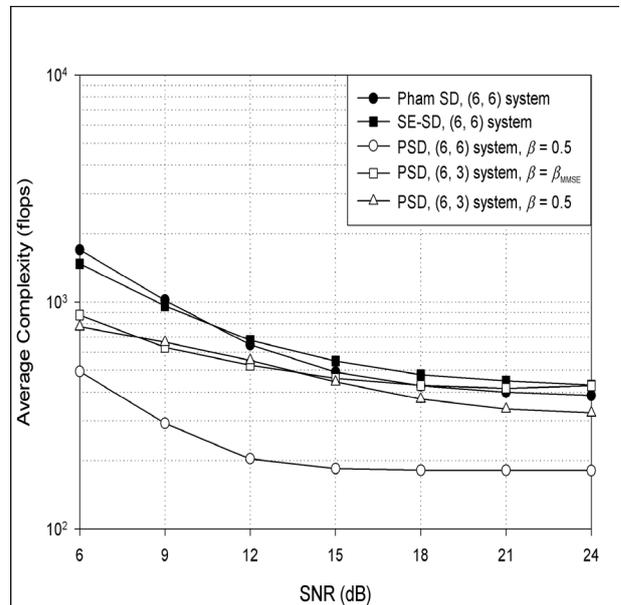
<Fig.5>(4, 4) and (8, 8)시스템에서의 Pham SD, SE-SD, PSD의 SNR에 대한 복잡도 ; 8-PSK.

지게 감소함을 알 수 있다. 예를 들어, SNR=24dB이고, $\beta = \beta_{MMSE}$ 일 때, PSD의 복잡도는 (4,4), (8,8)시스템에서의 Pham SD의 복잡도보다 대략 2.5배와 2.9배 더 낮아진다. 동일한 시뮬레이션 조건에 대해서 PSD의 복잡도는 SE-SD의 복잡도 보다 약 2.3배와 5.9배 더 낮아진다. SE-SD가 PSK 변조 MIMO시스템에 적용되는 경우 그것은 보통의 경우보다 배열에 있어서 더 많은 신호점들을 다뤄야만 한다는 점은 강조할 가치가 있다. 예를 들어, 그것이 8 PSK 변조 신호를 검출하는 경우 그것은 16개의 신호 점들의 등가 배열을 다루어

야만 하고 이는 비능률적인 복잡도를 가진 알고리즘을 만들어 낸다. Fig.5에서의 시뮬레이션 결과는 또한 β 가 0.5로 고정된 경우 복잡도가 상당히 감소되고 SNR의 범위는 넓어짐을 보여준다.



<Fig.6> (6, 6) and (6, 3) 시스템에서의 BFML, Pham SD, and PSD의 BER곡선 ; 4-PSK.



<Fig.7> (6, 6) and (6, 3) 시스템에서의 Pham SD, SE-SD, PSD의 복잡도 ; 4-PSK.

Pham SD, SE-SD와 달리 PSD는 $nR < nT$ 를 갖는 시스템의 경우, 즉 미결의 V-BLAST시스템에 대해서도 동작할 수 있다. Fig.6에서는 4 PSK 변조를 가지는 (6,6), (6,3)시스템에서 BFML, Pham SD, 그리고 PSD의 BER커브를 나타내고 있다.

Fig.6로부터 PSD는 미결의 (6,3)시스템에서는 BFML의 것과 거의 같은 성능을 가짐을 알 수 있다.

중요한 점은 PSD가 상대적으로 낮은 복잡도로 ML과 같은 성능을 (6,3)시스템에 제공한다는 것이다. Fig.7에서 그려진 것과 같이 (6,3)시스템의 PSD의 복잡도는 낮은 SNR의 (6,6) 시스템에서의 Pham SD와 SE-SD 둘 다의 것보다도 더 낮다. 게다가 Fig.7은 (6,3)시스템에서 $\beta = 0.5$ 의 경우는 높은 SNR에서 $\beta = \beta_{MMSE}$ 의 경우보다 시스템이 더 낮은 복잡도를 갖도록 한다. 그러므로 미결의 시스템에 대해 높은 SNR에서 $\beta = \beta_{MMSE}$ 를 선택하는 것은 더 낮은 단계에서 작은 대각행렬 요소가 만들어져서 결국 큰 복잡도가 생기게 만든다. 미결의 V-BLAST 시스템들은 대개 높은 SNR에서 동작하기 때문에 상당한 정도의 낮은 복잡도를 얻기 위해서는 β 는 PSD가 그러한 시스템에서 신호들을 검출하는데 사용되는 때에 적절한 상수로 선택되어야 한다.

VII. 결론

PSD라 불리는 계산 효율이 우수한 sphere decoder는 V-BLAST 시스템에서 PSK신호들을 검출하는데 제안된다. PSD는 예비처리 단계와 BB기반의 검색 단계로 구성된다. 예비처리단계의 핵심은 선택 가능한 파라미터인 β 에 따른 E-MMSE-DFE기법이다. β 는 PSD의 최적화에는 영향이 없는 것으로 보여져 왔다. 그럼에도 불구하고 그것은 PSD의 복잡도를 결정하는 데는 결정적인 역할을 한다. 정성적 분석은 PSD가 가장 낮은 복잡도를 갖도록 만드는 최적의 β 가 존재함을 보여준다. 그러나 정확한 최적의 β 를 이론상으로 찾아내는 문제는 앞으로의 연구를 위해 열린 상태로 남겨 두었다. 시뮬레이션 결과는 거의 동일한 BER 성능을 가지는 동안에도 제안된 PSD는 $\beta = \beta_{MMSE}$ 인 경우나 β 가 0.5로 고정된 경우까지도 Pham SD와 SE-SD의 것보다도 상당히 낮은 평균 복잡도를 제공함을 보여준다.

참고문헌

[1] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas" *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311-335, 1998.

[2] G. D. Golden, G. J. Foschini, R. A. Valenzuela, P. W. Wolniansky, "Detection algorithm and initial laboratory results using the V-BLAST space-time communication architecture," *Electronics Letters*, vol. 35, no. 1, pp. 14-15, Jan. 1999.

[3] E. Viterbo and J. Boutros, "A universal lattice code decoder for fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1639-1642, July 1999.

[4] M.O. Damen, A. Chkeif, and J. Belore, "Lattice code decoder for space-time codes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, pp. 161-163, May 2000.

[5] E. Agrell, T. Eriksson, A. Vardy, and K. Zeger, "Closest point search in lattices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, no. 8, pp. 2201-2214, Aug. 2002.

[6] M.O. Damen, H.E. Gamal, and G. Caire, "On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no. 10, Oct. 2003.

[7] B. Hassibi and H. Vikalo, "On the sphere-decoding algorithm I. Expected complexity," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 2806-2818, Aug. 2005.

[8] A. M. Chan and I. Lee, "A new reduced-complexity sphere decoder for multiple antenna systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, vol. 1, pp. 460-464, May 2002.

[9] T. Cui and C. Tellambura, "Joint channel estimation and data detection for OFDM systems via sphere decoding," in *IEEE Proc. Globecom'04*, vol. 6, pp. 3656-3660, Dec. 2004.

[10] B.M. Hochwald and S.T. Brink, "Achieving near-capacity on a multiple-antenna channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 3, Mar. 2003.

[11] D. Pham, K. R. Pattipati, P. K. Willett, and J. Luo, "An improved complex sphere decoder for V-BLAST systems," *IEEE Signal Process. Letter*, vol. 11, no. 9, pp. 748-751, Sep. 2004.

[12] J. Luo, K. Pattipati, P. Willett, and L. Brunel, "Branch-and-bound-based fast optimal algorithm for multiuser detection in synchronous CDMA," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, vol. 5, pp. 3336-3340, May 2003.

[13] A. D. Murugan, H. E. Gamal, M. O. Damen, and G. Caire, "A unified framework for tree search decoding: rediscovering the sequential decoder," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, no. 3, Mar. 2006.

[14] D. Wübben, R. Böhneke, V. Kühn, and K. D. Kammeyer, "MMSE Extension of V-BLAST based on sorted QR decomposition," in *IEEE Proc. VTC 2003-Fall*, vol. 1, pp. 508 - 512, Oct. 2003.

[15] D. Wübben, R. Böhneke, J. Rinas, V. Kühn, and K. D. Kammeyer, "Efficient algorithm for decoding layered space-time codes," *IEE Electronic Letters*, vol. 37, no. 22, pp. 1348-1350, Oct. 2001.

[16] Minh-Tuan Le, Van-Su Pham, Linh Mai, and Giwan Yoon, "Rate-One Full-Diversity Quasi-Orthogonal STBCs with Low Decoding Complexity," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E89-B, no. 12, pp. 3376-3385, Dec 2006.