

ALM 방법에 의한 비정렬 점성 격자의 유화 기법

이봉주*·김병수**

A New Smoothing Method of Unstructured Viscous Grid for ALM Method

Bong-Ju Lee* and Byoungsoo Kim**

Key Words : Unstructured Grid Generation(비정렬 격자 생성), Advancing Layer Method(레이어 전진 기법), Grid Smoothing(격자 유화), Vector Smoothing method(벡터 유화 기법)

Abstract

In this paper a new smoothing method of unstructured viscous grid which can be useful when the ALM(Advancing Layer Method) method is used to generate volume grids of prism cells starting with unstructured triangular surface grids. According to the new method two layers of prism cells in the advancing direction which are found by the vector smoothing method are first generated, and then the position of nodes along the middle layer are adjusted by using spring analogy. It is found that the proposed method improves grid quality of the unstructured viscous volume grids for body shape with convex and concave corners.

1. 서론

컴퓨터 기술의 발전과 수치해석 기법의 발달에 힘입어 전산 유체역학 기법은 예전보다도 더욱 효과적이고도 중요한 유체역학 연구 기법의 하나로 자리 잡아 가고 있고, 그 활용도는 매우 높아지고 있다. 이러한 추세에 따라 전산유체역학 기법을 활용한 계산 대상 문제의 복잡성 또한 높아지고 있는데, 대상 문제의 기하학적 복잡성이 높아질수록 유동계산에 필수적인 격자 생성 작업의 난이도도 높아지게 되게 된다.

정렬 격자계가 전통적으로 전산유체역학에서 많이 사용되어 왔고, 그 장점 또한 여러 가지가 있으나 복잡한 형상의 유동장에 대한 정렬 격자 생성시 현재까지도 완전히 해결되지 않은 수작업의 필요성이나 격자 생성에 소요되는 시간과 인력, 그리고 그로 인한 엔지니어링 사이클 단축의 어려움 등 정렬 격자의 장점을 희석시키는 해소되지 않은 문제점들로 인하여 비정렬 격자의 활용이 예전에 비하여 더욱 관심을 얻고 있다.

비정렬 격자는 정렬 격자에 비하여 그 특성상 격자점 분포의 유연성이 매우 높아서 복잡한 형상의 물체 주위에 대한 격자 생성도 상대적으로 용이하게 할 수 있고, 나아가 격자 생성 작업의 자동화에 있어도 정렬 격자에 비하여 구현 가능성이 훨씬 높다 하겠다. 비정렬 격자에 사용되는 격자셀의 형태로는 2차원 격자의 경우 삼각형 격자와 사각형 격자가 일반적이는데, 본 논문에서는 표면 격자계는 삼각형셀로 구성된 비정렬 격자를 이용하는 것을 전제로 3차원의 점성 유동장 계산에 적절한 비정렬 체적 격자계를 생성함에 있어서 레이어 전진 기법(ALM, Advancing Layer Method)을 이용할 때 양질의 격자계를 얻기 위하여 필요한 격자 유화 기법의 하나로서 2-레이어 유화 기법(2-layer smoothing method)을 제안하고자 한다.

2. 비정렬 점성 격자의 생성 및 유화 기법

3차원 유동장 계산에 많이 사용되는 비정렬 체적 격자계는 각 격자셀의 형상이 사면체인 격자계를 주로 이용하는데, 점성 유동의 경우 물체 표면 근처의 점성 경계층 계산의 정확도를 높이기 위해서는 물체 표면 법선 방향으로의 격자 간격이 매우 작아야 하고, 사면체 격자계를 이용하면서 이러한 조건을 만족시키기 위해서는 사면체 격자셀을 점선 방향에 비하여 법선 방향으로 매우 작은 형태를 써야 하는데, 이 경우는 격자질이 매우 나빠지게 되므로 결과적으로 유동장의 계산 결과에 악영향을 가져오게 된다. 물론, 격자의 질을 유지하면서 이러한 점성 유동장을 계산할 수 있는 격자로서 법선 방향과 점선 방향의 격자셀의 크기를 비슷하게 생성하는 방법도 있겠지만, 그 경우는 물체 표면 근처에서의 격자셀의 크기가 매우 작아지게 되고 많은 경우 효율적인 계산이 불가능할 정도의 많은 수의 격자셀을 필요로 하는 결과가 초래된다.

이런 문제의 해결 방법으로 많이 이용되는 격자계가 프리즘 격자와 사면체 격자를 이용하는 혼합 격자계이다.[1-4] 즉, 물체 표면에서부터 점성 경계층 바깥 적절한 높이까지는 물체 표면상의 삼각형 격자를 밑면으로 하는 프리즘 격자계로 채우고, 그 바깥 영역은 점성의 효과가 크지 않은 영역이므로 사면체 격자를 이용하여 채우는 방법이다. 물체 표면에 분포된 비정렬 삼각형 격자를 이용하여 표면에 수직한 방향으로 프리즘 격자를 한 층씩 차례로 적층하는 방식으로 생성하는 방법이 바로 ALM 기법이고, 본 연구에서도 기본적으로 이 기법을 이용하여 점성 격자계를 생성한다.[5]

2.1 Advancing Layer Method

비정렬 점성 격자계의 생성을 위하여 사용되는 ALM 기법에서는 레이어상의 각 노드점의 진행 방향을 적절히 잡는 것이 격

* 충남대학교 대학원, prodigy2@nate.com

** 충남대학교 항공우주공학과, kbskbs@cnu.ac.kr

자 질을 결정하는 매우 중요한 관건이다. 삼각형셀들로 구성된 표면 격자에서의 각 노드에 수직한 법선 벡터는 기하학적으로 해당 노드를 공유하고 있는 주변 셀들의 법선 벡터들을 각 셀의 꼭지각의 크기를 가중치로 하여 가중 평균을 함으로써 어렵지 않게 구할 수 있다. 그러나 이렇게 구해진 법선 벡터 방향으로 각 노드점의 전진이 이루어진다고 할 때 양의 곡률을 갖는 표면(즉, 밖으로 볼록한 표면)에서는 프리즘을 구성하는 표면 수직 방향 격자선이 바깥으로 전진할수록 점점 벌어지게 되어 격자의 질에 악영향을 미치게 된다. 더구나 이보다도 더 심각한 문제는 음의 곡률 부분에서 나타나는데, 음의 곡률(즉, 안으로 오목한 표면)이면 레이어상의 서로 다른 위치의 노드들이 직접은 아니라도 비스듬하게라도 서로를 향하고 있다는 것을 의미한다. 이는 곧 각 노드 자체의 법선 방향으로 진행해나가면 프리즘 격자가 생성되어 가면 전진이 이루어질수록 점점 서로 가까워지게 되고 결국에는 격자선 겹침이 일어나게 된다. 이는 곧 음의 체적을 갖는 격자셀이 만들어 진다는 것이고, 그러한 격자계는 정확한 유동장 계산에 사용될 수 없다.

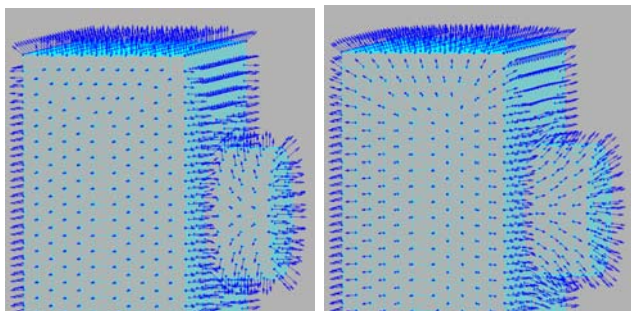
따라서, 각 노드의 전진 방향 벡터가 주변 상황에 맞게 적절히 수정되어야 하는데, 그러한 기법 중의 하나가 진행 벡터 유연화 기법으로서 각 노드에서의 전진 벡터에 대한 Laplace 방정식의 해를 구하는 방법에 해당하고, 그 수치적 구현은 다음과 같은 식의 반복 계산을 통한 Laplacian 벡터 유화 과정이 이루어진다.[6,7]

$$\vec{v}_p^{t+1} = (1-\omega)\vec{v}_p^t + \frac{\omega}{N_p} \sum_{n=1}^{N_p} \vec{v}_n^{t-1} \quad (1)$$

여기서 \vec{v}_p 는 물체 표면의 임의의 p점에서의 표면벡터, \vec{v}_n 은 n번째 근접 격자점의 표면벡터, t는 반복 계산 회수, N_p 는 p점에 연결된 점들의 수, ω 는 relaxation parameter를 나타낸다. 이러한 벡터 유화 적용의 예를 Fig. 1에서 보여주고 있는데, Fig. 1(a)에서는 육면체와 실린더가 합쳐진 물체의 표면 삼각형 격자와 벡터 유화 과정을 거치기 전의 기하학적인 수직 벡터를 보여주고 있고, Fig. 1(b)에서는 위의 벡터 유화식을 이용하여 적절한 회수의 반복계산을 적용한 결과의 유화 수정된 격자점 전진 벡터를 보여주고 있다.

2.2 Two-Layer Smoothing Method

앞에서 살펴본 벡터 유화 기법은 레이어 상의 노드의 진행 방향을 바꿔줌으로써 양의 곡률 부분에서 격자선이 바깥 방향으로 서로 벌어지거나 음의 곡률 부분에서 격자선이 서로 겹치게 되는 것을 막아주는 효과가 있긴 하지만, 물체의 형상이 매우 복잡한 경우 이 벡터 유화만으로는 강건하게 양질의 격자를 생



(a) Normal vectors (b) After smoothing

Fig. 1 Laplacian advancing vector smoothing

성하기가 쉽지 않다. 더구나 이 벡터 유화의 결과로 물체 표면에서의 수직 방향 격자선이 표면의 직교성이 나빠지게 되는 손해를 감수해야 한다는 점도 있는데, 이는 곧 유동 변수의 급격한 변화가 있는 경계층 내에서 격자 질을 양보를 하는 것임으로 가능하다면 피하는 것이 좋을 것이다.

본 연구에서는 이러한 벡터 유연화가 가지고 있는 문제점을 해결할 수 있는 새로운 기법으로서 2-레이어 유연화 기법(2-layer smoothing method)을 제안하고자 한다. 새로운 기법은 ALM 기법을 이용하여 자체 법선 방향으로 노드점들을 진행시켜서 구성되는 두개의 레이어를 이용하여 첫 번째 레이어의 노드점의 새로운 위치를 보정하는 방법이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{r}_{p,i}^{t+1} = (1-\omega) \left(\frac{\vec{r}_{p,i-1} + \vec{r}_{p,i+1}}{2} \right) + \frac{\omega}{N_p} \sum_{n=1}^{N_p} \vec{r}_{n,i}^t \quad (2)$$

여기서 \vec{r} 은 노드점의 위치 벡터를 의미하고, 하첨자의 (p,i) 에서 첫번째 p는 현재 위치 보정을 하고 있는 대상 노드를, 그리고 두번째 i는 레이어를 의미하는 것으로서 i-1 과 i+1 레이어는 각각 직전 레이어와 새로 만들어진 두번째 레이어를 의미한다. 상첨자 t는 반복 계산 횟수를 의미한다. N_p 은 현재의 대상 노드의 주변에 있는 이웃 노드의 갯수를 의미한다. 이 식에 사용된 기하학적 관계를 설명의 편의를 위하여 2차원의 예로서 그림 2에서 보여주고 있다. 레이어 i-1 은 현재의 표면 격자들을 의미하고, 레이어 i는 새로이 생성하고자 하는 격자층을 의미한다. 그리고 레이어 i+1은 2-레이어 유화 기법에서 사용하기 위하여 여분으로 생성한 추가적인 격자층을 의미한다.

한편 앞의 Laplacian 벡터 유연화 식(1)에서의 under-relaxation factor ω 는 사용자가 경험적으로 지정하는 상수인데 반하여, 식 (2)의 2-레이어 유연화에서의 ω 는 다음과 같은 식으로 구한다.

$$\omega = \max(0, \min(\cos(\theta_{i-1}), \cos(\theta_{i+1}))) \quad (3)$$

이 식은 $\vec{r}_{p,i}$ 의 위치가 자신의 출발 위치인 $\vec{r}_{p,i-1}$ 이나 다음 예정 위치인 $\vec{r}_{p,i+1}$ 를 벗어나지 않도록 함으로써 격자선 겹침을 막기 위한 것이다. 즉 $\cos(\theta_{i-1})$ 은 새로운 점 $\vec{r}_{p,i}$ 가 출발점인 $\vec{r}_{p,i-1}$ 보다 반대쪽으로 가면 격자선 겹침이 발생하게 되는 것이 되므로 그러한 경우 ω 를 0으로 만들게 되고, $\cos(\theta_{i+1})$ 는 비슷한 이유로 반대쪽에서 그러한 일이 생기는 것을 막기 위한 것이다. 여기서 θ_{i-1} 은

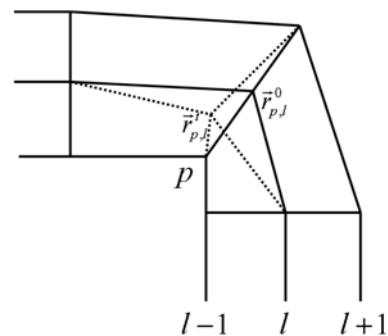


Fig. 2 Two-layer smoothing method for ALM prism grid generation

$vec(\vec{r}_{p,i}^0 - \vec{r}_{p,i-1}^0) = \vec{V}_{i-1}^0$ 과 $vec(\vec{r}_{p,i}^t - \vec{r}_{p,i-1}^t) = \vec{V}_{i-1}^t$ 이 이루는 각도이고, θ_{i+1} 은 $vec(\vec{r}_{p,i}^0 - \vec{r}_{p,i+1}^0) = \vec{V}_{i+1}^0$ 과 $vec(\vec{r}_{p,i}^t - \vec{r}_{p,i+1}^t) = \vec{V}_{i+1}^t$ 이 이루는 각도를 의미한다. 즉, 이를 다음과 같이 표현할 수 있겠다.

$$\cos(\theta_{i-1}) = \vec{V}_{i-1}^0 \cdot \vec{V}_{i-1}^t \quad (4)$$

$$\cos(\theta_{i+1}) = \vec{V}_{i+1}^0 \cdot \vec{V}_{i+1}^t$$

일반적으로 점성 경계층 부근의 유동 계산을 위해서 물체 표면 근처의 격자 간격은 표면에서의 첫 번째 격자점의 간격을 지정하고 표면 수직 방향으로 격자 간격의 증가율을 지정함으로써 표면 근처에서는 밀집된 격자를 분포시키되 바깥으로 나아갈 수록 그 간격이 점차로 커지는 형태의 격자 분포를 이용한다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같은 식을 이용한다.

$$\delta_i = \delta_0(1+r)^i \quad (5)$$

여기서 δ_i 은 i 번째 격자층의 두께를 의미하고, δ_0 은 물체 표면에서의 첫 번째 레이어의 두께, 그리고 r 은 이웃한 두 격자층 간의 두께 증가율을 의미한다.

본 연구에서 제안하는 2-레이어 유연화의 특징을 확인하기 위하여 그림 3(a)와 같이 육면체와 반구가 붙어있는 물체 주위에 표면 삼각형 격자로부터 프리즘 격자를 ALM 기법으로 생성한 결과를 벡터 유연화 방법으로 생성한 결과와 비교하여 보았다. 그림 3(a)에서는 물체 모양을 비정렬 삼각형 표면 격자 형태로 보여 주고 있다. 우선 Laplacian 벡터 유연화 기법을 적용하여 생성된 결과 격자를 확인하기 위하여 물체가 대칭형임을 이용하여 대칭면에서의 ALM 결과인 프리즘 격자의 단면을 그림 3(b)에서 보여주고 있다. 반면에 그림 3(c)에서는 본 연구에서 제안하는 2-레이어 격자 유화 기법을 사용한 결과로서 전반적으로 부드러운 분포를 보여주고 있다.

그림 3(b)의 벡터 유연화 기법과 그림 3(c)의 2-레이어 유연화 기법에 의한 결과를 비교해보면, 벡터 유연화 기법은 진행 벡터의 방향을 바꿔줌으로써 오목한 코너 부근에서의 격자선의 겹침이나 불룩한 코너 부근에서의 격자선 벌어짐을 막아주는 효과는 있지만 각 레이어간 진행 거리, 즉 격자의 높이는 미리 주어진 값, 즉 식(5)에 의해서 정해진 값이 사용되고 있고, 이러한 특성은 오목한 코너 근처에서 격자선 겹침을 피할 수 없게 만드는 중요한 약점이 된다.

반면 그림 3(c)의 2-레이어 유연화 기법의 경우 편평한 부근에서는 격자 간격이 식(5)에 의해서 주어진 값을 유지하면서 불룩한 코너 근처에서는 실제 사용되는 격자 간격이 식(5)에 의해서 주어진 값보다 작아지고 오목한 코너 근처에서는 커지고 있음을 알 수 있다. 이러한 효과가 전체적으로 격자의 분포를 원만하게 만드는 결과를 가져오게 된다. 또 한 가지 지적할 점은 2-레이어 유연화 기법의 결과에서는 표면에 수직된 격자선들이 물체 표면상의 대부분의 위치에서 표면에 대한 직교성을 유지하고 있는 반면 벡터 유연화의 결과는 코너에 가까운 곳일수록 직교성이 흐트러지고 있음을 보여주고 있다.

이러한 결과로부터 2-레이어 유연화 기법이 전반적으로 부드러운 분포의 격자 생성 능력이 기존의 벡터 유연화 기법에 비하여 우수함을 확인할 수는 있으나, 앞에서 제안한 2-레이어 유연화 방법만으로는 수직 방향 노드들 간의 겹침만 방지하고 있고,

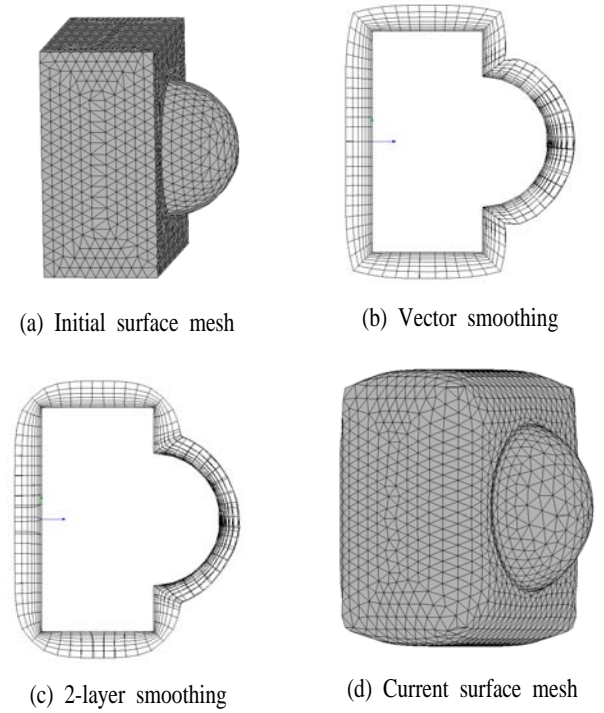


Fig. 3 Comparison of vector smoothing and 2-layer smoothing

주변 노드들과의 겹침에 대한 방지는 할 수 없다는 문제점이 있음을 알 수 있다. 이러한 문제점은 그림 3(c)의 결과에서 반구의 모서리가 육면체와 만나는 경계 부근인 오목한 코너 근처에서 나오는 격자선들이 점점 모이고 있고, ALM 기법으로 좀 더 전진을 시키면 결국 격자선 겹침이 발생하게 된다. 그림 3(d)는 2-레이어 유연화 기법을 적용하여 그림 3(c)의 체적 격자까지를 전진 생성하였을 때의 최외곽 표면 격자를 보여주고 있다. 그림에서 삼각형 격자셀들이 문제의 오목한 코너로부터 진행된 영역에서는 매우 찌그러진 형태임을 알 수 있다.

3. 보완된 2-레이어 유화 기법

본 연구에서는 위에서 나타난 문제점의 해결 방안으로 벡터 유연화 기법과 2-레이어 유연화 기법을 혼합한 방법의 가능성을 추가로 제안한다. 즉, 벡터 유연화 기법과 2-레이어 유연화 기법은 나름의 장점이 있는데, 그 중 벡터 유연화 기법의 경우 코너 근처에 있는 격자점에서의 법선 벡터를 주변 법선 벡터들과의 Laplacian 유화를 통하여 진행 방향의 수정이 이루어질 수 있다는 점이다. 이를 적절히 활용하면 오목한 코너나 불룩한 코너에서의 격자의 겹침이나 질 저하를 개선할 수 있다. 다만, 물체 표면 근처부터 벡터 유화를 적용할 경우 2-레이어 유연화 기법의 장점인 격자선 직교성이 훼손될 수 있으므로 물체 표면 근처에서는 최소한의 벡터 유화를 적용하고, 레이어의 진진이 하나씩 이루어질수록 점차로 벡터 유연화의 적용 정도를 증가시키는 방법을 사용한다. 이때 벡터 유연화의 적용 정도는 벡터 유연화 관계식인 식(1)에서 반복 계산횟수인 t 를 작게 또는 크게 함으로써 조절할 수 있다. 즉, 벡터 유연화와 2-레이어 유연화의 혼합 기법의 경우 식(2)의 유연화 계산을 하기 전에 생성하는 초기 2-레이어 격자점의 위치를 기하학적인 법선 벡터를 이용하여 계산하는 대신에 식(1)의 벡터 유화를 통하여 얻어진 수정된 벡터를 이용한다. 이를 식으로 정리하면 다음과 같다.

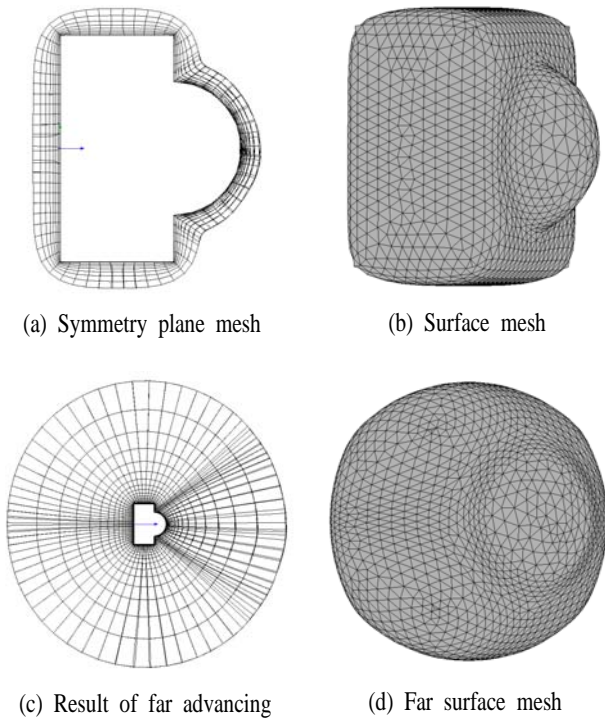


Fig. 4 Result of the augmented 2-layer smoothing method

$$\begin{aligned} \vec{r}_{p,l}^0 &= \vec{r}_{p,l-1} + \delta_l \times \vec{v}_p^t \\ \vec{r}_{p,l+1} &= \vec{r}_{p,l-1} + 2\delta_l \times \vec{v}_p^t \end{aligned} \quad (6)$$

이처럼 수정 전진 벡터를 이용하는 혼합 기법을 “보완된 2-레이어 유화 기법”(Augmented 2-layer smoothing method)라고 부르기로 한다. 그림 4에 앞에서 예로 들었던 형상에 대해서 보완된 2-레이어 유화 기법을 이용하여 ALM 기법으로 생성된 결과 격자들을 보여주고 있다. 그림 4(a)의 경우 그림 3(b)나 3(c) 등과 비교했을 때 여전히 전체적인 원만성을 유지하면서도 앞의 격자에서 발생되고 있는 격자 겹침 문제가 해소되어 있음을 알 수 있다. 이러한 사실은 그림 4(b)의 외곽 표면 격자를 보면 그림 3(d)에 비하여 반구와 면이 만나는 부근의 격자셀들의 비틀림이 훨씬 개선되었음으로부터도 확인할 수 있다. 앞서서도 설명하였듯이 비정렬 격자에 의한 점성 유동장 계산의 경우 벽면 근처의 점성 영역에서는 점성 계산에 적절한 프리즘 격자와 비점성 영역에서는 사면체 격자를 혼용하는 혼합 격자계를 사용하는 것이 효율적이라고 하였다. 따라서 본 연구에서 제안하고 있는 격자 유화 기법을 이용한 프리즘 형태의 비정렬 점성 격자계는 물체 표면에서부터 점성 영향이 크지 않은 경계층 바깥 적절한 높이까지만 적용하고, 그 너머는 사면체 격자계를 전통적인 격자 생성 기법을 이용하여 생성하면 된다. 그러나 본 기법의 강건성을 확인하기 위하여 프리즘 격자를 아주 먼 바깥 영역까지 계속 전진 하면서 생성한 결과를 그림 4(c)와 4(d)에서 보여 주고 있

는데, 겹침이 없는 매우 원만한 격자가 얻어지고 있음을 알 수 있다. 이 결과로부터 본 연구가 제안하는 2-레이어 격자 유화 기법이 ALM 기법에 의한 프리즘 격자 생성에 매우 효과적으로 사용될 수 있음을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 물체 표면에 분포된 비정렬 삼각형 격자로부터 ALM(레이어 전진 기법) 방법에 의한 프리즘 격자 생성시에 물체 형상이 복잡한 경우 종종 문제가 되는 격자선의 겹침 문제나 격자의 질 저하 등을 개선할 수 있는 새로운 격자 유화 기법으로서 2-레이어 유연화 기법을 제시하였다. 본 연구에서 제안한 2-레이어 유연화 기법은 ALM 기법의 활용에 있어서 기존의 벡터 유연화의 대체 기법으로 활용 가능성이 매우 높음을 확인할 수 있었다.

후기

본 연구는 산업자원부 한국형헬기 민군겸용구성품개발사업(KARI 주관) 위탁연구결과 중 일부이며, 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Kallinderis, Y., "A 3-D Finite-Volume Method for the Navier-Stokes Equations with Adaptive Hybrid Grids," Applied Numerical Mathematics, Vol. 20, 1996, pp. 387~406.
- [2] Mavriplis, D. J., and Venkatakrishnan, V., "A Unified Multigrid Solver for the Navier-Stokes Equations on Mixed Element Meshes," International Journal for Computational Fluid Dynamics, Vol. 8, 1997, pp. 247~263.
- [3] Nakahashi, K., Sharov, D., Kano, S. and Kodera, M., "Applications of Unstructured Hybrid Grid Method to High-Reynolds Number Viscous Flows," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 31, 1999, pp. 97~111.
- [4] Kallinderis, Y., Khawaja, A., and McMorris, H., "Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flows Around Complex Geometries," AIAA J. Vol. 34, 1996, pp. 291~298.
- [5] Pirzadeh, S., "Three-Dimensional Unstructured Viscous Grids by the Advancing-Layers Method," AIAA Journal, Vol. 34, No.1, 1996, pp. 43-49.
- [6] 권오준, 김병수, 주로터 및 꼬리로터 시스템 공력 해석, 연차보고서, 항공우주연구원, 2007.1.30
- [7] 권오준, 김병수, 주로터 및 꼬리로터 시스템 공력 해석, 2차년도 연차보고서, 항공우주연구원, 2008.1.30