

## 확장 칼만 필터 기반 전기임피던스 단층촬영법을 이용한 다상유동장 가시화

이정성\*, Nauman Muhammad Malik\*\*, Santhosh Kumar Subramanian\*\*\*, 김신\*\*\*\*, 김경연\*\*\*\*\*

### Visualization of Multi-phase Flow with Electrical Impedance Tomography based on Extended Kalman Filter

Jeong Seong Lee\*, Nauman Muhammad Malik\*\*, Santhosh Kumar Subramanian\*\*\*,  
Sin Kim\*\*\*\* and Kyung Youn Kim\*\*\*\*\*

**Key Words** : Electrical Impedance Tomography(전기임피던스 단층촬영법), Multi-phase flow(다상유동),  
Extended Kalman Filter(확장칼만필터)

#### Abstract

Electrical impedance(EIT) for the multi-phase flow visualization is an imaging modality in which the resistivity distribution of the unknown object is estimated based on the known sets of injected currents and measured voltages on the surface of the object. In this paper, an EIT reconstruction algorithm based on the extended Kalman filter(EKF) is proposed. The EIT reconstruction problem is formulated as a dynamic model which is composed of the state equation and the observation equation, and the unknown resistivity distribution is estimated recursively with the aid of the EKF. To verify the reconstruction performance of the proposed algorithm, experiments with simulated multi-phase flow are performed.

#### 1. 서론

최근 들어 많은 공학적 시스템에서 발생하는 다상유동에 대한 수치적 해석의 필요성이 대두되고 있다. 다상유동장 해석에 대한 기존의 방법론 중 일부는 유동장 구조의 대한 상세 정보를 얻는데 부적합하거나 유동장을 교란함으로써 실험 정보의 불확실성을 증가시키는 단점이 있다. 또한 다른 부류의 기법들은 상대적으로 고가의 장비에 의존하면서도 현재로서는 빠른 천이 과정을 경험하는 다상유동장에 적용하기에 데이터 취득 속도가 느리다는 문제점을 안고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 제안된 방법이 전기 임피던스 단층촬영법(electrical impedance tomography: EIT)이다.[1]

본 논문에서는, 상태방정식과 측정방정식으로 구성되는 동적 모델에 기초하여, 시간에 따라 변하는 저항률 분포를 온라인으로 추정하기 위해 전기 임피던스 단층촬영법의 영상복원 알고리즘으로 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)를 제안하였다. 수평관에서 다상유동장을 모사한 실험을 수행하였고 실험 데이터를 이용하여 추정된 저항률 분포영상과 실제 유동장내의 상 분포를 비교함으로써 제안된 확장 칼만 필터의 성능을 평가하였다.

#### 2. 수학적 개념

##### 2.1 문제의 설정 및 정문제

전기 임피던스 단층촬영 시스템은 목표물의 경계면에 부착된 여러 개의 전극을 통하여 약한 교류전류(공진주파수 범위의 수 mA 크기)를 주입하고, 전극에 유기된 전압을 측정하여 목표물 내부의 저항률 분포를 추정하는 장치이다. 이때, 이미 알고 있는 내부 저항률의 함수로써 경계면에 유기되는 전압을 구하는 것을 정문제라고 하는데, 이는 Maxwell 방정식으로부터 다음과 같이 Neumann형의 경계조건을 갖는 비선형 Laplace 방정식으로 기술된다, 한편, 본 연구에서는 전극과 내부와의 접촉저항(contact impedance)을 고려한 완전전극모델(completed electrode model)을 사용하였다[2][3]. Fig. 1.은 EIT의 정문제와 역문제에 대한 개념도이다.

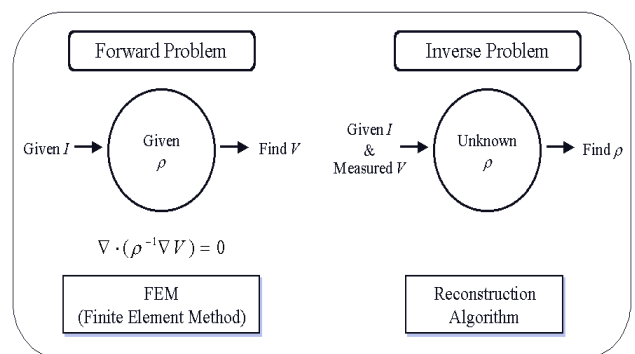


Fig. 1. Forward vs. Inverse Problem for EIT.

\* 제주대학교 에너지공학과, jslee@cheju.ac.kr

\*\* 제주대학교 에너지공학과, nauman@cheju.ac.kr

\*\*\* 제주대학교 에너지공학과, santhosh@cheju.ac.kr

\*\*\*\* 제주대학교 에너지공학과, sinkim@cheju.ac.kr

\*\*\*\*\* 제주대학교 전자공학과, kyungyk@cheju.ac.kr

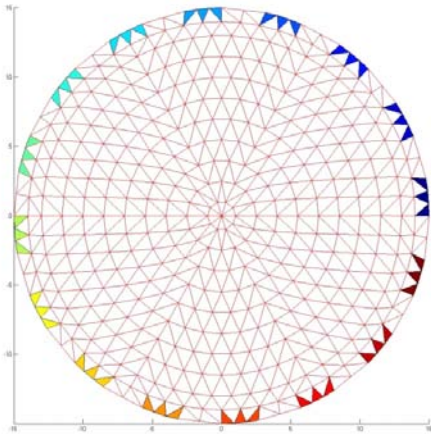
$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla u \right) = 0, \quad x \in \Omega \quad (1)$$

$$u + z_l \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = U_l, \quad x \in e_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

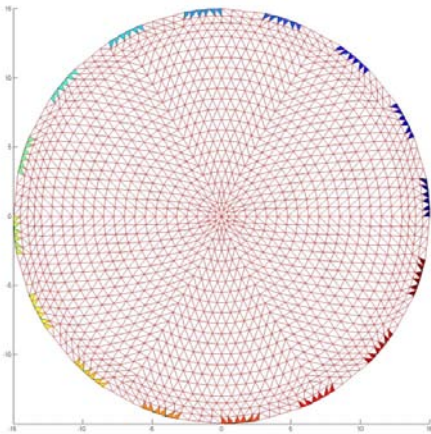
$$\int_{e_l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} ds = I_l, \quad x \in e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad x \in \partial\Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l \quad (4)$$

여기서  $\Omega$  및  $\partial\Omega$ 는 각각 목표물의 내부영역과 경계면을 나타내어,  $\rho$  및  $u$ 는 각각  $\Omega$ 에서의 저항률과 전압을,  $z_l$ ,  $U_l$  및  $\nu$ 는 각각  $\partial\Omega$ 에서의 전극과 내부와의 접촉저항, 전극에서의 전압 그리고 법선 벡터를 나타낸다. 한편,  $e_l$ 은  $l$ 번째 전극을 의미하며,  $L$ 은 총 전극수이다. 식(2)-(4)의 경계조건을 갖는 비선형 Laplace 방정식에 대한 해석적(analytical)인 해는 구하기가 매우 어려우므로, 수치적(numerical) 방법인 유한 요소법(finite element method: FEM), 유한 차분법(finite difference method: FDM), 경계 요소법(boundary element method: BEM) 등이 사용되고 있으며, 본 논문에서는 EIT 해석에 효과적인 FEM을 사용하였다.[3]



(a)



(b)

Fig. 2. Meshes used in: (a) inverse solver; and (b) forward solver.

FEM에서는 계산 영역  $\Omega$ 를 Fig. 2과 같이 매우 작은 요소로 세분하고, 각 요소내의 저항률 값이 일정하다고 가정하여,  $M$ 개의 각 노드 전압  $u$ 를 다음과 같이 계산한다. 정문제 해석에는 3280개의 요소와 1721개의 노드를 갖는 FEM mesh를, 역문제 추정에는 820개의 요소와 451개의 노드를 갖는 FEM mesh를 사용하였다.

$$Y u = c \quad (5)$$

여기서,  $Y \in \mathbf{R}^{M \times M}$ 는 stiffness 행렬로써  $\Omega$  내부의 저항률의 함수이며,  $c \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 는 주입전류의 함수이고,  $M$ 은 FEM의 총 노드수이다.

### 2.3 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)

확장 칼만 필터는 비선형 시스템에 적용하는 대표적인 필터이다. 확장 칼만 필터를 설계하기 위한 동적 모델은 다음과 같은 식(6)의 상태방정식과 식(7)의 의사 측정 방정식으로 구성된다.

$$\rho_{k+1} = F_k \cdot \rho_k + w_k \quad (6)$$

$$y_k = J_k(\rho_{k|k-1}) \cdot \rho_k + v_k \quad (7)$$

여기서,  $\omega_k \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 와  $v_k \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 는 각각  $Q = E[\omega_k \omega_k^T]$ 와  $R = E[v_k v_k^T]$  같은 공분산을 갖는 백색 가우시안(white Gaussian) 잡음이라 가정한다.

식(6)과 식(7)로 구성되는 동적 모델에 대한 확장 칼만 필터는 설정되는 비용함수를 최소화하는  $\rho_k$ 를 구하는 순환 최소자승(recursive least square)법으로 요약될 수 있다.

추정 상태값  $\hat{x}(k)$ 의 공분산 행렬을 시간 전파할 때 비선형 모델을 선형화하여 계산한다. 측정 갱신(measurement update) 단계와 시간갱신(time update) 단계의 반복 순환과정으로 구성된다.

·측정갱신 단계

$$G_k = C_{k|k-1} \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot C_{k|k-1} \cdot H_k^T + \Gamma]^{-1} \quad (8)$$

$$C_{k|k} = (I - G_k \cdot H_k) \cdot C_{k|k-1} \quad (9)$$

$$\rho_{k|k} = \rho_{k|k-1} + G_k \cdot (\bar{y}_k - H_k \cdot \rho_{k|k-1}) \quad (10)$$

·시간갱신 단계

$$C_{k+1|k} = F_k \cdot C_{k|k} \cdot F_k^T + \Gamma_w \quad (11)$$

$$\rho_{k+1|k} = F_k \cdot \rho_{k|k} \quad (12)$$

식 (5)-(9)는 표적 내부의 저항률 분포를 추정하기 위한 EKF를 구성하며, 초기조건,  $\rho_{1|0}$  및  $C_{1|0}$ 를 설정하여  $k = 1$ 부터  $rK$  ( $r$ : frame 수,  $K$ : 독립적인 전류 패턴의 수) 까지 반복 수행한다.

### 3. 실험

#### 3.1 실험 방법

본 실험에서는 원통형 팬텀(phantom)을 사용하였다. 팬텀의 높이는 120mm이고, 내경이 300mm의 실린더 모양으로 재질은 플라스틱으로 되어 있다. 전극은 팬텀 내에 삽입되어 있어 팬텀 내의 전해질과 접촉이 되어 있으며, 전극의 높이는 45mm이고 너비는 27mm이다. 본 실험에서 사용된 전극의 재질은 구리로 22.5° 간격으로 팬텀 내면에 균일하게 설치되어져 있다. 팬텀에 사용되는 전극은 유동장과 접촉하기 때문에 접촉 임피던스(contact impedance)를 최소화하기 위해 전극 표면을 매끄럽게 하여 전도도가 최대한 보장되도록 설계하였다.

전류 패턴을 주입하기 위한 전극 수가 16개이고 측정 전압을 얻기 위한 주입 전류 패턴은 대면방식(opposite method)]을 사용하였다. 전류원(current source)으로 Agilent Precision LCR meter 4284A를 사용하였고 각 전극의 전압측정은 Agilent 43970A를 사용하였다. 팬텀 내부에 물이 있을 경우 직류 전류를 사용할 경우 전극에서 전기 분해가 일어나 전압값에 오차가 생기므로 교류 전류를 사용한다. 하지만, 교류 전류를 사용할 때 리액턴스(reactance)성분으로 인하여 오차가 생길 수 있으므로 리액턴스값을 최소화하기 위해 공진주파수(resonance frequency) 영역에서 측정한다. Fig. 3은 전압 측정 시스템의 개념도이다.

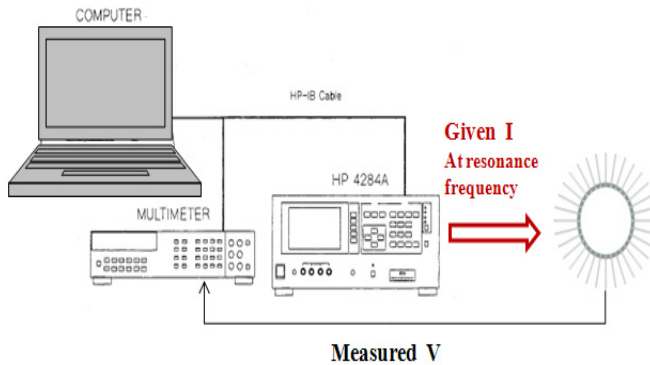


Fig. 3. Diagram of Measurement System

#### 3.2 실험 결과

본 논문에서 제안한 EKF의 추정 성능을 비교하기 위하여, 수평관내 성층류 이상유동인 상태에서 관 상부에 기포가 발생한 다상유동장을 모사한 시나리오를 설정하였다. 표적은 8회에 걸쳐 이동하며 각 frame에 대해 8개의 전류패턴을 이용하였다. 목 표물내의 하부층 저항률 값은 110Ωcm 이며, 상부층 저항률 값은 330Ωcm이다. 각 frame마다 상부층에 플라스틱 봉으로 모사된 기포를 크기를 변경하며 이동시키고 하부층 유동에도 변화를 주었다. 설정된 시나리오에 대한 EKF의 영상복원 결과들을 각 frame 별로 Fig. 4에 나타내었다.

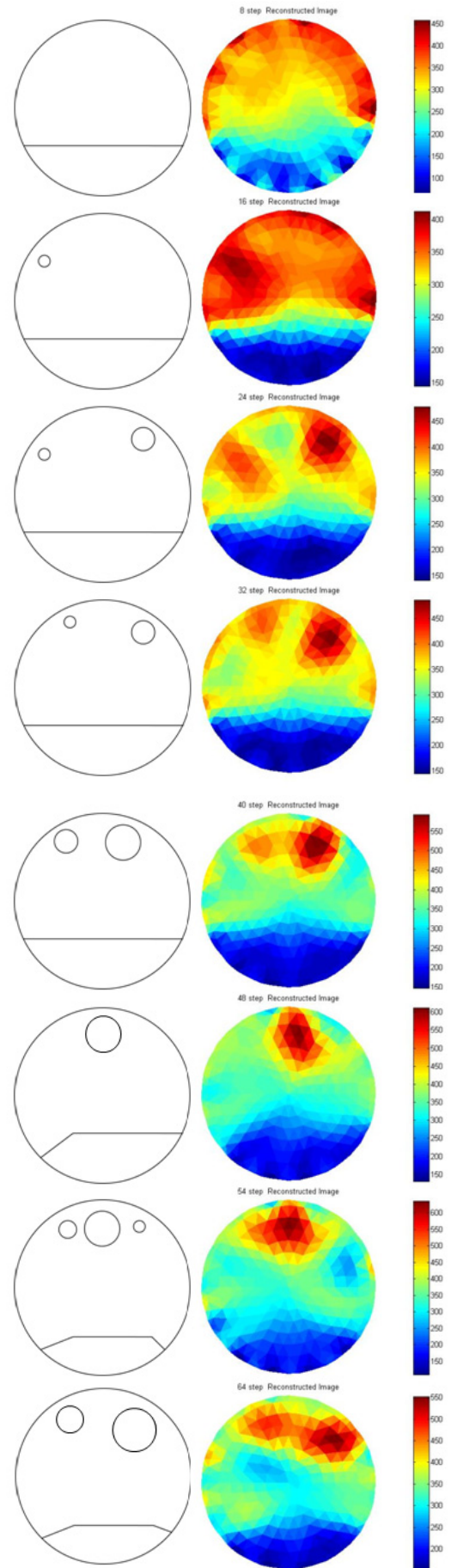


Fig. 4. True target images and reconstructed images by EKF.

#### 4. 결론

본 논문에서는, 표적 내부의 저항률의 비선형 함수로써 기술되는 비선형 함수로써 기술되는 경계면의 측정전압을 반복연산 과정에서 갱신되는 추정 저항률 값에 대하여 선형화하여 얻은 측정방정식과 random walk 모델을 이용하여 구한 상태방정식으로 구성되는 동적 모델을 근거로, 시간에 따라 변하는 저항률 분포를 추정하기 위해 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)를 제안하였다. 또한 다상유동의 가시화를 효과적으로 표현하기 위하여 상 분포(phase distribution)를 복원하였다. 제안된 영상복원 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 이상유동장에서의 기포 거동을 모사한 시나리오를 상정하여 16개의 전극을 갖는 원통형 팬텀(phantom)에 대한 실험을 수행하였고, 비선형 시스템에서 적용하는 대표적인 필터인 EKF를 이용한 영상복원 결과를 분석하였다.

#### 후기

이 연구에 참여한 연구자는 「2단계 BK21 사업」의 지원비를 받았음.

#### 참고문헌

- [1] D. K. Han, A. Prosperetti. A Shape Decomposition Technique in Electrical Impedance Tomography, *J. Comput. Phys.*, 155 (1999), pp.75
- [2] B. S. Kim; U. Z. Ijaz; J. H. Kim; M. C. Kim; S. Kim; K. Y. Kim. Nonstationary Phase Boundary Estimation in Electrical Impedance Tomography based on the Interacting Multiple Model Scheme, *Meas. Sci. Technol.*, 18 (2007), pp.62
- [3] M. Vauhkonen. *Electrical Impedance Tomography and Prior Information*, (1997)