

개수로 조도계수에 따른 유효 벽면거칠기

최준우*, 권갑근**, 김형석***, 윤성범****

Effective Wall Roughness corresponding to Roughness Coefficient of Open Channel Flow

Junwoo Choi*, Kab Keun Kwon**, Hyung Seok Kim*** and Sung Bum Yoon****

Key Words : Open channel; RANS; wall function; wall roughness; Manning's coefficient

Abstract

In a numerical simulation of open channel turbulent flows, the determination of wall roughness height for wall function was studied. The roughness constant, based on the law-of-the-wall for flow on rough walls, obtained by experimental works for pipe flows is employed in general wall functions. However, this constant of wall function is the function of Froude number in open channel flows. Thus, the wall roughness should be determined by taking into account the effect of Froude number. In addition, the wall roughness should be corresponding to Manning's roughness coefficient widely used for open channels. In this study, the relation between wall roughness height as an input condition and Manning's roughness coefficient was investigated, and an equation for effective wall roughness height considering the characteristics of numerical models was proposed as a function of Manning's roughness coefficient.

1. 서론

전산유체해석에서 벽면함수를 사용할 때 거친 벽면상의 흐름에 대한 벽면법칙(law-of-the-wall)의 거칠기 상수(roughness constant)는 관수로 흐름의 실험을 통하여 얻어진 값을 사용한다. 그러나 개수로 흐름에서는 이 거칠기 상수가 Froude 수에 따라 변화하므로(Iwagaki, 1953) 이를 고려해야 하고, 일반적으로 하상에 따라 주어지는 Manning 조도계수에 상응하는 벽면거칠기 높이를 산정하여 사용할 필요가 있다. 모형에 입력되는 벽면함수의 거칠기 높이의 변화가 벽면법칙의 로그분포함수로부터 실험값들을 차용하여 유도되는 Manning 조도계수(n)에 미치는 영향을 분석하고, 이를 바탕으로 수치모형의 특성이 고려되고 Manning 조도계수의 함수로 나타낸 유효 거칠기 높이를 산정하는 식을 제안하였다. 제안된 식을 선정된 수치모형에 그 특성이 고려되도록 적용하여 제시하기 위해 3차원 전산유체해석모형인 FLOW-3D를 선정하고 벽면함수를 사용하는 RNG(Renormalization-group $k-\epsilon$) 난류모형을 이용하여 수치실험을 수행하였다.

2. 이론

2.1 3차원 전산유체해석 모형의 개요

본 연구에서 사용한 FLOW-3D는 미국 FLOW Science Inc에서 개발한 전산유체역학 해석모형이다. FLOW-3D는 Navier-Stokes 방

정식을 유한차분법을 사용하여 계산한다. 수치기법으로는 MAC (Marker and Cell)방법과 SOLA(SOLution Algorithm)-VOF기법을 기본으로 확장한 알고리즘을 사용하여 자유표면이 존재하는 경우에 그 장점이 있는 것으로 알려져 있다. 이 모형체계의 지배 방정식들과 추가모형들에 대한 이론들은 FLOW-3D user manual (2000)로 대신하며, 본 연구에서 언급하지 않는 대부분의 수치해석과정의 선택사항과 모형계수들은 FLOW-3D의 초기지정값들을 사용하였음을 밝혀둔다.

2.2 난류모형

FLOW-3D를 포함한 3차원 전산유체해석 모형에서 RANS 방정식 모형은 난류모형을 사용하여 난류흐름을 해석한다. 본 연구에서는 난류(와류)점성가정(turbulent-viscosity hypothesis)을 채용하고 벽면함수를 사용하는 RNG 모형을 사용한다.

난류점성계수(ν_t)의 산정을 위해 난류운동에너지(k , turbulent kinetic energy) 방정식과 난류에너지소모(ϵ , turbulent kinetic energy dissipation) 방정식을 풀고, 경험관계식 $\nu_t = C_\mu k^2/\epsilon$ 을 사용한다. 여기서 C_μ 는 DNS(Direct Numerical Simulation)의 결과와 실험자료를 근거로 하여 RNG 모형은 0.085의 값을 사용한다. 표준 $k-\epsilon$ 모형과 RNG 모형의 가장 큰 차이는 난류에너지소모(ϵ) 방정식에 첨가된 점성계수항 존재로부터 발생한다. 약한 전단 흐름에서는 두 모형의 차이가 매우 적으나, 강한 전단흐름에서는 RNG 모형이 $k-\epsilon$ 모형에 비해 상대적으로 작은 점성계수를 산출해 낸다(Fluent Inc., 1999).

이 모형의 뛰어난 적용성에도 불구하고 충분히 발달한 난류흐름에서 와의 균일성과 등방성을 이용한 난류점성가정의 한계로 인하여 벽면근처에서의 난류흐름을 수치해석하기 위해서는 실험을 차용한 해석적 벽면함수를 사용하여야 하는 것이 일반적이다.

* 한양대학교 토목공학과, wavechoi@hanyang.ac.kr
** 한양대학교 토목공학과, kkkwon@hanyang.ac.kr
*** 한양대학교 토목공학과, xean12@hanyang.ac.kr
**** 한양대학교 토목환경공학과, sbyoon@hanyang.ac.kr

2.3 개수로의 거친벽면 함수와 Manning 조도계수

거친 벽면을 따라 흐르는 완전히 발달한 난류흐름의 유속분포 u 는 Reynolds 수에 관계없이 벽면의 물리적 거칠기 높이(k_s)에 대한 벽면으로 부터의 거리(y)인 y/k_s 의 로그함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u/u_* = (1/\kappa) \ln(y/k_s) + B_r \quad (1)$$

여기서 u_* 는 마찰유속이고, κ 는 Karman 상수로 일반적으로 0.4의 값을 갖고, 거칠기 상수 B_r 은 완전히 거친 벽면 ($k_s/\delta_v \gg 1$, 여기서 $\delta_v = \nu/u_*$ 이고 ν 는 점성계수)의 경우에 k_s/δ_v 만의 함수이고, Schlichting(1979)은 Nikuradse(1933)의 거친관수로 흐름의 실험자료를 이용하여 $k_s/\delta_v > 30 \sim 70$ 인 경우에 8.5의 일정한 값을 갖는다고 제안하였다. 3차원 전산유체해석에 사용되는 벽면함수는 모형에 따라 조금씩 차이가 있지만, 식(1)에 상응하는 벽면법칙을 사용하여 난류운동에너지(k) 또는 난류운동에너지의 생성항(production term, P_k)과 난류에너지소멸(ϵ)을 산정하고 이를 이용하여 거친 벽면근처의 난류흐름을 수치해석한다.

벽면함수를 이용한 경계조건을 적절히 사용하기 위해서는 벽면에 접한 격자를 로그분포영역 내에 있도록 구성해야 한다. 일반적으로 물리적 거칠기 높이 k_s 보다 큰 벽면격자의 크기를 사용하도록 권장되지만 B_r 의 영향에 따라 로그분포의 범위가 달라지므로 이를 고려하여 격자크기를 결정하는 것이 타당하다.

거친 벽면 흐름을 위한 벽면함수를 단면평균유속(V)에 대한 함수의 형태로 만들기 위해 $y/\delta \ll 1$ (여기서 δ 는 경계층두께)에서 유효한 Millikan(1938)의 속도결핍법칙(velocity-defect law)을 사용하면 다음과 같은 단면평균유속에 대한 개수로의 거친 벽면 흐름의 로그함수를 얻게 된다.

$$V/u_* = (1/\kappa) \ln(R_h/k_s) + B_r - a_s/\kappa \quad (2)$$

여기서 a_s 는 흐름단면형상에 따라 달라지는 계수인데, 원형관에서는 1.5, 폭이 넓은 개수로에서는 1.0의 값을 갖는다. 또한 $A_r \equiv B_r - a_s/\kappa$ 라고 정의되는데, Keulegan(1938)은 개수로 벽면함수의 A_r 이 3.23으로부터 16.92까지 넓게 변화하는 것을 보였다. 그리고 Iwagaki(1953)는 A_r 이 Froude 수(Fr)의 함수이며, 그 크기가 Froude 수가 증가함에 따라 감소함을 보였다(Chow, 1955). Nikuradse(1933)의 거친관수로의 실험결과로부터 알아낸 계수($B_r=8.5$)를 이용하여 구할 수 있는 A_r 이 상수임에 반해 개수로의 A_r 은 Froude 수가 증가함에 따라 감소한다. 따라서 개수로의 마찰저항은 Froude 수가 증가함에 따라 증가하게 된다. 이는 $A_r = A_r(Fr)$ 을 사용하여 아래와 같이 개수로 벽면함수를 Manning의 조도계수에 대한 식으로 변경하면 명확히 알 수 있다. 위의 개수로 벽면함수를 마찰계수 f 와 단면평균유속과 마찰유속의 비, 그리고 마찰계수 f 와 Manning의 조도계수(n) 사이의 관계식으로부터 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$n = \frac{(\kappa/\sqrt{g})R_h^{1/6}}{\ln(R_h/k_s) + \kappa A_r} \quad (3)$$

이 식에 $\kappa = 0.4$, $g = 9.806 \text{ m/s}^2$ 을 대입하고 자연로그를 상

용로그로 대체하고 폭이 넓은 개수로라는 가정과 $A_r = 6.26$ 라는 가정으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = \frac{0.056 h^{1/6}}{\log(h/k_s) + 1.088} \quad (4)$$

이식은 Chow(1955)가 자연하천에 적용할 수 있는 Manning 조도계수로 제안한 식과 동일하다. Iwagaki(1953)에 따르면 이 $A_r = 6.26$ 이라는 값은 $Fr=2.0$ 인 경우이다. $Fr=2.0$ 이라는 것은 사류에 해당하는 Froude 수이며, 상류인 개수로 흐름을 위한 A_r 값은 6.26보다 큰 $A_r(Fr=1)=7.3$ 이상의 값이 사용되어야 한다. Fig. 1에 식(3)을 이용하여 A_r 값의 변화에 따른 거칠기 높이에 따른 Manning 조도계수 n 값을 도시하였다. 개수로의 A_r 은 Froude 수가 증가함에 따라 감소하고 마찰저항은 증가하게 됨을 알 수 있다. Keulegan(1938)의 연구결과와 $A_r=3.23$ 와 $A_r=16.92$ 인 경우, 그리고 Iwagaki (1953)로부터 $A_r(Fr=1.0)=7.3$ 과 $A_r(Fr=0.4)=8.0$ 의 경우를 도시하였다.

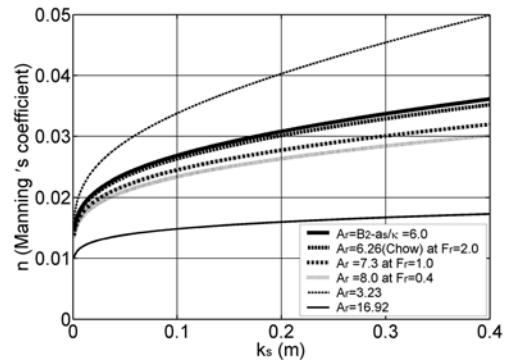


Fig. 1. Manning's coefficients with varying A_r .

2.4 개수로 벽면함수의 유효 거칠기 높이와 상수

RANS 방정식 모형은 대부분의 수심에서 난류점성이론에 의한 난류모형을 이용해 유속분포를 계산하므로 로그유속분포를 가정하여 계산한 Manning 조도계수보다는 적은 마찰손실을 갖는 수치결과를 계산해 낸다. 따라서 벽면함수를 사용하는 난류모형을 장착한 RANS 방정식 모형으로 거친벽면을 갖는 개수로 난류흐름을 수치모의할 때 거칠기 상수 B_r 값 대신에 다음과 같은 벽면함수 거칠기 상수 B_r' 를 사용할 것을 제안할 수 있다.

$$B_r' = A_r(Fr) + a_s/\kappa - \Delta B_n \quad (5)$$

여기서 ΔB_n 은 임의의 거칠기 상수 B_r 값을 적용한 로그유속분포와 난류모형의 특성에 따라 다르게 계산되는 유속분포의 차이를 나타내는 상수로 정의할 수 있다. 유속분포가 거칠기 상수 B_r 을 이용한 로그분포를 갖는 경우의 마찰손실에 비해 실제 난류모형의 특성에 따라 계산되는 경우의 마찰손실이 작게 계산된다. 거칠기 높이를 조절하여 위의 식(5)를 적용하는 효과를 얻도록 다음과 같이 유효 거칠기 높이 k_s' 를 산정할 수 있다.

$$u/u_* = (1/\kappa) \ln(y/k_s') + B_2 \quad (6)$$

여기서 B_2 는 수치모형에 따라 고정된 거칠기 상수 B_r 로서 예를 들어, $B_2 \equiv 8.5$ 이고, 유효 거칠기 높이 k_s' 는 다음과 같다.

$$k_s' = k_s \exp[\kappa\{B_2 + \Delta B_n - a_s/\kappa - A_r(\text{Fr})\}] \quad (7)$$

또한, 식(7)에 식(3)을 대입하면 다음과 같이 임의의 Manning 조도계수 n 값의 효과를 주는 벽면 거칠기 높이를 얻을 수 있는 식을 얻을 수 있다.

$$k_s' = R_h \exp[\kappa(B_2 + \Delta B_n - a_s/\kappa) - (\kappa/n\sqrt{g})R_h^{1/6}] \quad (8)$$

위에 제시한 식들을 사용하기 위해서는 수치모형에 따라 변하는 ΔB_n 값을 찾아야 하는 과정을 필요로 한다. 그러나 본 연구에서는 ΔB_n 값을 찾는 대신 간단한 수치모형실험의 결과로부터 다음에 정의되는 수치모형의 특성에 따라 변하는 $A_r' \equiv B_2 + \Delta B_n - a_s/\kappa$ 을 얻게 되면 식(7)~(8)을 이용하여 k_s' 을 구할 수 있다.

3. 수치모의

3.1 수치모의

3차원 전산유체해석 모형인 FLOW-3D를 이용하여 수심이 2m인 폭이 넓은 개수로를 가정하여 등류상태의 수심방향 2차원 흐름을 벽면 거칠기 높이가 $0.01\text{m} \leq k_s \leq 0.4\text{m}$ 인 범위에 대해 수치모의 하였다. Manning의 등류유속 공식을 적용하기 위해서 2m의 등류수심을 초기조건으로 하고 등류형성에 필요한 하상경사의 중력성분을 x 방향과 z방향 성분으로 구분하였다. 또한, 유속은 반복경계조건(periodic boundary condition)을 사용하여 1200초 동안 부정류 해석을 장시간 수행하여 등류가 형성되도록 수치모의 하였다.

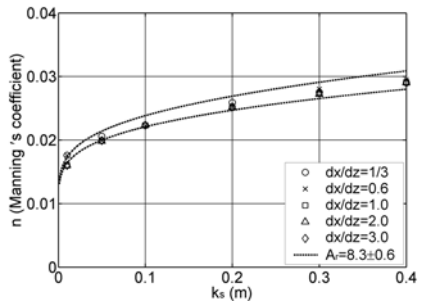


Fig. 2. n vs. k_s for various grid skewness

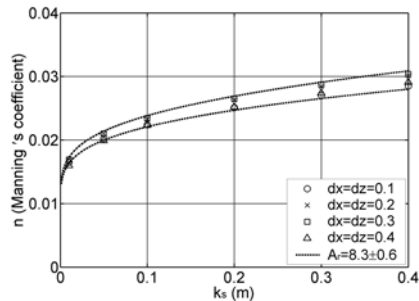


Fig. 3. n vs. k_s for various size of uniform grids

3.2 수치실험 결과

Fig. 2는 z방향과 y방향의 격자크기를 $\Delta y = \Delta z = 0.4\text{m}$ 로 고정하고, x방향의 격자크기 Δx 를 변화시키며 수치해석한 결과를 이용하여 벽면 거칠기 높이 k_s 에 대한 Manning 조도계수 n 값의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 3은 등격자로 $\Delta = 0.1\text{m}, 0.2\text{m},$

0.3m, 0.4m의 격자를 구성하여 수치해석한 결과를 이용하여 계산한 벽면 거칠기 높이 k_s 에 대한 Manning 조도계수 n 값의 변화를 보여주고 있다. 앞에서 언급했던 것처럼 물리적 거칠기 높이가 $k_s = 0.4\text{m}$ 인 조건의 흐름을 계산하기 위해 $B_r = 8.5$ 이라고 할 때 0.0133m 보다 큰 벽면격자들을 사용하면 로그분포의 법면 법칙을 사용할 수 있다.

그림들로부터 $0.01\text{m} \leq k_s \leq 0.4\text{m}$ 인 범위에 대해 수치계산으로부터 얻은 Manning 조도계수 n 값은 식(3)에 나타낸 로그함수의 경향으로 k_s 가 증가함에 따라 증가한다는 것을 알 수 있다. 수치해석에 따른 Manning 조도계수 n 값들의 변동은 최대 0.002 정도를 갖는 것으로 나타난다. 이 변동폭은 수리실험을 통해 얻은 A_r 의 범위에 따른 Manning 조도계수 n 값의 범위로부터 허용가능 오차를 판단할 수 있다. 같은 Froude 수에서의 실험치로부터 얻어낸 A_r 값의 변동이 ± 0.6 정도의 범위를 가지고 있으므로(Chow, 1955) 이에 따라 그림에 나타낸 $A_r = 8.3 \pm 0.6$ 혹은 $A_r = 7.2 \pm 0.6$ 에 따른 Manning 조도계수 n 값의 범위로부터 수치해석의 결과들도 허용할 수 있는 오차를 가진다고 판단할 수 있다. 이 A_r 값의 변동에 따른 조도계수 n 값을 식(3)을 이용하여 구하고 이를 도시한 것이다.

Fig. 4에 수치해석의 결과로부터 얻은 조도계수 n 값들의 평균치와 이 평균치와 일치하는 A_r 값을 가지는 식(3)을 이용한 Manning 조도계수 n 값의 분포를 나타내었다. 또한 Nikuradse (1933)의 실험자료를 이용하여 얻어진 $B_r = 8.5$ 를 대입한 $A_r = 6.0$ 인 경우의 n 값은 굵은 실선으로 표시하였다. 두 난류모형을 이용한 수치해석의 결과로부터 얻은 조도계수 n 값들은 일반적으로 수치모형에서 사용하는 벽면함수의 거칠기 상수 8.5로부터 구한 $A_r = 6.0$ 을 사용하여 얻은 조도계수 n 값보다 작은 것을 알 수 있다. 이것은 전 수심에 대해 로그속도분포를 이용한 에너지 손실에 비해 수치해석의 결과로 나온 유속분포를 이용한 에너지 손실이 적다는 것을 의미한다.

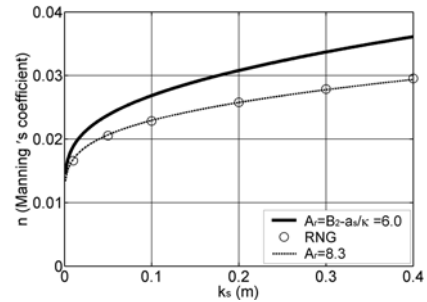


Fig. 4. n vs. k_s with A_r 's for velocity distributions by using log-law(B_2)

3.3 유효 벽면 거칠기 높이 산정식의 적용

수치해석의 결과로부터 얻은 조도계수 n 값들의 평균치와 일치하는 조도계수를 갖는 A_r 값은 RNG 모형의 경우 8.3인 것을 Fig. 4로부터 알 수 있다. 따라서 앞에서 정의된 A_r' 은 FLOW-3D의 RNG 모형의 경우 $A_r' = 8.3$ 이다. 이를 식(7)에 대입하면 다음과 같다.

$$k_s' = k_s \exp[\kappa\{A_r' - A_r(\text{Fr})\}] \quad (9)$$

또한 이를 도시하면 Fig. 5과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 A_r' 값은 벽면 거칠기 k_s 를 이용하여 수치모형의 특성에 따라 결정

되는 값을 나타내고, $A_r(\text{Fr})$ 은 실제 수치모의를 하고자 하는 흐름조건의 Froude 수를 알거나 Manning 조도계수 n 값을 알 때 산정할 수 있는 목표치를 의미한다. 따라서 이 목표치 $A_r(\text{Fr})$ 을 얻기 위해서 식(9)을 사용하여 구한 유효 벽면 거칠기 k_s' 값을 사용할 수 있다.

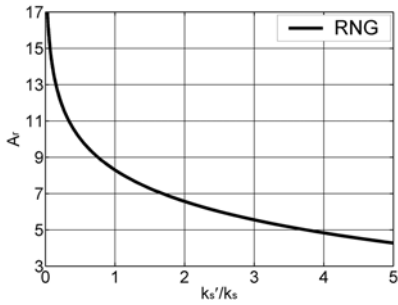


Fig. 5. Effective roughness height to roughness height for target A_r .

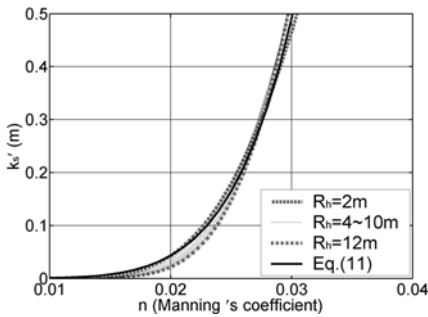


Fig. 6. n vs. k_s' with varying hydraulic radius ($A_r' = 8.3$)

위와 같이 목표치 $A_r(\text{Fr})$ 을 얻기 위한 유효 벽면 거칠기 k_s' 값을 찾아 주는 식(9)에 식(3)을 연립하여 유도하면 다음의 Manning 조도계수의 함수로 이루어진 유효 벽면 거칠기 산정식을 얻을 수 있다.

$$k_s' = R_h \exp \left[\kappa (A_r' - (1/n \sqrt{g}) R_h^{1/6}) \right] \quad (10)$$

이 식을 이용하면 목표치 Manning 조도계수 n 값이 주어질 때 이 조도계수의 효과를 나타내는 유효 벽면 거칠기 k_s' 값을 산정할 수 있다. 식(10)을 $A_r'=8.3$ 인 RNG 모형의 경우에 대해 Fig. 6에 도시하였다. 주어진 목표치 Manning 조도계수가 커지면 유효 벽면 거칠기를 이용하여 나타낼 수 있는 이 조도계수의 효과는 점점 줄어든다. 그리고 수심에 대한 유효 벽면 거칠기 높이가 약 $0.015 < k_s'/R_h < 0.25$ 인 범위의 경우에 수심에 따른 Manning 조도계수의 변화가 매우 작다는 것을 알 수 있다. 따라서 $k_s'/R_h=0.1$ 인 경우에 대해 식(10)을 정리하고 각 계수값들을 대입하면 수심에 대한 영향을 제거한 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$k_s' = [2.1(A_r' + 5.8)n]^6 \quad (11)$$

이 식에 각 수치모형에 따라 변화하는 A_r' 값을 구하여 대입하면, Manning 조도계수 n 값만의 함수로 목표치 n 값의 효과를 주는 유효 벽면 거칠기를 산정할 수 있게 된다. 이 식에 따른 분

포를 $A_r'=8.3$ 인 RNG 모형의 경우에 대해 Fig. 6에 도시하였다.

4. 결론

3차원 전산유체해석 모형으로 거친벽면상 개수로 난류흐름을 수치모의할 때 사용하는 벽면함수에 대해 다음을 고려하여 유효 벽면 거칠기 높이를 사용해야 한다. 첫째, 모형의 거칠기 상수는 Froude 수의 함수가 적용되지 않기 때문에 이를 고려해야 한다. 둘째, 모형이 사용하는 거칠기 상수에 따른 로그함수분포보다 완전한 유속분포를 계산해내는 모형특성에 의한 수치적 차이를 고려하여야 한다. 셋째, 모형 사용자를 위한 하상의 재질에 따른 권장 조도값이 제시되어 있기도 하지만, 실제 설계를 위한 수치 해석시 거칠기 높이 대신 Manning의 조도계수 n 값이 주어지는 경우가 일반적이기 때문에, 조도계수 n 값에 따른 거칠기 높이를 산정할 수 있는 식이 필요하다. 따라서 본 연구에서 3차원 전산 유체해석 모형으로 거친 벽면상 개수로 난류흐름을 수치모의할 때 고려해야 하는 위에 제시한 세 가지 문제점을 모두 해결할 수 있는 유효 벽면 거칠기 식을 제안하였다. 대상이 되는 3차원 전산 유체해석 모형의 난류모형의 특성을 파악하기 위한 간단한 수치실험이 필요하긴 하지만, 개수로의 3차원 수치모의를 위해 Manning의 조도계수 n 값이 주어질 때 이를 반영할 수 있는 본 연구의 유효 거칠기 높이 산정식은 매우 유용할 것으로 생각된다. 끝으로 벽면함수를 사용하는 FLOW-3D의 RNG 난류모형을 이용하여 수치실험한 위의 결과를 본 연구의 제안식에 적용하여 이 모형들을 위한 유효 거칠기 높이를 제시하였다.

감사의 글

본 연구는 소방방재청 자연재해저감기술개발사업(지진해일 재해저감기술 개발, 과제번호: NEMA-06-NH-06)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사를 표합니다.

참고문헌

- [1] Chow, V. T., Open-Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York, (1959) pp. 200-206.
- [2] Flow Science, Inc., FLOW-3D User Manual, (2000).
- [3] FLUENT Inc., FLUENT 6.1 User's Guide, (2003).
- [4] Iwagaki, Y., On the laws of resistance to turbulent flow in open channels, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Japan, vol. 15, no. 1, (1953) pp. 27-40.
- [5] Keulegan, G. H., Laws of turbulent flow in open channels, Research Paper RP 1151, Journal of Research, U.S. National Bureau of Standards, vol. 21. (1938) pp. 707-741.
- [6] Millikan, C. B., A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes. In J. P. Den Hartog and H. Peters (Eds.), Proc. 5th Int. Congress Applied Mechanics, Wiley, New York, (1938) pp. 386-392.
- [7] Nikuradse, J., Strömungsgesetze in rauhen Röhren (Laws of flow in rough pipes), Verein deutscher Ingenieure, Forschungsheft No 361, Berlin, (1933).
- [8] Schlichting, H., Boundary Layer Theory (7th ed.). McGraw-Hill, New York, (1979).