

Type-2와 Type-1 TSK FLS의 비교 연구

Comparative Study on Type-2 and Type-1 TSK FLS.

지 광 회¹, 오 성 권¹

¹수원대학교 전기공학과

Abstract : Type-2 퍼지 집합은 Type-1 퍼지 집합에서는 다루기 어려운 언어적인 불확실성을 더욱 효과적으로 다룰 수 있다. TSK 퍼지 로직 시스템(TSK Fuzzy Logic Systems; TSK FLS)은 Mamdani 모델과 함께 가장 널리 사용되는 FLS이다. 본 연구의 Interval Type-2 TSK FLS 모델은 전반부에서 Type-2 퍼지 집합을 이용하고 후반부는 계수가 상수인 1차식을 사용한다. 전반부의 파라미터는 오류역전파 방법(Back-propagation)을 통한 학습으로 결정되고, 후반부 파라미터(계수)들은 Least square method(LSM)를 사용하여 결정된 값을 사용하여 모델을 구축한다.

본 논문에서는 Type-1 TSK FLS과 Type-2 TSK FLS의 성능을 가스로 공정 데이터를 적용하여 비교 분석한다. 또한 랜덤 화이트 가우시안 노이즈를 추가한 테스트 데이터를 사용하여 노이즈에 대한 성능을 분석한다.

Keyword : Type-2 Fuzzy Logic Systems, Fuzzy Logic Systems, Type-2 TSK Fuzzy Logic Systems, TSK Fuzzy Logic Systems, Fuzzy Modeling

1. 서론

프로그램에 의한 가상 시스템이 아닌 실제 시스템에서는 비선형성, 파라미터의 변동, 모델링 오차 등의 예측하기 힘든 복잡한 문제들이 포함되어 있다. 이런 문제를 해결하기 위하여 많은 연구가 계속되고 있으며, 이 중 퍼지논리 시스템(Fuzzy Logic System ; FLS)은 제어시스템 설계, 패턴인식, 산업공학, 경영과학 등 많은 분야에서 응용폭이 넓어지고 있다.

오늘날 엔지니어들 사이에서 가장 널리 사용되고 있는 FLS모델들은 Mamdani와 TSK FLS들이다. 이 둘의 차이점은 후반부 구조에 있다. Mamdani 규칙의 후반부는 퍼지집합인 반면 TSK의 후반부는 함수이다. TSK는 Mamdani와는 달리 비퍼지화(defuzzification) 단계 없이 출력을 얻는다. 본 논문에서는 TSK 모델만을 사용하였다.

FLS는 멤버십 함수에 따라 Type-1과 Type-2 두 가지로 구분을 한다. 기존 Type-1 퍼지 집합의 멤버십 grade는 crisp 값으로 이루어져 있는 반면 Type-2 퍼지 집합의 멤버십 grade는 Type-1 퍼지 집합으로 구성된다. 이렇게 하여 Type-2 FLS는 불확실한 정보를 멤버십 함수로 표현함으로써 불확실성을 보다 효율적으로 취급할 수 있고, 이로 인해 외부 노이즈가 섞인 데이터들에 대하여

Type-1 보다 우수한 성능을 보인다.[3]

본 논문에서는 우선 Type-1 TSK FLS에 대한 소개와 실험을하고 이의 확장형인 Type-2 TSK FLS에 대하여도 위 과정을 반복하고, 둘을 비교분석 한다. Type-2 TSK FLS는 전반부에서 Type-2 퍼지 집합을 이용하고 후반부는 계수가 상수인 1차식을 사용한다. 각 FLS의 파라미터들은 오류역전파 알고리즘(Back-propagation; BP)을 사용한 학습을 사용하여 학습된다. 이 두 모델을 가스로 공정 데이터에 적용하여 성능을 비교 분석하고, 노이즈 섞인 데이터에 대해서도 적용하여 실험한다.

2. TSK Fuzzy Logic System

2.1 Type-1 TSK FLS

2.2.1. 규칙

Type-1 TSK FLS이 p 개의 입력과 한 개의 출력 y 를 가지고 있다고 생각한다. M 개의 규칙을 가지고, 각 규칙마다 p 개의 전반부 멤버십 함수를 가지는 Type-1 TSK 모델의 l 번째 규칙은 다음과 같이 표현되어진다.

$$R^l : \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } F_p^l, \text{ THEN } y^l(x) = c_0^l + c_1^l x_1 + c_2^l x_2 + \dots + c_p^l x_p \quad (1)$$

$l=1, \dots, M$, $c_j^l (j=0, 1, \dots, p)$ 는 후반부 파라미터들이다. $y^l(x)$ 는 l 번째 규칙의 출력 이고 $F_k^l (k=1, \dots, p)$ 는 Type-1 전반부 퍼지집합이다. 최종 출력 $y_{TSK}(x)$ 는 다음과 같은 공식으로 구할 수 있다.

$$y_{TSK}(x) = \frac{\sum_{i=1}^M f^i(x)y^i(x)}{\sum_{i=1}^M f^i(x)} = \frac{\sum_{i=1}^M f^i(x)(c_0^i + c_1^i x_1 + c_2^i x_2 + \dots + c_p^i x_p)}{\sum_{i=1}^M f^i(x)} \quad (2)$$

2.2.2 추론부

$f^i(X)$ 는 interval set인 전반부 적합도이고 식 (3)으로 정의된다.

$$f^i(x) = \mu_{F_1^i}(x_1) \star \dots \star \mu_{F_p^i}(x_p) = T_{k=1}^p \mu_{F_k^i}(x_k) \quad (3)$$

\star 는 *t-norm* 연산자이고 본 연구에서는 product *t-norm*을 사용한다. 이를 그림 1(a)와 같이 표현할 수 있다.

2.2 Interval Type-2 TSK FLS

2.2.1. 규칙

Interval Type-2 TSK FLS은 p 개의 입력과 한 개의 출력 y 를 가지고 있다고 생각한다. M 개의 규칙을 가지고, 각 규칙마다 p 개의 전반부 멤버십 함수를 가지는 Type-2 TSK 모델의 l 번째 규칙은 다음과 같이 표현되어진다.

$$R^l: \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l, \text{ THEN } y^l = c_0^l + c_1^l x_1 + c_2^l x_2 + \dots + c_p^l x_p \quad (4)$$

$l=1, \dots, M$ 이고 $c_j^l (j=0, 1, \dots, p)$ 는 후반부 계수이고, y^l 는 l 번째 규칙의 출력이다. 그리고 \tilde{F}_k^l 는 전반부 Type-2 퍼지집합이다.

이는 Mendel이 제시한 Interval Type-2 TSK FLS의 3가지 모델중, 모든 불확실성이 전반부에서 발생하고 후반부는 1차식으로 표현되는 Interval Type-2 TSK FLS II 모델이다.[3] 본 연구에서는 이 모델을 사용한다.

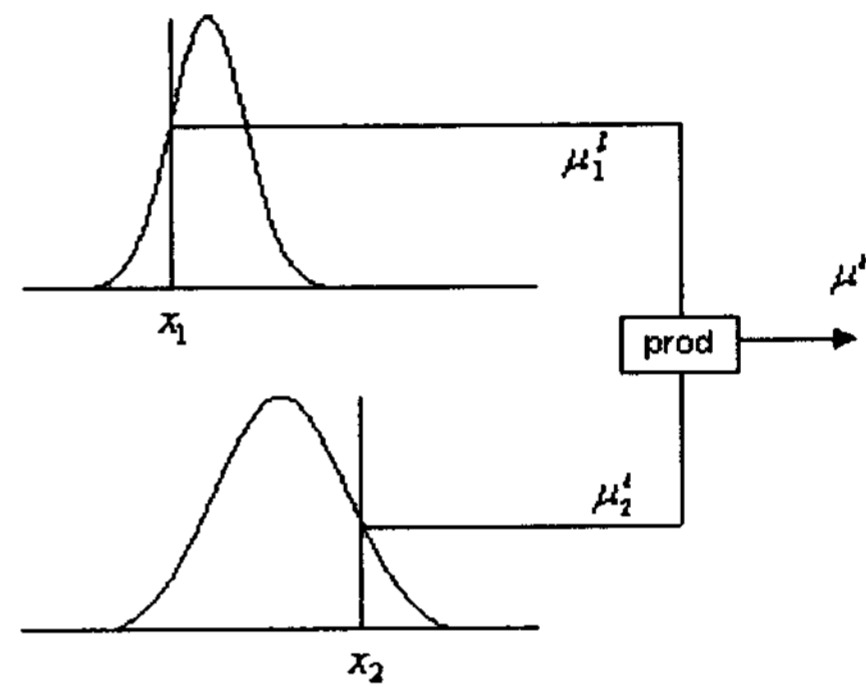
Interval Type-2 TSK FLS의 최종 출력은 다음 식과 같다.

$$Y_{TSK,2}(x) = [y_l, y_r] =$$

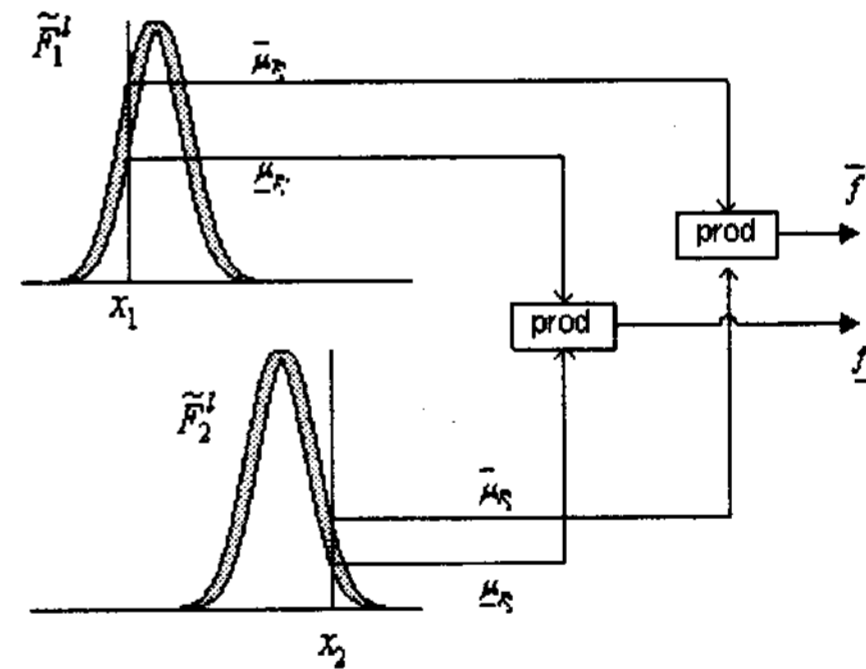
$$\int_{y^1 \in [y_l^1, y_r^1]} \dots \int_{y^M \in [y_l^M, y_r^M]} \int_{f^M \in [f^M, \bar{f}^M]} \dots \int_{f^1 \in [f^1, \bar{f}^1]} \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (5)$$

위의 출력을 비퍼지화 시킬 때는 y_l 과 y_r 의 평균을 이용한다. 그러므로 비퍼지화된 출력은 다음 식으로 나타낸다.

$$y_{TSK,2}(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (6)$$



(a) Type-1 전반부 연산



(b) Type-2 전반부 연산

그림 1. TSK FLS의 전반부 연산

2.2.2. 추론부

l 번째 규칙의 전반부 적합도인 $f^l(x)$ 는 interval set이며 아래의 식들로 나타낸다.

$$f^l(x) = \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (7)$$

$$\bar{f}^l(x) = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (8)$$

$$F^l(x) = [f^l(x), \bar{f}^l(x)] \equiv [f^l, \bar{f}^l] \quad (9)$$

이 식에서도 Type-1과 마찬가지로 \star 는 product *t-norm* 연산자이다. 이를 위의 그림1

(b)와 같이 표현할 수 있으며 Type-1과 Type-2의 추론을 그림 1을 통해 비교할 수 있다.

Interval Type-2 TSK FLS 의 후반부 연산은 전반부 적합도인 $f^l(x)$ 을 이용하여 식(5)의 연산을 통해 최종출력인 $[y_l, y_r]$ 을 구하는 과정이다.

본 연구에서는 불확실성이 전반부에서만 발생하는 KM알고리즘의 특수한 경우를 통하여 $[y_l, y_r]$ 을 계산한다.[4]

3.오류역전파방법(Back-propagation method)을 사용한 파라미터 학습

3.1 파라미터

본 연구에서는 멤버쉽 함수의 형태로 가우시안 멤버쉽 함수 형태를 사용하고 불확실한 중심을 갖는 Type-2 퍼지 집합을 사용한다. 가우시안 멤버쉽 함수는 다음의 식(8)로 나타낼 수 있다.

$$\mu_A(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad m \in [m_1, m_2] \quad (10)$$

Type-1 TSK FLS에서는 전반부에서 p 개의 입력에 규칙 M 수만큼의 m 과 σ 2개씩이 조정되고($2pM$), 후반부에서는 $c_0^l, c_1^l, \dots, c_p^l$ 이 규칙 수 M 만큼 조정되어야 한다. $((p+1)M)$ 따라서 Type-1 TSK FLS에서는 총 $3pM+M$ 수만큼의 파라미터가 조정되어야 한다. Type-2 TSK FLS에서는 m 이 한 개가 아닌 m_1, m_2 를 가지므로 $4pM+M$ 수만큼의 파라미터가 조정되어야 한다.

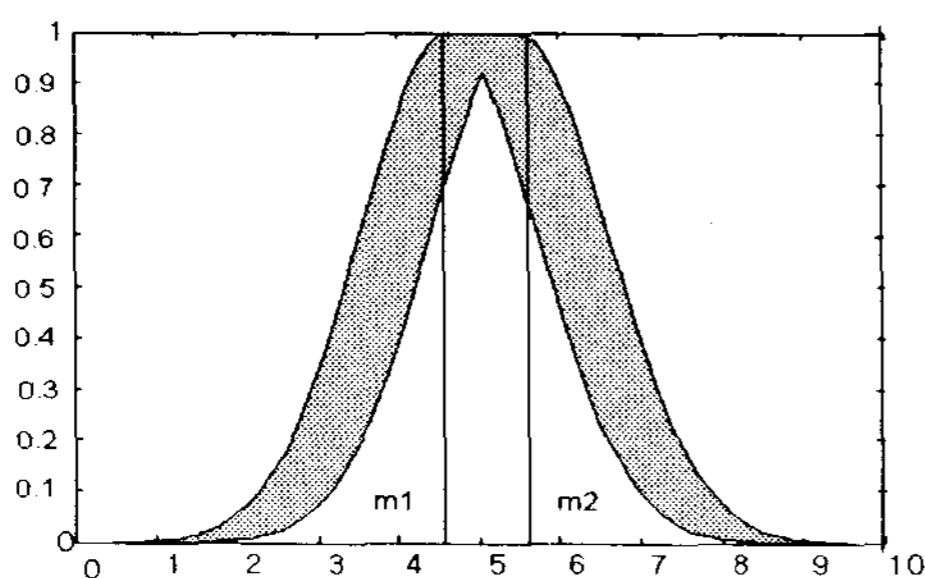


그림 3. uncertain mean을 갖는 가우시안 Type-2 멤버쉽 함수

3.2 전반부 파라미터 학습

본 연구에서는 전반부 파라미터로 σ_1 과 σ_2 를 Back-propagation 방법으로 학습한다. 학습은 모든 입력 벡터 x 에 대하여 식(9)의 오차를

최소화 하도록 진행된다.

$$e^{(t)} = \frac{1}{2} [D^{(t)} - Y_{TSK,2}^{(t)}(x)]^2 \quad (11)$$

여기서, $D^{(t)}$ 는 t 번째 입력의 목적값(Desired value)이고 $Y_{TSK,2}^{(t)}(x)$ 는 t 번째 입력의 Type-2 TSK FLS의 출력이다. 학습은 $Y_{TSK,2}^{(t)}$ 가 $[y_l, y_r]$ 의 값을 갖는 interval set이기 때문에 각 y_l, y_r 에 대하여 학습이 이루어지며 primary 멤버쉽 함수의 중심이 불확실성을 가지므로 구간에 따라 오차식이 다르다. 임의의 멤버쉽 함수의 너비 σ_j^l 이 출력 y_r 에 영향을 주었다면 오차에 따른 변화분(delta)은 아래의 식(10)로 정의 된다. 식(10)에서 α 는 학습률로 $l(1, \dots, M)$ 은 l 번째 규칙을 나타내며 $j(1, \dots, p)$ 는 입력벡터 x 의 j 번째 원소를 나타낸다. \bar{f}^l 은 KM알고리즘 내에서 y_r 을 계산하는데 영향을 준 \bar{f}^l 또는 f^l 중 하나를 나타낸다. \bar{f}^l 일 경우 $x_j \leq m_{j1}^l$ 일 때, 식의 m_{jk}^l 의 첨자 k 는 1이 되고 $x_j > m_{j2}^l$ 일 때, k 는 2가 된다. f^l 일 경우에는 $x_j \leq \frac{m_{j1}^l + m_{j2}^l}{2}$ 일 때, m_{jk}^l 의 첨자 k 는 2가 되고 클 경우 첨자 k 는 1이 된다.

$$\Delta\sigma_j^l = -\alpha \frac{\theta e}{\theta\sigma_j^l} = \frac{1}{2}\alpha (D - Y_{TSK,2})(g^l - y_r) \cdot \frac{(x_j - m_{jk}^l)^2}{(\sigma_j^l)^3} \cdot \frac{\bar{f}^l g^l}{\sum_{l=1}^M \bar{f}^l} \quad (12)$$

3.2 후반부 파라미터 학습

본 연구에서 후반부는 계수가 상수인 1차식을 사용한다. 후반부 다항식의 계수들은 전반부와는 달리 BP를 이용하여 학습되지 않는다.

Mendel은 Type-1의 파라미터들을 Type-2 FLS의 초기값으로 사용하는 방법에 대하여 긍정적으로 서술하고 있으며 본 연구에서도 이를 바탕으로 Type-1의 후반부 파라미터를 Type-2의 초기값으로 설정한다.

4. 시뮬레이션

지금까지의 설명대로 디자인된 모델의 실험을 위해 가스로 데이터를 사용한다. 입력 $u(t)$ 는 가스 흐름율이고 출력 $y(t)$ 는 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터

$u(t-3)$, $u(t-2)$, $u(t-1)$, $y(t-3)$, $y(t-2)$, $y(t-1)$ 의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수 $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개, 테스트 데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다.

위의 설명대로 읽어온 데이터를 학습을 통해 전반부를 구성하고, 후반부는 LSM을 이용하여 결정된 계수들을 사용한다. 이렇게 하여 Type-1 TSK FLS 와 Type-2 TSK FLS에 대한 PI와 EPI를 알아본다. 또한 각각의 모델의 노이즈에 대한 차이점을 알아보기 위해 이미 학습을 통해 결정된 모델에 화이트 가우시안 노이즈를 써서 노이즈가 추가된 테스트 데이터 100개를 만들어 실험에 사용하였다.

또한 Type-2에서는 Uncertain mean을 조정하면서 그에 따른 실험 결과를 알아보았다.

표 1. 모델링을 위한 초기 파라미터들

파라미터	값	
	학습률	Type-1 0.08
전반부 학습 횟수	Type-1 100회	Type-2 500회
테스트데이터 실험 횟수	100회	
멤버십 함수 수	$u(t-3)$ 3	$y(t-1)$ 2

표 2. 실험을 통한 성능지수 비교

	Type-1	Type-2	
		uncertain mean(%)	
		30	50
PI	0.0219	0.0237	0.0250
EPI	0.7348 ±0.08	0.7186 ±0.08	0.703 ±0.07

후반부 계수가 TyPI는 Type-1 모델이 미세하게 좀 더 나은 성능을 보였지만 노이즈가 추가된 테스트 데이터의 실험에 pe-1을 기준으로 한 LSM으로 정해진 계수들인 만큼 노이즈가 없는 학습 데이터로 인한 성능지수 서는 Type-2 모델이 근소한 차이로 성능이 좋은 것을 볼 수 있다

5. 결론 및 향후과제

본 논문을 통해 Type-1, Type-2 TSK FLS에 대해 비교 분석 하였다. 본 논문을 통해서 Type-2가 Type-1에 비해 약간이지만 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 차후에는 학습을 통한 파라미터 결정을 후반부까지 확대하고 학습률을 찾는 데 있어서도 최적화 방법을 사용하는 등의 interval Type-2 TSK FLS의 파라

미터 튜닝 방법에 대한 추후 연구가 필요한 것으로 사료된다.

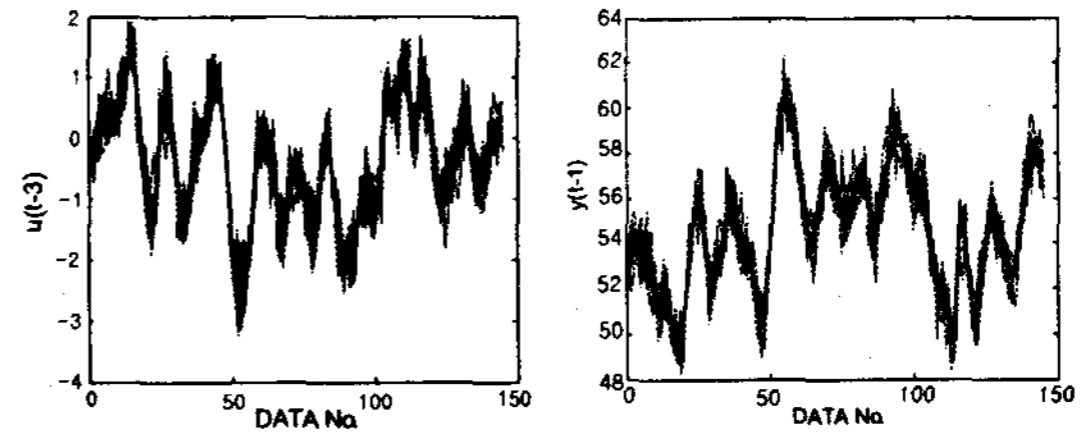


그림 4. 노이즈가 추가된 테스트 데이터

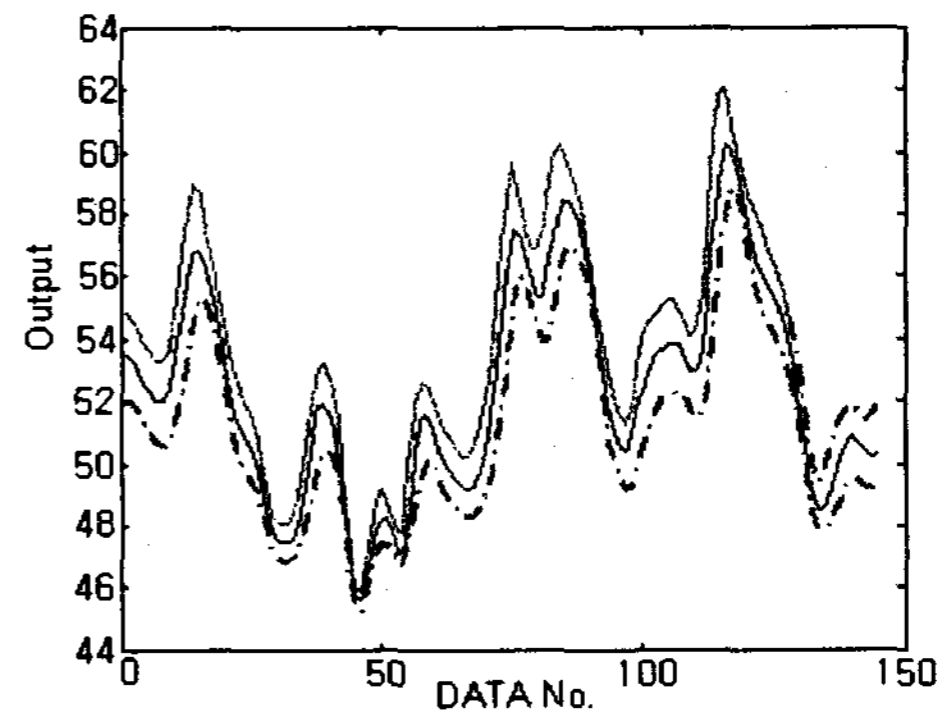


그림 5. Interval Type-2 TSK FLS의 출력

감사의 글

이 논문은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-313-D00710).

참고 문헌

- [1] N.Karnik, J. Mendel, and Q. Liang, "Type-2 Fuzzy Logic Systems," *IEEE Trans. On Fuzzy Systems*, Vol. 7, No.6, pp. 643-658, 1999.
- [2] Q. Liang and J. Mendel, "Interval Type - 2 Fuzzy Logic Systems : Theory and Design," *IEEE Trans. On Fuzzy Systems*, Vol. 8, No.5, pp.535-550, 2000.
- [3] J. M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions," Prentice-Hall: NJ, 2001
- [4] N.Karnik, J. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems," in Proc. IEEE Fuzzy conf., pp.915-920, Anchorage, AK, May. *Trans. On Fuzzy System*, Vol. 7, No. 6, pp.643-658, 1999
- [5] N.Karnik, J. Mendel, "Uncertainty, fuzzy logic, and signal processing" *Signal Processing.* pp.913-933, June 2000.