

# 민감도 해석을 통한 크리프 계수 오차 보정

## Adjustment of Creep Coefficient Using Sensitivity Analysis

박종범\*      박봉식\*\*      장승필\*\*\*  
Park, Jong Bum      Park, Bong Sik      Chang, Sung Pil

---

### ABSTRACT

Creep and shrinkage in concrete structures are very complex phenomena in which various uncertainties exist with regard to inherent material variations as well as modeling uncertainties. The creep and shrinkage models which are capable of predicting long-term structural response are specified in design codes such as ACI 209-92, CEB-FIP Model Code 90, etc. However, in the prediction formulas of creep and shrinkage effects of concrete, various kinds of parameters are involved to express the characteristics of concrete under consideration (i.e. the proportion of concrete, the shape of the structure, relative humidity, etc.). And the predicted values from each design code under same environment differ from each other. To predict the characteristics of concrete, the long-term experiments of creep and shrinkage is necessary but this is not suitable for a construction field. In this study, adjustment method of creep coefficient using sensitivity analysis is proposed to predict creep coefficient of concrete exactly and it is checked up on the validity of the predicting method by comparing to the assumed value and predicted one.

### 요약

콘크리트의 크리프와 건조수축은 재료 자체의 변동성과 모델의 불확실성 때문에 매우 복잡한 현상이다. 콘크리트 구조물의 장기거동을 예측할 수 있는 크리프와 건조수축 모델은 여러 가지 환경요인을 고려한 설계기준(Design Code)으로부터 얻을 수 있다. 하지만 같은 환경하에서 설계기준으로부터 구한 모델은 각기 다르기도 하다. 실제 콘크리트의 특성을 구하기 위해 장기간 실험을 통하기도 하지만 이는 실제 건설 현장에서는 쉬운 일이 아니고 이 또한 실구조물에서 다를 수 있다. 설계과정에서의 가정한 물성과 실제 물성의 차이가 있다면, 실제 구조물의 장기 거동을 정확히 예측하지 못하게 된다. 따라서 시공중이나 공용중 시간거동 예측을 정확히 하기 위해서는 실제 교량에서 시간의존거동에 미치는 요소 중 크리프 특성이 적절하게 주어졌는지에 대한 검토가 필요하다.

본 논문에서는 교량의 시간에 따른 거동을 측정된 자료가 주어졌을 때 크리프 민감도 해석을 수행하여 콘크리트의 크리프 계수를 예측하였다.

---

\* 정회원, 서울대학교 건설환경공학부 박사과정

\*\* 정회원, 서울대학교 건설환경공학부 석사과정

\*\*\* 정회원, 서울대학교 건설환경공학부 교수

## 1. 서론

콘크리트 교량은 콘크리트의 크리프와 건조수축 등의 영향으로 시간의존거동을 하므로 시간에 따라 구조물의 응력 및 기하형상이 변하고 교량 설계시의 사용되는 시간 의존적 특성값에 따라 시공단계 및 공용중 장기 처짐 예측값은 큰 차이가 난다.<sup>1)</sup> 콘크리트 크리프 계수의 변동계수는 0.5 이상으로 설계과정에서 가정한 값과 실제 물성의 차이가 클 수 있으나 많은 설계자는 공시체에 의한 단기 실험으로 예측한 값이나 설계기준(design code)이 제시하는 크리프 특성을 나타내는 표준화된 값을 가정하여 해석에 사용하고 있다. 그러나 설계과정에서의 가정값과 실제 물성의 차이가 있다면, 실제 구조물의 장기 거동을 정확히 예측하지 못하게 된다.

본 논문에서는 교량의 시간에 따른 거동을 측정된 자료로부터 크리프 민감도 해석을 수행하여 콘크리트의 크리프 계수를 예측하고자 한다.

## 2. 크리프의 변동성

ACI-209와 CEB-FIP Model Code 90 등 여러 설계기준에서 크리프 계수는 다른 형태를 갖지만 모두 하중 재하 시점의 재령과 지속 시간에 따른 함수와 환경조건에 따른 최종크리프의 변수로 표현할 수 있고 식 (1)과 같다.

$$\phi(t, \tau) = Af(\tau)g(t - \tau) \quad (1)$$

$A$  = 양생조건 등 환경요인에 의해 결정되는 값

$f(\tau)$  = 하중 재하 시점의 재령  $\tau$ 에 따른 계수

$g(t - \tau)$  = 지속 시간  $(t - \tau)$ 에 따른 계수

비크리프 함수(specific creep)는 식(2)와 같고 Dirichlet Series로 표현하면 식(3)과 같다.

$$C(t, \tau) = \frac{\phi(t, \tau)}{E_c(\tau)} = A \frac{f(\tau)}{E_c(\tau)} g(t - \tau) \quad (2)$$

$$C(t, \tau) = A \sum_{i=1}^m a_i(\tau) [1 - e^{-(t-\tau)/T_i}] \quad (3)$$

실제 실험 결과로부터 예측한 크리프 식도 마찬가지로 Dirichlet Series로 표현하여 사용한다.

본 연구에서는 크리프 형상과 관련된 함수  $f$ 와  $g$ 가 결정되었을 때, 환경조건에 따른 최종크리프의 변수인  $A$ 를 오차요인으로 생각하여 실제 측정값으로부터  $A$ 의 값을 찾으려 하고자 한다.

## 3 크리프 민감도 해석

콘크리트의 총변형률을 여러 요인들에 기인한 개별 변형률의 합으로 간주하며, 시간  $t$ 에서의 총변형률  $\epsilon$ 는 다음과 같다.

$$\epsilon(t) = \epsilon_e(t) + \epsilon_c(t) + \epsilon_{sh}(t) \quad (4)$$

콘크리트의 시간의존적 특성을 고려한 해석을 위해 시간 영역을 필요한 수의 시간단계로 나누고 각 시간단계에 대해 순차적으로 해를 구하여 해를 누적시켜 나가는 순차적분법(step forward integration)

을 이용하여 최종 시간 단계까지의 해를 구한다<sup>2)</sup>

임의 시간 단계  $t_{n-1}$ 와  $t_n$ 사이에서 발생한 비역학적 변형률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_{nm}(t_n) &= \Delta\epsilon_c(t_n) + \Delta\epsilon_{sh}(t_n) \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \phi(t_n, t_{n-1}) \Delta\epsilon_c(t_i) + \Delta\epsilon_{sh}(t_n)\end{aligned}\quad (5)$$

총 변형률 증분에서 비역학적 변형률 증분을 빼서 시간 단계  $t_n$ 에서의 역학적 변형률 증분을 구한다.

$$\Delta\epsilon_e(t_n) = \Delta\epsilon(t_n) - \Delta\epsilon_{nm}(t_n) \quad (6)$$

위의 식 (6)을 이용하여 오차요인인 크리프 계수 변수  $A_j$ 에 대한 영향 행렬을 구하기 위하여 각 단계 별로 직접 미분하여 각 단계에서의 변형률을 순차적으로 누적시켜 구한다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Delta\epsilon_e(t_n)}{\partial A_j} &= \frac{\partial \Delta\epsilon(t_n)}{\partial A_j} - \frac{\partial \Delta\epsilon_{nm}(t_n)}{\partial A_j} \\ \frac{\partial \Delta\epsilon_{nm}(t_n)}{\partial A_j} &= \frac{\partial \Delta\epsilon_c(t_n)}{\partial A_j} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \left[ \frac{\partial \phi(t_n, t_{n-1})}{\partial A_j} \Delta\epsilon_c(t_i) + \phi(t_n, t_{n-1}) \frac{\partial \Delta\epsilon_c(t_i)}{\partial A_j} \right]\end{aligned}\quad (7)$$

크리프 계수  $A_j$ 에 의한 총 변형률과 변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \epsilon(t_n)}{\partial A_j} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial \Delta\epsilon(t_i)}{\partial A_j} \quad (8)$$

$$\frac{\partial u(t_n)}{\partial A_j} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial \Delta u(t_i)}{\partial A_j} \quad (9)$$

임의의 시간 단계  $t_n$ 에서 뼈대요소의 각 단면에 대한 크리프 계수  $A_j$ 에 대한 총 변형률의 민감도는 각 시간단계별 민감도 증분을 중첩하여 크리프 민감도를 구한다.

#### 4. 해석 예제

교량 제원은 3경간 이중합성 거더로 하였고 거더의 교축 방향 단면은 Fig에 나타내었고 단면제원은 그림 1과 같으며 거더의 외측 지점부는 박스 안에 콘크리트가 없으며 내측 지점부는 40cm로 콘크리트를 타설한 경우를 해석하였다(성원진 논문<sup>3)</sup> 참조).

해석에 사용된 재료 물성치는 위의 논문과 마찬가지로 콘크리트 재령 28일 탄성계수  $E_{c,28} = 2.5 \times 10^4$ MPa, 강재 탄성계수  $E_s = 2.0 \times 10^5$ MPa, 콘크리트의 크리프 모델은 ACI-209 모델을 사용하였으며 28일 재하시의 최종 크리프 계수는  $C_u = 2.35$ 로 가정하였고 식(1)에서 표현하면  $A = 3.482$ 이다. 크리프 계수의 영향을 살펴보기 위하여 본 연구에서는 건조수축 효과는 무시하였다. 하중은 재령 28일에 5tonf/m의 등분포 하중을 가하여 120일의 처짐을 계산한 결과는 그림 1의 실선과 같다.

상부 슬래브의 콘크리트의 실제 크리프 특성은 가정한 값보다 50% 큰 값( $A = 5.223$ ), 박스 안 콘크리

트의 특성은 그대로라고 설정하여 해석한 결과(측정한 값으로 간주)를 그림 2에 점들로 나타내었다. 이 경우 중앙 경간의 처짐은 거의 차이가 없지만 외측 거더의 중앙부의 처짐은 10% 이상 차이가 난다. 민감도 해석을 통하여 크리프 특성값(A)을 구한 결과 그림 3과 같이 3번의 반복 계산만으로 매우 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

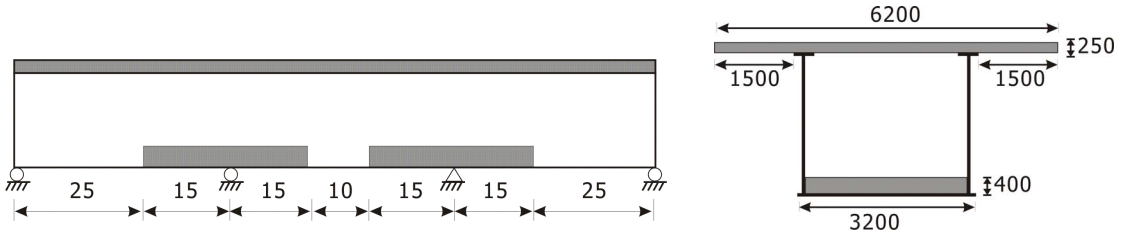


그림 1 교량 제원

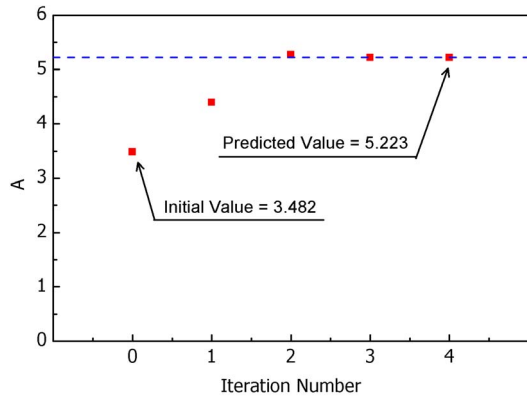
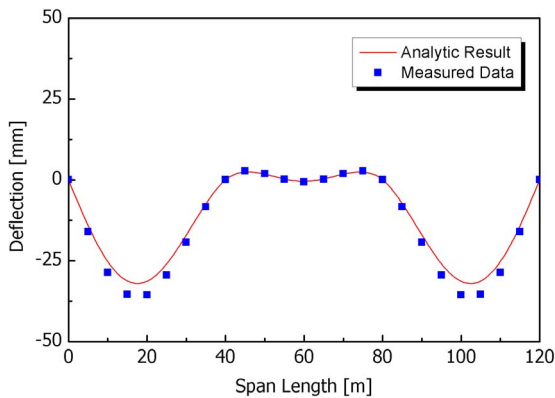


그림 2 가정한 크리프 계수로부터 구한 처짐과 측정된 처짐의 비교

그림 3 수렴횟수에 따른 예측값의 변화

#### 4. 결론

기존의 연구자들에 의해서 콘크리트의 시간의존적 특성을 나타내는 크리프 및 건조수축의 정확한 예측이 강조되어왔다. 이를 예측한 결과와 실제 측정치의 비교로부터 물성치의 타당성을 확인할 필요가 있다. 본 연구에서는 콘크리트 교량에서 측정 범위로부터 민감도 해석을 통하여 크리프 계수를 예측하는 방법에 대하여 조사하였다. 이 방법을 이용하면 기하형상 조정이 중요한 FCM공법의 PC교량과 콘크리트 사장교 등 실제 교량의 시공 단계에서 시공 오차 보정과 장기거동 예측에 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

1. 양인환, “콘크리트 거더 교량의 크리프와 건조수축에 의한 처짐 특성”, 한국콘크리트학회 2007년도 봄 학술발표회 논문집, pp.175-178
2. 이재석, 최규천, “프리스트레스트 콘크리트 교량의 시간의존적 거동에 크리프가 미치는 영향에 대한 해석적 연구”, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제27권 제2A호, pp.131-140
3. 성원진, 김정현, 이용학, “단면해석법을 이용한 합성형 휨 부재의 재령 종속적 처짐해석”, 한국콘크리트학회논문집, Vol.16, No.2, pp.155-162