

지오데식 돔의 설계최적화에서 유전알고리즘과 수학적계획법의 비교연구

A Comparative Study of Genetic Algorithm and Mathematical Programming Technique applied in Design Optimization of Geodesic Dome

이 상 진*
Lee, Sang-Jin

이 현 진**
Lee, Hyeon-Jin

요 약

본 연구에서는 서로 상이한 최적화기법인 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍기법을 이용하여 지오데식 돔 구조물을 최적화하고 그 결과를 분석하였다. 본 연구에서 도입한 유전알고리즘은 유전연산자인 선택, 교배, 돌연변이 이외에도 재생기법을 도입하여 최적해의 검색성능을 높였다. 그리고 수리적인 프로그래밍기법은 유한차분법을 이용하여 목적함수의 설계민감도를 계산하였으며 세 가지의 다른 검색기법을 이용하여 돔의 크기최적화를 수행하였다. 지오데식 돔의 중앙에 작용하는 집중하중에 저항하는 돔의 각 부재의 크기패턴을 자체 개발된 ISADO-GA α 와 ISADO-OPT를 이용하여 최적 설계하였다. 본 연구를 통하여 제시된 최적결과는 정해가 존재하지 않는 실제 구조물의 최적 값에 대한 유용한 정보를 제공할 뿐만이 아니라 향후 대공간구조의 새로운 구조시스템 개발의 밑거름이 될 것으로 판단된다.

Abstract

This paper describes a comparative study of genetic algorithm and mathematical programming technique applied in the design optimization of geodesic dome. In particular, the genetic algorithm adopted in this study uses the so-called re-birthing technique together with the standard GA operations such as fitness, selection, crossover and mutation to accelerate the searching process. The finite difference method is used to calculate the design sensitivity required in mathematical programming techniques and three different techniques such as sequential linear programming (SLP), sequential quadratic programming (SQP) and modified feasible direction method (MFD) are consistently used in the design optimization of geodesic dome. The optimum member sizes of geodesic dome against several external loads is evaluated by the codes ISADO-GA α and ISADO-OPT. From a numerical example, we found that both optimization techniques such as GA and mathematical programming technique are very effective to calculate the optimum member sizes of three dimensional discrete structures and it can provide a very useful information on the existing structural system and it also has a great potential to produce new structural system for large spatial structures.

키워드 : 설계최적화, 유전알고리즘, 지오데식 돔, 재생기법, 수학적 프로그래밍

Keywords : Design Optimization, Genetic Algorithm, Geodesic Dome, Rebirthing Technique, Mathematical Programming

1. 서 론

현재 인류는 과거 어느 때보다도 안락한 생활과 많은 여가활동을 하고 있으며 이와 함께 대(형)공간

에 대한 사회적 요구와 필요성이 더욱 증가하고 있다. 또 다른 한편으로는 인류에게 직면할 수 있는 환경적 위협에 대처하기 위하여 인공적인 초대(형)공간의 창출이 예상되고 있으며 이에 대한 준비가 필요한 상황이다. 이러한 시대적 상황으로 초대공간의 건설에 사용되는 재료, 구조해석기법, 시공법 그리고 초대공간 내의 환경을 적절히 조절할 수 있는 환경공학과 같은 다양한 분야의 연구가 점점 가속

* 정회원, 경상대학교 건축공학과 부교수, Ph.D.

Tel: 055-751-6541 Fax:055-757-7022

E-mail : lee@gnu.ac.kr

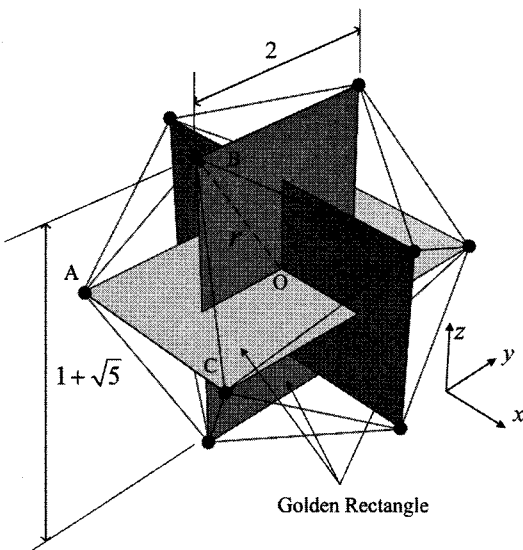
** 학생회원, 경상대학교 건축공학과 석사과정

E-mail : hy35b7@nate.com

화되고 있다. 그러나 초대공간의 건설에 있어서 무엇보다도 중요한 사실은 기존의 구조시스템을 정확히 이해하고 새로운 구조시스템에 대한 확신이 필요하다. 이러한 맥락에서 대공간구조의 구조시스템과 관련된 많은 연구가 활발히 진행되고 있다. 새로운 구조시스템의 개발은 기존에 존재하는 구조시스템에 대한 이해가 선행되어야 하며 이는 다양한 방법으로 이루어 질 수 있다. 본 연구에서는 수학적프로그래밍 기법을 바탕으로 개발된 삼차원 구조물 최적설계코드 ISADO-OPT[1]와 유전알고리즘을 바탕으로 개발된 삼차원 구조물 최적설계코드 ISADO-GA α [2]를 이용하여 대표적인 공간구조물인 지오데식 돔의 최적 설계를 수행하고 그 결과를 비교하였다. 본 연구를 통하여 서로 상이한 최적화알고리즘이 공간구조의 구조시스템개발에서 이용될 때 서로 상호보완 될 수 있을지 그리고 정해가 존재하지 않는 실제구조물의 최적화에 있어서 어떠한 역할을 할지에 대해서 알아보하고자 한다.

2. 지오데식 돔

지오데식 돔은 정이십면체의 다면체를 이용하여 형성할 수 있다.



〈그림 2〉 정이십면체의 분할

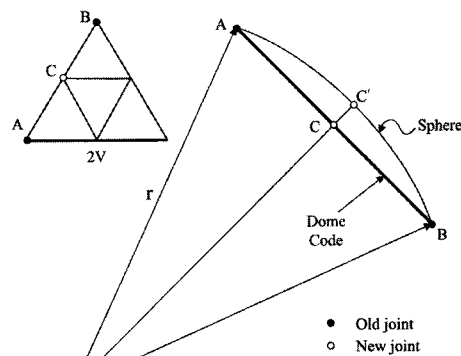
지오데식 돔은 <그림 1>에 도시된 정이십면체(icosahedron)의 다면체를 이용하여 다음과 같이 형성할 수 있다.

① 정이십면체는 <그림 1>에 도시된 바와 같이 직각좌표계에 준하여 표현될 수 있는데 원점 O를 중심으로 한 변의 길이가 2인 경우 12개 꼭지점의 좌표는 다음과 같다: $(0, \pm 1, \pm \phi)$, $(\pm 1, \pm \phi, 0)$, $(\pm \phi, 0, \pm 1)$. 이때 $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$ 는 황금비를 나타낸다.

② 전 단계에서 정의된 정이십면체를 바탕으로 지오데식 돔을 형성할 수 있는데 그 순서는 다음과 같다. 정이십면체의 외면을 이루고 있는 크기가 같은 20개의 삼각형을 분할한다. 분할로 생성된 새로운 교차점은 반지름이 $r = \sqrt{(\frac{1 + \sqrt{5}}{2})^2 + 1^2}$ 인 구의 표면으로 사상되어 최종적인 지오데식 돔의 꼭지점을 구하게 된다.

③ <그림 2>에 도시된 바와 같이 삼각형의 분할에 의해서 생성된 새로운 접합부 C를 구에 사상하면 지오데식 돔의 꼭짓점 C'을 구할 수 있는데 사상하는 방법은 <그림 2>에 도시된 바와 같다.

지오데식 돔의 특성중의 하나는 정이십면체의 각 삼각형을 짝수로 분할했을 때만 반구를 적절히 표현할 수 있다는 것이다. 따라서 본 연구에서는 2배수(2V)로 분할된 지오데식 돔을 해석과 최적화에 이용하고자 한다.



〈그림 2〉 사상법에 의한 지오데식 돔의 절점 생성 방법

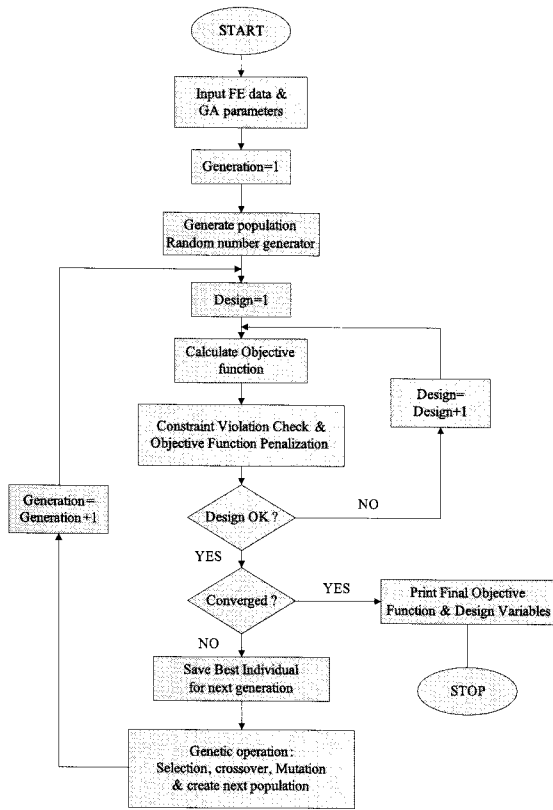
3. 설계최적화기법

3.1 유전알고리즘

본 연구의 최적설계에 이용된 유전알고리즘은 참고 문헌[3]에 기술된 내용을 바탕으로 하고 있으며 3차

원 최적설계프로그램 ISADO-GA α 에 구현되었다.

$$\hat{F}_j = F_j(1 + \hat{g}_j) \quad (1)$$



<그림 3> ISADO-GA α 에 도입된 유전알고리즘 플로우차트

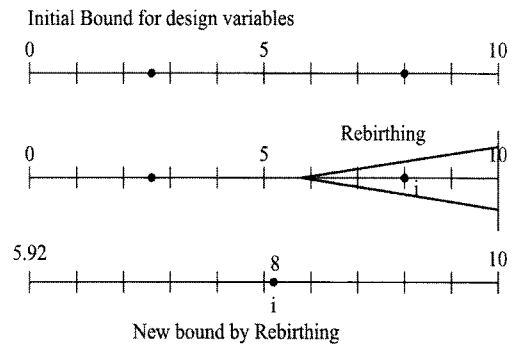
본 연구에 도입된 유전알고리즘은 <그림 3>에 도시된 바와 같은 절차로 구동된다. 난수발생기로 초기개체집단이 형성되면 제약함수의 만족도에 따라서 적합도함수를 계산하고 적합도가 높은 개체가 집단을 선택, 교배, 돌연변이와 같은 유전알고리즘의 연산자의 과정을 거쳐 새로운 개체집단으로 생성된다. 또한 본 연구에서는 1점 교배 연산자를 사용하였다. 참고문헌[4]에 기술된 바에 의하면 2차원 트러스의 경우에는 도입된 1점 교배 연산자가 2점 교배연산자보다 우수한 결과를 도출하였다.

본 연구에서 도입된 유전알고리즘은 단순유전알고리즘[4] 이외의 다음과 같은 특징을 가진다.

1) 구조설계에서 필요한 제약조건을 처리하는 과정을 포함하고 있으며 제약조건이 만족되지 못할 경우에는 이를 고려하여 목적함수를 다음과 같이 수정하게 된다.

여기서 \hat{F}_j 는 수정된 목적함수를 나타내며 \hat{g}_j 는 만족하지 못하는 제약조건을 합한 파라미터를 나타내며 F_j 는 수정되기 전의 목적함수 자체를 나타낸다. 참고로 식(1)은 부등제약함수에 대한 처리방법을 나타낸다.

2) 본 연구에 도입된 유전알고리즘은 또한 설계변수의 영역을 최적화 반복계산 과정 중에 재조정함으로써 해의 수렴성을 높이는 방법을 택하였다. 이 방법은 2차원 트러스의 최적화에 적용된 바 있으며 재생기법(re-birthing technique)이라고 명명하였다. 재생기법의 개념을 도시하면 <그림 4>과 같다. <그림 4>은 i 번째 설계변수의 범위를 재생하는 과정을 나타내고 있다.



<그림 4> 재생기법의 개념도

본 연구에서는 설계변수 범위의 하한 값으로 $X_i/(1+r)$ 식을 이용하였고 상한 값은 $X_i(1+r)$ 을 이용하여 설계변수의 범위를 재조정하였다. 여기서 r 은 범위가 조정될 수 있는 조정비율을 나타내는데 일반적으로 $r=0.35$ 를 사용한다. 재생기법을 사용하여 설계변수 i 의 범위를 재조정된 결과 <그림 4>의 제일 아래 그림과 같이 하한 값은 5.92 그리고 상한 값은 10.8이 계산되었다. 따라서 조정된 범위는 하한 값으로 계산된 5.92를 택하고 상한 값은 10.8은 초기범위를 초과하므로 초기 상한 값 10을 택하였다.

3.2 수학적 프로그래밍 기법

본 연구에서 제시한 수학적 프로그래밍기법을 이

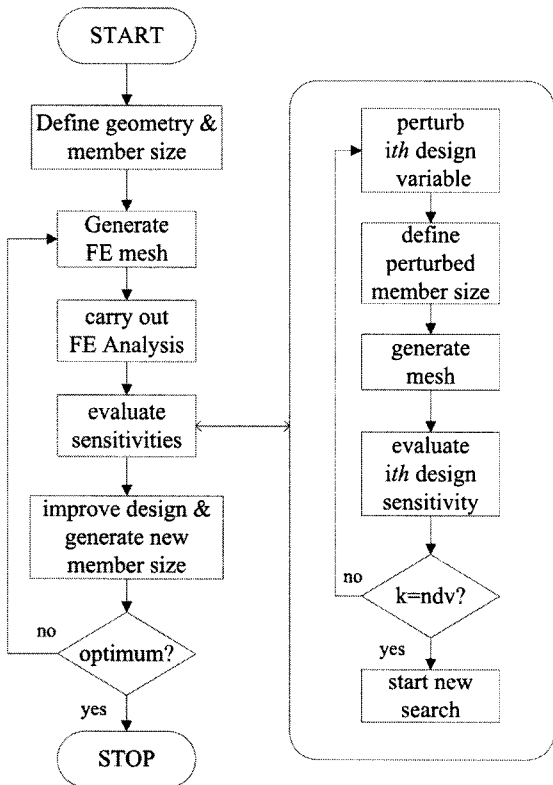
용한 최적화는 다음과 같은 다섯 가지의 기본 과정을 거친다.

- 1) 최적화 문제 정의 : 돔의 초기형상과 부재의 크기를 정의한다. 유한요소해석을 위해서는 하중과 경계조건 등을 준비한다.
- 2) 유한요소망의 생성 : 제 2절에서 설명한 돔의 생성절차를 이용하여 돔의 유한요소 망을 생성한다.
- 3) 유한요소해석 : 제 3절에서 언급한 트러스 요소를 사용하여 유한요소 해석을 수행한다. 이 단계에서 목적함수에 해당하는 돔의 중량과 제약함수인 구조물의 변위값과 응력치를 계산한다.

$$\frac{\partial q}{\partial s_i} \approx \frac{\Delta q}{\Delta s_i} = \frac{q(s_i + \Delta s_i) - q(s_i)}{\Delta s_i} \quad (2)$$

여기서 i 번째 설계변수 s_i 는 미세변화량 Δs_i 에 의해 교란되어지며 그것에 의한 새로운 값 $q(s_i + \Delta s_i)$ 가 구해진다.

5) 최적값검색 : 민감도 해석에서 계산된 각 변수에 대한 설계민감도값으로 최적값을 검색한다. 최적값이 구해질 때까지 2)-5)과정을 반복한다. 최적값을 검색하기 위해서 본 연구에서는 DOT[6]에서 제공하는 세가지 수학적 프로그래밍기법 Sequential Linear Programming (SLP), Sequential Quadratic Programming (SQP) 그리고 Modified Feasible Direction Method (MFD)를 이용하였다[7].



<그림 5> 돔 최적화 기본 알고리즘 및 민감도 해석 절차(5)

4) 민감도해석 : 민감도 해석은 설계변수의 변화가 구조물의 중량에 끼치는 영향의 정도를 파악하는 단계이다. 본 연구에서는 유한차분법을 사용하여 설계민감도를 계산한다. 유한차분법[6]은 구조물의 변위, 진동수, 응력의 설계변수에 대한 민감도 값을 구하기 위하여 일차의 차분법을 이용한다. 제 i 번째 설계변수 s_i 와 관련된 어떤 항 q 의 미분 값은 다음의 식을 이용하여 근사값으로 계산할 수 있다.

4. 설계최적화문제 정의

지오데식 돔의 부재크기를 최적화하기 위하여 목적함수로는 트러스 건설에 사용된 재료의 중량을 사용하고 각 부재에서 발생하는 응력과 절점에서 발생하는 변위가 허용치를 초과하지 않는 제약조건을 채택하였다. 따라서 본 연구에서는 설계최적화문제를 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Minimize } \psi(A_e) = \sum_{e=1}^{nel} W_e = \rho A_e L_e \quad (3)$$

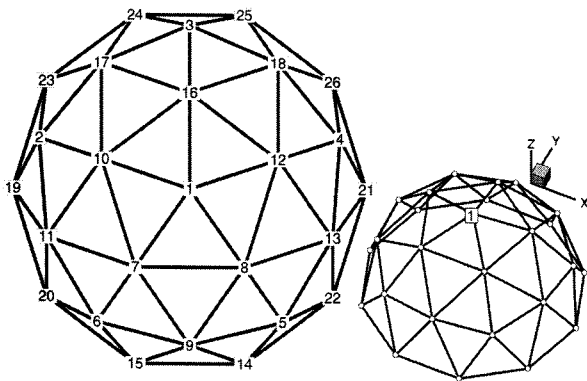
$$\text{Subjected to } \left| \frac{\sigma_e}{\sigma_{allow}} \right| - 1 \leq 0, \left| \frac{u_j}{u_{allow}} \right| - 1 \leq 0 \quad (4)$$

여기서 ψ 는 설계최적화 문제의 목적함수 W_e, ρ, A, L 는 각각 유한요소 e 의 중량, 밀도, 단면적, 부재의 길이 그리고 nel 은 요소의 수이다. σ_e 는 요소 e 의 응력 값을 나타내고 σ_{allow} 는 부재의 허용 응력 값 그리고 u_k 는 절점 k 에서 발생하는 변위 값을 나타내며 u_{allow} 는 허용 변위 값을 나타낸다.

5. 수치예제

이 예제는 제 2절에서 설명한 방법으로 <그림 6>에 도시된 바와 같은 반구 형태의 지오데식 돔으로

써 이를 최적화에 이용하였다. 돔의 부재는 모두 7개의 설계변수로 연계하였고 정리하면 <표 1>과 같다. 해석에 사용된 탄성계수 $E=10 \times 10^6 \text{ ksi}$ 이고 질량은 0.1 lb/in^3 그리고 하중은 절점 1번에 집중하중에 가하였다. 본 예제에서는 돔의 중량을 목적함수로 채택하였고 부재의 응력은 인장과 압축영역 모두 30 ksi 를 넘지 못하게 하였으며 트러스의 최상부의 절점 1에서 발생하는 변위가 $\pm 0.25 \text{ in}$ 를 넘지 못하게 하였다.



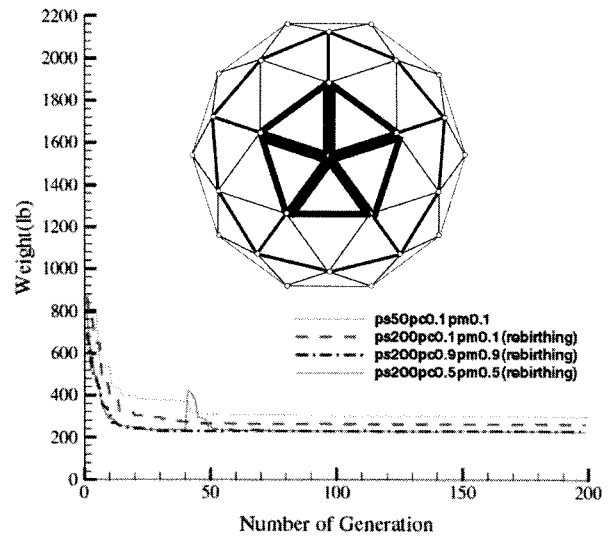
<그림 6> 정십이면체의 각 삼각형면을 이등분한 뒤 반구에 투영하여 생성한 지오데식 돔 (좌) xy평면, (우) 3차원.

<표 1> 부재의 연계 (7개의 설계변수)

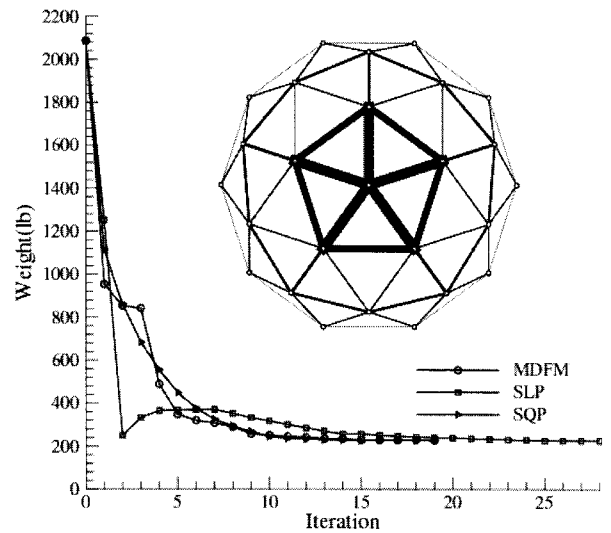
설계변수	부재연결 (절점-절점)
1	1-7, 1-8, 1-10, 1-12, 1-16
2	7-8, 8-12, 12-16, 10-16, 7-10
3	7-11, 10-11, 10-17, 16-17, 16-18 12-18, 12-13, 8-13, 8-9, 7-9
4	10-2, 16-3, 12-4, 8-5, 7-6
5	2-11, 11-6, 6-9, 9-5, 5-13 13-4, 4-18, 18-3, 3-17, 17-2
6	2-19, 19-11, 11-20, 20-6, 6-15 15-9, 9-14, 14-5, 5-22, 22-13 13-21, 21-4, 4-26, 26-18, 18-25 25-3, 3-24, 24-17, 17-23, 23-2
7	15-14, 14-22, 22-21, 21-26, 26-25 25-24, 24-23, 23-19, 19-20, 20-15

유전알고리즘을 이용한 최적부재크기와 최적 이력 값은 <그림 7>에 도시하였으며 최적화를 통하여 구해진 지오데식 돔의 최소중량은 228.48 lb 이다. 한편 수학적프로그램 기법 MFD, SLP, SQP를 이용한 설계최적화에서는 지오데식 돔을 최적 중량이 각각 228.41 lb , 227.99 lb , 228.20 lb 로 나타났다. 두 가지의 최적설계기법 모두 최적화를 통하여 중앙에

집중하중이 가해지는 지오데식 돔의 하중의 이동경로를 확인할 수 있었다. 최적중량을 찾는데 있어서는 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍 기법은 모두 성공적으로 최적 해에 거의 근접한 값을 찾을 수 있었다.



<그림 7> 지오데식 돔의 최적화 이력(GA)



<그림 8> 지오데식 돔의 최적화 이력(수학적 프로그래밍기법)

보다 자세히 설명하면 유전알고리즘은 최적 해를 찾기 위한 세대수가 수학적 프로그래밍 기법의 반복횟수보다 훨씬 많았으나 최적설계를 통하여 도출된 부재의 크기 패턴은 <표 2>에 제시된 바와 같이 매우 유사했으며 최종 값도 유전알고리즘을 이용했을 경우와 수학적 프로그래밍 기법을 이용했을 경

우 모두 유사하게 도출되었다.

〈표 2〉 초기 설계변수값과 및 정규화된 목적함수값

i	s_i^o	s_i^l	s_i^u	MFDM	SLP	SQP	GA
1	0.25	0.12	0.5	1.4817	1.5586	1.5452	1.5452
2	0.25	0.12	0.5	0.9924	0.9984	0.9975	0.9975
3	0.25	0.12	0.5	0.1281	0.1379	0.1374	0.1374
4	0.25	0.12	0.5	0.4654	0.3805	0.3868	0.3868
5	0.25	0.12	0.5	0.3095	0.3066	0.3105	0.3105
6	0.25	0.12	0.5	0.1345	0.1289	0.1297	0.1297
7	0.25	0.12	0.5	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
$\bar{\psi}(s)$	-	-	-	0.1095	0.1093	0.1094	0.1095

*구조물의 초기중량: $\psi^o=20861b$
 ** $\bar{\psi}=\psi/\psi^o$: 정규화된 구조물의 중량

6. 결론

본 연구에서는 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍 기법의 두 가지 상이한 최적화알고리즘을 이용하여 지오데식 돔의 설계최적화를 수행하고 분석한 결과 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍 기법은 서로 매우 유사한 최적 해를 도출하였다. 유전알고리즘의 경우에는 수학적 프로그래밍 기법에 비해 많은 반복계산을 요하나 설계민감도 값을 따로 계산할 필요가 없고 최적화를 수행하는데 제약이 적은 것으로 나타났다. 하지만 수학적 프로그래밍 기법은 반복계산을 적게 하나 주어지는 문제에 따라서 설계민감도를 따로 계산해야 하는 것으로 나타났다. 특히 본 연구를 통하여 실제구조물에 대한 최적설계를 위해서는 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍기법과 같이 상이한 최적설계기법을 이용하여 최적화를 수행한 뒤 그 결과를 비교함으로써 해의 신뢰성을 높이는 것이 바람직할 것으로 판단된다. 한편 유전알고리즘의 경우 부재수가 많은 대공간구조물의 최적설계를 위해서는 반응해석에 따른 연산을 빠르게 하기 위하여 병렬처리나 초고속 컴퓨터를 이용하는 것이 필요할 것으로 판단된다. 결론적으로 유전알고리즘과 수학적 프로그래밍 기법 모두 이산구조인 공간구조의 최적화에 매우 효과적인 것으로 나타났으며 공간구조의 구조시스템을 개

선하는데 매우 유용한 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 첨단도시개발사업비로 수행되었음(과제번호: C106A1030001-06A050300120).

참고문헌

1. 이상진, 배정은, "지오데식 돔의 구조최적화에 대한 연구", 한국공간구조학회, (심사중), 2008
2. 이상진, 이현진, "유전알고리즘을 이용한 지오데식 돔의 설계최적화", 대한건축학회 학술발표대회 논문집, 제 27권 제1호, pp. 253-256, 2007
3. Ghasemi, M. R., Hinton, E. and Wood, R. D., "Optimization of Trusses using Genetic Algorithms for Discrete and continuous Variables", Engineering Computations, Vol.16, No.3, pp. 272-301, 1999
4. 이상진, 이현진, SGA를 이용한 지붕트러스의 설계최적화에서 교배의 영향에 대한 연구, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, 제 18권 1호, pp. 396-401, 2007
5. Lee, S.J. and Hinton, E., "Dangers inherited in shells optimized with linear assumptions," Computers and Structures, Vol. 78, pp. 478-486, 2000
6. Haftka R.T. and Adelman, H.M., "Recent developments in sensitivity analysis," Structural Optimization, Vol. 1, pp.137-151, 1989
7. Vanderplaats, G. N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, 1984
8. DoT manual VMA Engineering, 1996.