

Robert Lee Moore의 교수법과 한국에서의 의미

이 상 구 (성균관대학교)

이 상 욱 (수원대학교)

김 덕 선 (성균관대학교)

1890년에 설립된 시카고대의 초대 수학과장으로 미국수학사에서 결정적 역할을 담당했던 E. H. Moore는 걸출한 인재들을 길러내며 20세기 전반에 미국수학이 수학연구의 주류로 진입하는데 결정적 기여를 하였다. 그는 시카고대에서 실험적 교수법을 시도하였고, 그 결과, 연구력이 뛰어난 수많은 제자를 배출하였다. R. L. Moore는 E. H. Moore의 실험적 교수법과는 차별화된, 지금은 Texas 교수법 또는 Moore 교수법으로 알려져 있는 새로운 방식의 수학교수법을 대학수학교육에 적용하였다. 그는 20세기 전반, 미국수학이 빠르게 발전하는 과정에서 결정적인 역할을 담당했던 Veblen이나 Birkhoff와는 차별화된 중요한 역할을 수행하였다. 따라서 미국수학의 발전에 특별한 역할을 수행했던 R. L. Moore의 연구 경력과 Moore 교수법 및 R. L. Moore가 배출한 제자들의 역할에 대한 의미 있는 분석을 필요로 한다.

본 원고는 텍사스대에서 학문적 일생을 보낸 R. L. Moore와 그의 Moore 교수법, 또 그의 영향으로 탄생한 'American school of topology'가 미국수학사에서 갖는 의미를 분석하고, 20세기 전반 미국수학의 학문적 도약과정이 현재의 한국수학계에 시사하는 바를 고찰한다.

R. L. Moore는 어떻게 20~30년 만에 더 나은 연구여건의 전통 깊은 많은 학교를 제치고 혼자서 수많은 제자, 더구나 우수한 연구력을 갖춘 많은 수학자를 배출할 수 있었을까? 답은 이전의 어떤 교수법과도 다른 그만의 교수법에 있다.¹⁾ 그의 교수법은 자신뿐만 아니라 제자와 다른 동료교수들을 통하여 확산되면서 'Moore 교수법' 또는 'Texas method'라는 이름으로 알려진다. 그는 수학에서의 문제해결 기반의 자기 주도적 학습(Problem Based Learning)에 의한 교육방법을 사용한 교육으로 미국이 위상수학 분야의 독창적 연구로 20세기 중반에 세계 수학연구의 주류에 진입하는데 크게 기여하였다.²⁾

R. L. Moore가 자신의 대학원 위상수학 강좌에서 우선적으로 신경 쓴 것은 강좌 성격에 맞게 수강생 그룹을 구성하는 것이었다. 만일 학생이 유사한 강좌를 미리 다른 곳에서 수강하고 왔거나 너무 많이 알고 있으면 자신의 강좌의 수강을 제한했다. 즉, 모든 학생이 백지 상태에서 시작한다는 것이었다.³⁾ 학생은 강좌에서 주어지는 수학적 사실을 증명하는 과정에서 책을 참고하지 않고 자신의 능

1) <http://www.discovery.utexas.edu/>

2) www.maa.org/reviews/rlmoore.html

력만으로 수행하기를 요구받았다. 그리고 그 과정은 수강생들 사이에 경쟁을 통하여 이루어진다는 것이었다. 이런 강좌는 Foundations of Geometry에서 시작하여 자연스럽게 Calculus, Advanced Calculus(학부과정), Measure Theory, Metric Density, Foundations of Geometry, Topology(대학원 과정)등을 포함한 다른 강좌로 확산되었다.

R. L. Moore의 학생이었던 Gail S. Young의 회고에 따르면 그의 첫 강좌는 우선적으로 axiomatic method에 대한 설명으로 시작되었다고 한다. 무정의 용어(예, “point”와 “region” 등), 두 개의 공리, 대역섯 개의 정의를 설명하고, 이어서 다섯 개의 정리를 나열한 후 학생들이 자신만의 증명을 찾고 정리의 조건이 모두 필요함을 보이는 구체적인 예를 찾아오는 과제를 주고 다음 시간에 발표하도록 하였다고 한다. 다른 학생과 의논도 하지 말고, 책을 참고하지도 말며 더 나아가 본인이 어떠한 문제를 증명했는지조차 수업 전까지 다른 학생에게 얘기하는 것을 금지하였다. 실제로 도서관에 비치된 1932년에 자신이 쓴 책을 항상 자신의 연구실에 보관하여 학생이 이용할 수 없게 하였다고 한다[17, 285-293 쪽].

수업시간은 학생에게 학생이 원하는 정리의 증명을 발표하도록 시키면서 수업이 시작되었다. 그는 학생의 능력을 파악해가면서 발표 순서를 조정하여 그간 증명에 실패한 학생들에게 발표 기회를 먼저 주는 방식으로 학생들을 배려하였다. 학생이 스스로 정리를 서술하고 증명을 할 수 있다고 하면 칠판에 써가며 증명을 발표하게 하였다. 아직 증명을 못한 학생들은 발표를 들으면서 발표하는 학생의 증명에 오류가 있는지 또 내용의 전달이 명확한지를 확인토록 하였다. 증명에 결함이 생기면 그 학생이 그 부분을 완성할 때까지 기다리고, 만일 그 학생이 마무리하지 못하면 다른 학생에게 시도해 보도록 하여 가능하면 마무리를 짓고, 어렵지만 충분히 흥미로운 부분이 있다고 생각되는 문제는 다음 시간까지 기회를 주고 다음 정리로 넘어갔다. (수업의 마지막 부분에서는 그간 지나친 문제들을 다시 검토하였다.) 보통 이전 과정에서 남겨진 문제도 거의 모두 그 해 또는 몇 년 안에 같은 강좌의 강의실에서 해결되었다고 한다.

증명에 결함이 발견되는 경우 모든 학생에게 일정 시간 동안 반례를 찾도록 하는 경우가 자주 있었다. 이런 종류의 경험은 수업에서는 물론 자신의 연구 경험 이외에서는 갖기 어려운 경험이었을 것이다. 하지만 이런 경험이 수학연구자에게는 필수적이다. 수업 중에 자주 R. L. Moore 자신의 정리 일부가 개선된 모양으로 일반화되면서 증명되었다. 그러면 R. L. Moore는 그 정리에 발표한 학생의 이름을 붙여주었다. (그의 저서의 수정판에는 학생의 이름이 본문 여러 곳에서 보이며, 때로는 부록에 특정 증명이나 개념을 제공한 사람의 이름이 추가되었다.) 학생이 개선한 내용의 중요성이 크지 않았을지 모르지만 이와 같은 공개적 격려의 효과는 매우 컸다. 특히 실수를 하지 않도록 각별히 주의시켰다. 그래서 R. L. Moore는 학생에게 발표 전에 자신의 증명을 꼭 써보고 오라고 요구했다. 이는 발표시간을 절약하고, 학생에게는 효과적으로 논문을 쓰는 훈련이 되기도 하였다.

3) 그러나 Moore의 기하학기초론(Foundations of Geometry)강좌에서는 어디서 온 학생이건 모두 Hilbert-Veblen-Moore의 공리론적 접근에 대하여 거의 아는 바가 없었으므로 별도로 학생을 선발할 필요가 없었다.

‘Moore 교수법’의 연구자는, 이 과정에서 중요한 것은 학생과 교수자 사이에 정기적인 상호작용이 존재하여 교수자가 학생의 이해 정도에 있어서의 성장 과정을 잘 파악하는 것이며, 학생이 학습 내용을 이해하여 새로운 상황에 그 내용을 적용할 수 있을 때까지 학생이 이해했다고 생각하면 안 된다고 강조해야 한다. R.L. Moore의 학부 강좌에서는 학생이 할 수 있는 것이 무엇인지 알고 학생이 풀었을 때 상당한 자부심을 느낄 만한 그러면서도 아직 성숙하지 않은 학생들이 실망하지 않을 정도의 어려운 문제를 만들고 찾아서 제공하는 일이 필요하였다. 이 부분에서 R.L. Moore는 천재적이었고 이것이 R.L. Moore교수의 성공비결이었다.

이와 같이 일반적인 수학강좌와 다르게 매우 독창적이고 학생 사이에 경쟁하며 비협동하에서 이루어지는 교수법인 Moore 교수법은 시간이 흐름에 따라 그 방법도 계속 개선되었다. R.L. Moore는 결코 쉬운 교수는 아니었다. 그는 게으른 학생은 본인의 강좌에 등록도 못하게 하였다. 그의 강의실에는 언제나 최신의 정리를 얻거나 가장 고상한 증명을 얻기 위한 강한 경쟁이 존재하였다. 그러나 대부분의 그의 학생들은 그를 존경했고 그들 스스로도 세계적 수준의 학자로 성장하였다.

Moore 교수법은 발견과 탐구, 그리고 학생 위주의 소크라테스식 건설적 교수법과 연관된다. Moore 교수법은 교수자가 제공한 자료로부터 학생이 독자적으로 만든 증명을 동료 앞에서 발표하면서 평가받는 것으로 구성된다. 강의자는 coach, mentor, collaborator, guide, cheerleader의 역할을 한다. R. L. Moore는 “주입식 교육을 가장 적게 받은 학생이 가장 잘 배운 학생이다.” 그리고 “대학원 연구의 장은 강의실이 아닌 도서관이 되어야 한다.”고 주장했다.⁴⁾

어렵게 Pennsylvania대 전임이 된 R.L. Moore는 그곳에서 1911-1916년 사이에 자신만의 교수법을 개발한 것이다. 그리고 이 방법으로 텍사스대에서 1916년에 시작하여 1969년 86세의 나이로 은퇴할 때까지 학생을 교육했다. 같은 학교의 H. S. Wall과 H. J. Ettlenger도 유사한 방법을 개발하여 자신의 학생을 지도하였다[10][16, 351-359 쪽].

본 원고에서 우리는 20세기 초 미국에서, R. L. Moore의 교육 경험과 연구 업적 그리고 미국수학계에 미친 기여를 살펴보았다. 특징적 사실은 1903년 시카고대의 새로운 사고를 갖춘 인재 양성에 따라 E. H. Moore의 실험적 교수법에 영향을 받은 R. L. Moore는 자신의 시카고대에서의 교육 경험을 통하여 E. H. Moore가 시도한 실험적 교수법과는 다른 새로운 방식의 수학교수법을 대학수학교육에 적용한 것이다. 그는 학생 스스로 주제의 주요 흐름을 발견하게 하면 할수록, 학생에게 자신감뿐만 아니라 수학에 대한 더욱 큰 관심을 갖게 할 수 있다고 생각하며, 수학에서의 문제해결 기반의 자기 주도적 학습을 통한 교육방법을 개발하였다. 이러한 교육방법으로 연구 능력을 갖춘 많은 박사를 배출함으로써 초창기 위상수학 분야에 있어서의 미국의 집중적 노력(American school of topology)을 통하여 20세기 중반에 미국이 세계 수학연구의 주류에 진입하는데 크게 기여하였다는 것이다[8]. 특히 R. L. Moore는 20세기 초 시카고대, 존스홉킨스대, 컬럼비아대, 하버드대, 프린스턴대 등의 특정 사립대학 중심의 연구모델에서 벗어나 당시 상대적으로 연구 여건이 열악했던 미국의 보통 주립대학

4) R. L. Moore's analects, "That student is taught the best who is told the least."

의 하나인 텍사스대 수학과에서 20세기 중반에 국제수준의 수학연구와 연구인력 양성의 성공모델을 제공하였다. 또한 그의 제자들은 Michigan대, North Carolina대, Wisconsin대, Louisiana 주립대, Virginia대, Pennsylvania주립대 등에서 높은 연구생산성을 유지하며, 대부분의 주요 주립대학의 수학 연구 분위기를 자극하고 궁극적으로 20세기 후반 미국 전체의 수학연구 수준을 한 단계 높여 놓았다.

여기서 우리는 21세기 초, 현재의 한국 대학들이 추구하는 대학의 개혁이 바로 100년 전 미국의 대학에서 선언한 선택과목의 확대와 연구중심대학의 탄생, 교수의 연구, 교육 및 봉사의 강조와 유사하다는 점에 초점을 맞추어 볼 수 있다. 1893년 미국에서 대학교수 임용 기준은 1980년대 중반의 한국 상황과 유사하며, 1901년이 되어서 예일대와 스탠포드대에서부터 연구가 대학교수로서의 의무로 인식되기 시작한 상황은 한국의 경우 1980년대 말부터 전개되었다[14]. 정년보장교수조차 연구업적이 없으면 강의를 한 강좌 더 하거나 아니면 월급이 동결되는 상황은 21세기에 들어와 한국에서도 전개되었다. R. L. Moore가 활동한 미국에서의 학문적 시기의 상황은 최근 30~40년간의 한국에서의 수학기계가 경험한 상황과 유사하다.

한국은 1960년대에 대학원 과정이 소개되고, 1970년대에 대학원과정이 정상화되면서 연구 주제로서의 수학이 부각되기 시작하였다. 미국과 비교하면 최소한 100년은 늦게 수학의 대학원 교육이 시작되었다고 볼 수 있다. 그러나 2007년 3월 미국 스탠포드대는 미국을 제외하고 스탠포드대에 가장 많은 학부 합격생을 배출한 나라는 한국이라고 발표하였다. 또 미국 이민세관국(ICE, Immigration and Customs Enforcement)은 최근 발표한 보고서에서 지난해 12월말 기준으로 자국 내 외국인 유학생 중 한국 출신이 9만 3728명으로 1위를 기록했다고 밝혔다. 이는 미국에 있는 전체 (63만 998명) 유학생의 14.9%에 해당한다.⁵⁾ 미국 고등교육 전문 주간신문인 'The Chronicle of Higher Education'은 "1999~2003년 미국 박사학위 취득자 중 서울대 학부 출신이 1655명으로, 버클리대에 이어 2위이며 미국을 제외한 해외 대학 중 가장 많았다"고 밝혔다.⁶⁾ 우리 수학기계의 21세기 초의 상황은 세계의 현대수학을 모방하며 따라가 거의 접근하였으나, 그러한 수준을 넘어서 다수의 연구자가 다른 어느 나라보다 더 새롭고, 더 가치있는 결과를 더 먼저 내놓아야하는 단계에 이르러 있다. 이에 따라 한국 수학기계의 구성원(학생, 학자, 교육자 등)은 연구에 대한 강한 요구를 받고 있다.

우리는 20세기 초·중반 미국 대학이 유럽과 차별화하며 그 과정에서 수학 분야의 자기 주도적 PBL(Problem Based Learning) 교육방법인 Moore 교수법이 생산성이 높은 다수의 수학자를 미국 내에서 배출하는데 큰 역할을 하였음을 미국수학사를 살펴봄으로써 확인할 수 있었다. 이는 현 시점에서 우리도 자기 주도적 PBL 교육방법을 고등수학 교육과 연계하여 생각해볼 충분한 동기를 부여한다.

5) http://article.joins.com/article/article.asp?Total_ID=2685808

6) http://article.joins.com/article/article.asp?Total_ID=435139

참 고 문 헌

- 이상구 · 황석근 · 천기상, 20세기 초 미국수학계의 혁명적 변화의 바탕, 한국수학사학회지, 20(3) (2007) 127-146.
- Burton, J. F., The Moore Method, *American Mathematical Monthly* 84 (1977) 273-277.
- Burton, J.F., The Beginning of Topology in the United States and The Moore School, in C.E. Aull & R. Lowen eds. *Handbook of the History of General Topology 1* Kluwer Academic Publishers (1997) 97-103, 273-278.
- Duren, P., A century of mathematics in America, Vols. I, II, III, Amer. Math. Soc., Providence, RI. (1988) [G. Birkhoff, *Mathematics at Harvard, 1836-1944*: 3-58]
- Eves, H., *Mathematical Circles Squared*, Prindle, Weber & Schmidt, Boston, (1972), 99-100.
- Halsted, G. B. et. al., The Carnegie Institution, *Science* 16 (1902), 641-646.
- Lee, S.-G. & Ham, Y.-M., J. J. Sylvester, F. Klein and American Mathematics in 19th Century, 한국수학사학회지 19(2) (2006) 77-88.
- Lewis, A. C., The beginnings of the R. L. Moore school of topology, *Historia Mathematica*, 31 (2004) 279-295.
- Moore, E. H., The betweenness assumptions, *American Mathematical Monthly*, 9 (1902) 152-153.
- Parker, J., R. L. Moore: Mathematician and Teacher, *Mathematical Association of America* (2005) 21-23.
- Parshall, K. H. & Rowe, D. E., *The Emergence of the American Mathematical Research Community, 1876-1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore*, Providence: American Mathematical Society and London: London Mathematical Society., (1994)
- Parshall, K. H., Perspectives on American mathematics, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 37 (2000) 381-405.
- Roberts, D. L., E. H. Moore's Early Twentieth-Century Program for Reform in Mathematics Education, *American Mathematical Monthly*, 108 (2001) 689-696.
- Rudolph, F., *The American college and university*, Alfred A. Knopf, New York, 1962
- Shier, D. R. & Wallenius, K. T., *Applied Mathematical Modeling: A Multidisciplinary Approach*, CRC Press, (1999)
- Whyburn, L. S., Student Oriented Teaching - the Moore Method, *American Mathematical Monthly*, 77 (1970) 351-359.
- Young, G. S. Being a student of R. L. Moore, 1938-42, *A Century of Mathematics Meetings*, AMS, (1996) 285-293.