

도시공간형태별 경쟁적 입지선정문제에 관한 연구
(Study for Competitive Facility Location Problem
Under the Urban Spatial Structure)

이상현, 나호영

국방대학교 운영분석학과, email : leesangh@kndu.ac.kr

Abstract

다수고객을 서비스하기 위한 설비의 입지선정 문제는 현 기업환경 하에 많은 분야에서 광범위하게 응용되고 있다. 본 논문은 경쟁사 설비가 기 입지해 있는 상황에서 시장점유율을 최대화하기 위해 정해진 수의 설비를 주어진 입지후보지에 설치하기 위한 입지선정문제를 다룬다. 고객은 도시공학 분야에서 잘 알려진 4개의 도시공간구조 이론에 근거하여 분포시키고, 고객의 수요를 최대한 충족시킬 수 있는 매장의 입지를 선정한다. 실험을 통해 각 도시공간형태별로 상이한 고객의 분포형태와 계층별 거주지역의 밀집도가 매장의 위치에 미치는 영향을 확인한다. 또한 입지선정 문제는 잘 알려진 NP-hard 문제임에 따라 합리적인 시간에 근사 최적해를 도출하기 위하여 유전자 알고리즘을 적용함으로써 기업의 입장에서 이윤을 극대화하는 최적의 설비위치를 결정할 수 있는 모델을 제시하였다.

1. 서론

입지선정문제(Facility Location Problem, 이하 FLP)는 기업의 경영활동을 위한 기본적인 의사결정문제로서 공급지와 수요지, 입지후보지

가 주어질 때 기업의 목표를 극대화할 수 있는 설비의 수와 위치를 결정하는 문제이다. 이러한 FLP의 기존 연구는 대부분 설비가 설치될 시장을 독점한다는 가정하에 이루어졌으며, 고객과 설비의 근접성만을 고객이 설비를 선택하는 기준으로 설정하였다. 하지만 경쟁사와의 경쟁이 심한 대형할인매장, 백화점, 편의점과 같은 상업설비는 공공설비와 달리 경쟁관계가 중요한 의사결정 요소이며, 이윤과 설비운용의 효율성에 큰 영향을 미치게 되므로 기입지한 경쟁사 설비에 의한 영향은 상업설비의 입지에 많은 영향을 미치게 된다. 또한 고객이 설비를 선택할 때 근접거리 뿐만 아니라 설비가 고객에게 제공하는 종합적인 효용성에 의해 결정되는 선호도(attractiveness)가 중요한 기준이 되므로 거리와 선호도를 모두 고려한 기준을 적용하는 것이 더욱 현실적이라 할 수 있다.

이와같은 경쟁환경 하에서의 입지선정문제(Competitive FLP, 이하 CFLP)에 관한 연구는 Hotelling(1929)에 의해 처음 시작되었는데, 경쟁상황에 있는 두 소매점이 균등하게 분포한 고객에게서 얻는 구매력(buying power)을 최대화하는 것을 목적으로 설비의 위치와 제품의 가격을 결정하는 CFLP의 모형을 제시했다. Wendell et al.(1981)과 Hakimi(1983)는 네트워크상에서 시장 선점효과를 최대화 하는 CFLP 모형을 제시했고, Drezner(1982)는 평면상에서

어느 지점에나 위치할 수 있는 CFLP에 대한 해법을 제시했다. Huff(1964, 1966)는 고객이 최근거리 설비를 이용한다는 이전 연구와 다르게 설비의 질과 고객과의 거리가 조합되어 형성되는 선호도(Attractive Power, AP)를 고객이 설비를 선택하는 기준으로 하는 CFLP 모델을 제시하였다. 최근에는 휴리스틱(Fernandez et. al. 2007)이나 유전알고리즘(Uno, 2004) 및 타부서치(Uno, 2007)와 같은 메타휴리스틱을 적용한 연구도 이루어지고 있다.

본 논문은 다수의 경쟁사 설비가 기입지한 평면상에 정해진 수의 설비를 설치하기 위한 입지선정문제를 다룬다. 이때, 고객은 현실세계의 도시 모형을 표본화한 4가지 도시공간구조(urban spatial structure) 이론을 통해 고객과 입지후보지 위치를 제한된 지역에 분포한다. 또한 고객은 선호도에 따라 다수의 매장에서부터 수요를 충족한다. 따라서 설비의 위치는 도시 내부의 구조적 형태와 경쟁사 설비의 위치에 따라 상이하게 결정되어야 함을 보이고, 기업의 입장에서 이윤을 극대화하기 위한 CFLP를 해결한다.

또한 일반적인 FLP는 특정한 성격을 갖는 경우를 제외하고 NP-hard문제로 알려져 있고, CFLP 역시 FLP에 제약사항이 추가된 복잡한 조합최적화 문제임에 따라 본 연구의 근사 최적해를 빠른 시간에 도출하기 위해 유전자 알고리즘을 적용한다.

본 논문의 구성은 2장에서 문제를 상세하게 정의하고 수리모형을 제시한다. 3장에서는 문제 해결을 위한 유전자 알고리즘을 제시하고, 4장에서는 수치예제를 적용한 실험을 분석한다. 마지막으로 5장에서는 향후 연구방향을 제시한다.

2. 문제정의 및 수리모형

2.1 가정사항

- 1) 모든 고객의 수요는 충족되어야 한다.
- 2) 각 고객은 각 매장에 대한 선호도를 갖고 있다.
- 3) 각 고객 수요는 매장에 대한 선호도와 거리에 따라 비율적으로 분할하여 충족한다.
- 4) 모든 입지후보지는 사전에 결정되어 있으며,

관련 비용은 알려져 있다.

- 5) 모든 매장의 용량제약은 없으며, 매장수는 정해져 있다.

2.2 가중치 법칙(Gravity Rule)

고객이 매장을 선정하는 기준으로 Huff(1966)가 제안한 가중치 법칙을 적용한다. 각 고객은 모든 매장의 상호(firm name)에 대한 선호도를 가지며, 매장에 대한 선호도에 의해 다수의 매장에서부터 수요를 비율적으로 분할하여 충족한다.

- d_{ij} : 고객 i와 매장 j의 거리
- A_{ij} : 매장 j에 대한 고객 i의 선호도
- D_i : 고객 i의 수요
- J_T : 설치된 전체 매장의 집합, $J_T = \{1, 2, \dots, p\}$
- λ : 거리가 선호도에 미치는 영향력, $\lambda > 1$

가중치 법칙에 의해 매장 k가 고객 i의 수요를 충족시키는 양은 수식(1)과 같이 나타낸다.

$$D_i \frac{A_{ik}/d_{ik}^\lambda}{\sum_{r=1}^p A_{ir}/d_{ir}^\lambda} \quad (1)$$

2.3 도시공간모형(Urban Spatial Structure)

매장의 수와 위치를 결정하는데 중요한 역할을 하는 고객의 분포 형태를 가정하기 위해 도시공간구조 이론을 적용하였다. 도시공간구조 이론은 도시 내부의 기능지역을 공간적인 배열로 분할함으로써 여러 도시에 적용할 수 있는 공통된 패턴 혹은 규칙성을 표현하는 것이다. 도시의 공간구조는 도시를 형성과정과 발달 특성에 따라 상업, 행정 설비 등의 중추기능이 하나의 중심부에 집중되어 있는 단핵(simple-nucleus)구조, 도시의 대규모화에 따라 중추기능이 여러 곳으로 분산된 다핵(multi-nuclei)구조, 도로나 해변과 같은 축(axis)을 기준으로 중추기능을 비롯한 각 기능이 분산된 형태인 대상(narrow-strip)구조로 구분된다(이봉섭 2002).

Burgess(2005)의 동심원(concentric zone)모형은 도심을 중심으로 하여 5개의 동심원 형태의 지역 분화가 이루어지고, Hoyt(1939)의 구역(sector) 모형은 도심을 기점으로 부채꼴모양의 토지이용 패턴이 나타난다. 상기 두 모형은 단핵구조 이론에 따른 모형으로 대도시를 제외한 지방도시에서 나타나는

형태다. Harris and Ullman(1945)의 다핵심(multiple nuclei)모형은 다핵구조 이론을 전제로 하며, 단핵도시의 규모가 커지면서 대도시로 성장하면 중추기능이 분화되어 둘 이상의 핵을 형성하는 형태다. 대상구조 형태인 Hurd(1903)의 성형(star)모형은 도심에서 사방으로 뻗어나간 간선도로를 기반으로 도시가 발전하면서 도로를 기점으로 길게 구역을 분할하는 형태다.

각 모형에서 고객의 밀도와 분포는 기능별 지역에 따라 다르게 나타나며, 부지매입비도 상이하다. 중심상가지역의 경우 핵심 설비가 밀집되어 도시 내부에서 토지이용률이 가장 높고, 이에 따라 가장 높은 토지비를 형성한다. 중심지 주변은 도시의 초기 형성과정에서 나타난 구(舊) 거주지역이며, 인구 증가와 교통시설의 확충으로 인해 도시 외곽으로 신(新) 거주지역이 형성되면서 고소득층이 새로운 거주지역으로 이주하게 되고 각 소득계층은 계층별 거주지역을 형성하게 된다. 또한 공업지역 주변은 노동자 위주의 저소득층 거주지역이 형성되며, 고소득층은 공업지역에서 이격된 별도의 거주지역을 형성하게 된다. 하지만 그림 1.D의 성형모형과 같이 공업지역이 발달하지 않은 도시 경우 교통의 편의성으로 인해 고소득층 거주지역은 교통이 가장 발달한 중심지 주변에 밀집되어 형성된다. 계층별 거주지역의 토지비는 그림 하단부에 표시된 것과 같이 계층별 거주지역과 기능별 지역에 따라 상이하게 형성된다.

인구 밀도는 상공업지역보다 계층별 거주지역이 더 높고, 계층별 거주지역도 중소득층, 저소득층, 고소득층 순으로 인구 밀집도를 나타낸다. 이때, 매장은 어느 지역에서나 설치될 수 있지만, 인구 밀도와 부지매입비가 상이한 상황에서 이윤을 최대화 하는 위치에 최적화된 수만큼 설치된다.

2.4 수리모형

[상수변수]

- I : 고객의 집합, $I = \{1, 2, \dots, n\}$
- J : 입지후보자 집합, $J = \{1, 2, \dots, k\}$
- J_A : 경쟁사 매장의 집합, $J_A = \{1, 2, \dots, m\}$

- B_j : 입지후보자 j 의 부지매입비
- IC : 매장 설치비
- AC : 매장 운영에 따른 고정비
- SP : 제품의 판매가격
- M : 설치될 설비 수

[결정변수]

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{입지후보자 } j \text{에 매장 설치시} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

[수리모형]

$$Max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k D_i \frac{A_{ij}/d_{ij}^\lambda}{\sum_{r=1}^k A_{ir}/d_{ir}^\lambda} X_j SP - \sum_{j=1}^k (AC_j + B_j + IC_j) X_j$$

(2)

s. t.

$$\sum_{j=0}^m X_j = M \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^k D_i \frac{A_{ij}/d_{ij}^\lambda}{\sum_{r=1}^k A_{ir}/d_{ir}^\lambda} X_j + \sum_{j=1}^m D_i \frac{A_{ij}/d_{ij}^\lambda}{\sum_{r=1}^m A_{ir}/d_{ir}^\lambda} = D_i \quad \forall i \in I$$

(4)

$$SP \sum_{i=1}^n D_i \frac{A_{ij}/d_{ij}^\lambda}{\sum_{r=1}^k A_{ir}/d_{ir}^\lambda} - (B_j + IC + AC) > 0 \quad \forall j \in J \tag{5}$$

$$X_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \tag{6}$$

위 수리모형의 목적함수 (2)는 총 수익에서 총 고정비와 총 설치비를 제외한 순이익을 최대화하는 것이다. 제약조건 (3)은 설치될 설비 수를 나타낸다. 제약조건 (4)는 모든 고객의 수요는 충족되어야 함을 의미하고, (5)는 신규 설치된 매장은 모두 순손실을 내지 않아야 함을 나타내며, (6)는 이진정수 조건이다.

이러한 수리모형은 일반적인 FLP와 마찬가지로 NP-hard 문제임에 따라 규모가 큰 실제 문제에서는 최적해를 찾는 것이 매우 어렵다. 따라서 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 근사 최적해를 도출한다.

3. 유전자 알고리즘

3.1 유전자 표현(Genetic Representation)

CFLP에 GA를 적용하기 위해 각 염색체가 입지후보지의 수와 동일한 크기의 비트(bit)를

갖도록 하고, 각 비트를 입지후보지에 대한 매장의 설치여부를 나타내는 0과 1의 이진문자열(binary-string)로 표현한다. 즉, 한 개의 비트는 하나의 입지후보지를 나타내고, i 번째 비트의 값이 1이면 해당 입지후보지에 매장을 설치한다는 것을 의미하며, 0은 매장이 설치되지 않음을 의미한다. 예를 들어, 설치될 매장 수가 3개이고 7개의 후보지 가운데 1, 3, 6번에 매장을 설치한다면 그림 1과 같이 표현 할 수 있다.

각 비트는 2차원 배열의 형태로 표현된 추가 정보를 갖게 되는데 이는 모든 기간에 동일하게 적용되는 입지후보지에 대한 정보(후보지 좌표, 부지매입비)를 나타낸다.

1	0	1	0	0	1	0	: 매장 설치여부
(3,4)	(1,5)	(2,7)	(9,2)	(7,4)	(8,3)	(4,5)	: 후보지 좌표
8000	5000	4000	2000	3000	6000	5000	: 부지매입비

그림 1. 유전자 표현

3.2 적합도 함수(Fitness Function)

적합도 함수는 목적식과 같이 해당 염색체의 총 이윤으로 계산된다.

3.3 선택 및 재생산(Selection & Reproduction)

선택연산은 룰렛 휠(roulette wheel) 기법을 이용한다. 이때, 적합도가 음수인 열성염색체는 확률값을 '0'으로 하여 선택되지 않도록 한다. 선택연산은 해집단의 수만큼 반복하고 선택된 염색체로 해집단을 재생산한다.

3.4 교차(Crossover)

설비의 수가 정해진 문제에서 일반적인 교차연산으로는 실행불가능해를 생성하게 되므로 변형된 교차연산을 적용한다. 본 논문에서는 선택된 부모염색체(P_1, P_2)의 매장이 설치된 후보지 비트중에서 수익이 높은 순서에 따라 정해진 매장수만큼 비트를 상속받아 새로운 자식염색체(C)를 생성한다. 예를 들어, 그림 2과 같이 매장의 수가 3개로 정해져 있을 때 부모염색체 쌍을 선택하고 매장의 수익이 높은 순서대로 비트를 상속받은 자식염색체를 생성한다.

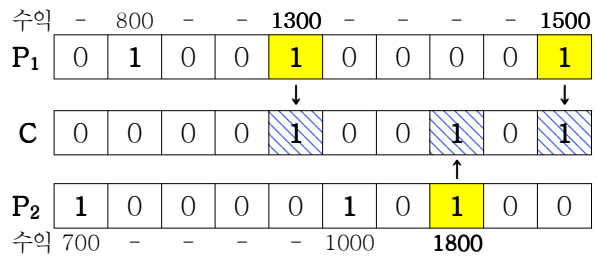


그림 2. 교차

3.5 돌연변이(Mutation)

돌연변이는 국지최적해에 빠지거나 열등한 개체집단으로 수렴하는 것을 방지하는 유전연산자다. 교차연산과 마찬가지로 일반적인 돌연변이연산은 실행불가능해를 생성할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 k -exchange 돌연변이 연산을 적용한다. k -exchange는 매장이 설치된 비트 k 개와 설치되지 않은 비트 k 개를 반전시켜 새로운 해를 생성하는 돌연변이 연산으로 그림 4와 같이 매장수가 3개고 k 가 2일 때, 각 비트마다 난수를 발생시키고 매장이 설치된 비트중 난수가 가장 큰 2개의 비트를 0으로 반전시키고, 설치되지 않은 비트중 난수가 가장 큰 2개의 비트를 1로 반전시킨다.

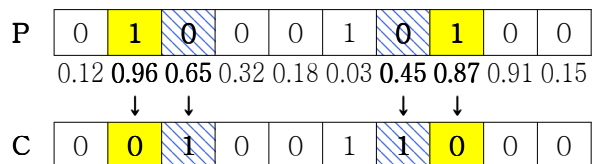


그림 4. 돌연변이

3.6 엘리트 보존 전략(Elite Preserving Strategy)

현 세대에서 가장 높은 적합도를 갖는 1개 염색체가 선택연산에서 우선적으로 선택되도록 하여 우수 염색체가 소실되는 것을 방지하는 엘리트 보존 전략을 적용한다.

4. 실험 및 분석

4.1 실험계획

실험을 위한 입력변수는 표 1과 같이 설정한다. 각 고객의 분포는 통계청 자료에 따라 소득 계층별 구성 비율로 적용하여 해당 계층지역에

임의좌표를 생성하며 입지후보지는 100개의 좌표를 임의로 생성하여 각 도시공간모형에 동일하게 적용한다. 각 후보지별 부지매입비는 해당 좌표에 해당하는 지역의 부지매입비를 적용한다.

표 1. 입력변수 설정

변수	내용
입지 후보지(J)	· 100개 후보지좌표 무작위 생성 ※ 4개 모형에 동일한 좌표 적용
경쟁사 매장(J_A)	· 10개 좌표 무작위 생성 ※ 4개 모형에 동일한 좌표 적용
고객(I)	· 10,000
인구구성	· 저소득 : 중소득 : 고소득 = 3 : 6 : 1
수요량 (D_i)	· U[10, 50] 사이 무작위 발생 · 고객 계층에 따른 수요량 차이 없음
부지매입비 (B_j)	· 지역별 차등 적용(2,500 ~ 10,000)
설치비 (IC)	· 설비당 투자비용 : 10,000
고정비 (AC)	· 설비당 고정비용 : 2,000
제품가격 (SP)	· 단위 수량당 제품가격 : 50
선호도 (A_{ij})	· U[50, 100] 사이 무작위 생성
λ	· 1.5
M	· 10

실험을 위한 알고리즘은 Visual C++ 6.0으로 구현하였고, 컴퓨터는 Dual-Core CPU 6420 2.13GHz, RAM 2GB를 사용하였다. GA의 수행을 위한 초기 해집단은 100개, 세대수는 500세대를 진행하고, 교차율은 0.80을 적용한다.

4.2 실험 및 결과분석

4가지의 도시공간모형별로 분화된 지역에 고객이 상이하게 분포된 상황에서 각 모형별 입지의 차이를 실험한다. 고객은 저소득, 중소득, 고소득 계층으로 분화되어 각 거주지역에 분포하며 모형별 기능지역의 부지매입비는 상이하다. 이와같이 고객의 분포와 부지매입비가 상이한 환경하에서 모형별 신규매장 위치의 차이를 분석하기 위해 입지후보지와 경쟁사 매장의 좌표를 4개 모형에 동일하게 적용한다.

동심원 모형은 도시 내부에서 인구밀도가 높

고 저소득층과 고소득층의 중간에 분포된 중소득층 지역에 대부분의 매장이 위치한다. 일부 매장은 상대적으로 저렴한 부지매입비로 인해 저소득 계층지역에 위치하게 된다. 구역모형은 고객이 분포된 각 계층 지역을 분할하는 경공업지역으로 인해 이 지역을 기준으로 하여 매장의 위치가 양분되어 설치된다. 이는 계층별 거주지역이 동심원 모형보다 협소한 공간에 밀집되어 있어 고객의 근거리의 매장이 대다수 고객의 수요를 충족시키기 때문이다. 다핵심모형은 각 계층 지역이 앞의 두 모형보다 분할되어 분포되어 있다. 이로인해 분할된 지역별로 신규 매장이 골고루 분포되어 입지하게 되며 부지매입비의 차이로 인해 고소득 계층 지역과 교외 거주지역을 담당하는 매장이 부지매입비가 상대적으로 낮은 교외 거주지역에 위치하는 것을 확인 할 수 있다. 성형모형은 도로축 주변 지역을 중심으로 고객이 밀집되어 분포하고 있어 도로의 교차지역인 중심지에 매장을 설치하는 것이 가장 효율적일 수 있으나 높은 부지매입비로 인해 중심지에서 떨어진 저소득 및 중소득 계층지역에 위치하게 된다.

5. 결론

본 논문에서는 경쟁사 매장이 기입지한 공간 상에 고객의 수요를 최대화하면서 수익을 극대화하기 위하여 정해진 수의 매장 위치를 선정하는 문제에 대해 연구하였다. 고객이 최근 거리의 매장에서 모든 수요를 충족하는 기존의 FLP와 달리 CFLP 분야의 알려진 Huff의 가중치 규칙을 적용하여 고객의 수요를 각 매장에 할당하는 현실적인 모형을 제시하였다. 고객을 4가지의 도시공간모형에 따라 다르게 분포시키고, 부지매입비를 지역에 따라 차등 적용함으로써 고객의 분포가 매장의 위치에 미치는 영향을 분석하였다.

CFLP는 계산복잡도가 높은 조합최적화 문제이므로 문제의 크기가 커지면 최적해를 합리적인 시간 내에 산출하는 것이 어렵기 때문에 비교적 빠른 시간에 우수한 해를 도출하기 위해 메타휴리스틱 기법인 GA를 적용하였다. 유전연

산으로 인한 실행불가능해를 방지하기 위해 변형된 교차와 돌연변이를 적용하여 실행가능해가 생성되도록 하였다.

향후 연구과제로는 본 연구에서 다루지 않은 매장의 용량제약을 고려하여 최적해를 찾는 모형을 구축하는 것과 고객에게 제품을 직접 배송하는 매장에 대하여 경쟁 환경하에서의 입지-경로문제를 구성하는 알고리즘 개발이 요구된다.

참고문헌

- [1] 이봉섭(2002), 도시론, 도시문제연구소
- [2] Al-Sultan, K. S. and Al-Fawzan, M. A.(1999), A Tabu Search Approach to the Uncapacitated Facility Location Problem, *Annals of Operations Research*, Vol.86, pp.91-103
- [3] Burgess, E. W.(1925), *The Growth of the City*, Univ. of Chicago Press, Chicago, pp.47-62
- [4] Canel, C.(1999), The Uncapacitated Multi-period Facilities Location Problem with Profit Maximization, *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 29(6), pp.409-433
- [5] Drezner, Z.(1982), Competitive Location Strategies for Two Facilities, *Regional Science and Urban Economics*, Col.12, pp.458-493
- [6] Drezner, T. and Drezner, Z and Salhi, S. (2002), Solving the Multiple Competitive Facilities Location Problem, *European Journal of Operational Research*, Vol.142, 138-151
- [7] Hakimi, S. L(1983), On Locating New Facilities in a Competitive Environment, *European Journal of Operational Research*, Vol.12, pp.29-35
- [9] Harris, C. and Ullman, E.(1945), The Nature of Cities, *Annal of the American Academy of Political Social Science*, Vol.242, pp.7-17
- [10] Huff, D. L(1964), Defining and Estimating a Trading Area, *Journal of Marketing*, Vol.28, pp.34-38
- [11] Huff, D. L(1966), A Programmed Solution for Approximating on Optimum Retail Location, *Rand Economics*, Vol.42, pp.293-303
- [12] Hotelling, H.(1929), Stability in Competition, *The Economic Journal*, Vol.30, 41-57
- [13] Hoyt, H.(1939), The Structure and Growth of Residential Neighborhood in American Cities, *Fedal Housing Administration*, Washington, D.C.
- [14] Hurd, R. M.(1903), Principle of City Land Values, *The Record and Guide*, New York
- [15] Jaramillo, H. J. and Bhadury, J. and Batta, R.(2002), On the Use of Genetic Algorithms to Solve Location Problems, *Computer & Operations Research*, Vol.29, pp.761-779
- [16] Uno, T. and Sakawa, M.(2004), An Application of Genetic Algorithm for Multi-Dimensional Facility Location Problem, Proc. The 2nd International Conference on Soft Computing and Intelligenet Systems, CD-ROM
- [17] Wendell, R. E. and McKelvey, R. D(1981), New Perspectives in Competitive Location Theory, *European Journal of Operational Research*, Vol.6, pp.174-182