

Cox Model 을 이용한 공기압 실린더의 수명예측에 관한 연구

강보식[†] · 김형의^{*} · 장무성^{*}

A Study on Life Prediction of Pneumatic Cylinder using Cox Model

Bo-Sik Kang, Hyoung-Eui Kim and Mu-Seong Chang

Key Words : Pneumatic Cylinder(공기압 실린더), Cox Model(Cox 모형), Accelerated Test(가속시험)

Abstract

Pneumatic cylinder is widely used in the various industrial fields. Reliability Study of this field is very important part to the related companies. In this study, we want to predict the life of pneumatic cylinder using Cox (or proportional hazards) model. Used in biomedical applications, the Cox model can be used as an accelerated life testing model. We considered working pressure and temperature as stress factors. The statistical software is used to analyze and forecast the life data.

기호설명

$h(t)$: 고장률 함수

$R(t)$: 신뢰도 함수

x_1, \dots, x_j : 스트레스 변수

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$: Cox 모형 계수

β : 와이블분포의 형상모수

η : 와이블분포의 척도모수

1. 서 론

일반적으로, 공기압 실린더는 다양한 산업 분야에서 사용되고 있는 부품으로서 이에 대한 신뢰성 연구는 기업체들에게 있어 매우 중요한 분야가 되었다. 최근의 고객들은 신뢰성이 우수한 제품을 구입하는 추세이지만, 신뢰성 시험에는 많은 시간과 비용이 소모되고 있는 실정이다. 따라서, 시간과 비용을 줄여 경쟁력을 확보하기 위해서는 신뢰성 시험 시간을 줄이는 새로운 방법들이 개발될 필요가 있다. 최근에 산업계에서는 가속 시험을 적용하는 경향이 늘어나고 있다. 물론, 공기압 실린더에 대한 가속 시험도 역시 개발되고 있다.

[†] 회원, 한국기계연구원 신뢰성평가센터
E-mail: kbs668@kimm.re.kr
TEL: (042)868-7156 FAX: (042)868-7186

^{*} 한국기계연구원 신뢰성평가센터

본 연구에서는 Cox 모형(Cox Model)을 이용하여 공기압 실린더의 수명을 예측하고자 한다. Cox 모형은 주로 의료분야에서 환자의 생존 수명을 예측하기 위해 사용되었지만 Dale⁽¹⁾과 Elsayed and Chan⁽²⁾은 신뢰성 분야에 적용한 바가 있다. 본 연구에서 고려되는 스트레스들은 압력과 온도이며, Cox 모형을 이용하여 공기압 실린더의 수명 분석을 위해서 통계 소프트웨어인 MINITAB 을 활용하였다.

2. Cox 모형

Cox⁽³⁾에 의해서 소개된 Cox 모형 혹은 비례고장(Proportional Hazards) 모형은 생물학이나 의료 분야에서 사용되었지만 가속수명시험에도 사용될 수 있다⁽⁴⁾.

Cox 모형의 목적은 수명과 수명에 영향을 주는 여러 가지 스트레스들간의 관계식을 얻는 것이다. 특히, Cox 모형은 고려되는 변수(스트레스)가 여러 가지인 경우에 많이 사용된다. 또 하나의 이점은 고려하는 스트레스간의 교호작용을 쉽게 얻을 수 있다. Cox 모형은 스트레스의 한 수준의 고장률과 또 다른 수준의 고장률의 비율은 시간에 따라 변하지 않는다는 것을 가정한다. 그래서 Cox 모형을 비례고장 모형이라고 부른다.

x_1, \dots, x_j 를 스트레스 변수라고 두면, $h_0(t)$ 는 $x_1 = x_2 = \dots = x_j = 0$ 일 때, 수명분포의 고장률 함수가 된다. 기본적인 Cox 모형은 식 (1)과 같다⁽⁴⁾.

$$h(t; x_1, \dots, x_j) = h_0(t) \cdot \exp(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_j x_j) \quad (1)$$

기본 고장률함수 $h_0(t)$ 와 계수 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$ 는 수명데이터로부터 추정하게 된다. Cox 모형에서 기본 고장률함수 $h_0(t)$ 는 분포를 가정할 수도 있고 비모수적 방법으로 추정할 수도 있다. 식 (1)에 는 절편 값은 없고, $h_0(t)$ 가 대신한다. 대응되는 신뢰도 함수는 식 (2)와 같다⁽⁴⁾.

$$R(t; x_1, \dots, x_j) = [R_0(t)]^{\exp(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_j x_j)} \quad (2)$$

$x_1 = x_2 = \dots = x_j = 0$ 일 때, 신뢰도 함수는 식 (3)과 같다⁽⁴⁾.

$$R_0(t) = \exp\left[-\int_0^t h_0(u) du\right] \quad (3)$$

또한, 와이블 분포에 대한 비례고장함수와 신뢰도 함수는 식 (4)~(5)와 같다.

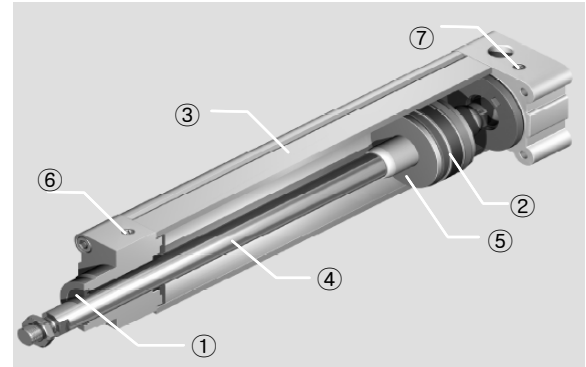
$$h(t; x_1, \dots, x_j) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_j x_j) \quad (4)$$

$$R(t; x_1, \dots, x_j) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta} \exp(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_j x_j)\right] \quad (5)$$

3. 공기압 실린더의 수명시험

3.1 시험 설계

공기압 실린더는 Fig. 1 과 같이 로드 셀, 피스톤 셀, 실린더 튜브, 피스톤 로드, 피스톤 헤드, 로드 캡 및 헤드 캡 등의 주요부품으로 구성되어 있다. 공기압 실린더의 수명 예측을 위해 스트레스 인자로는 압력과 온도를 결정하였으며, 압력의 경우 3 수준, 온도의 경우 2 수준을 고려하였다. 그리고 전체 43 개의 샘플 수에 대해 정상조건(압력: 6.3bar, 온도: 23℃)과 가속조건에서 시험을 실시하였다. 시험 설계는 Table 1 과 같다.



①rod seal ②piston seal ③cylinder tube
④piston rod ⑤ piston head ⑥rod cap ⑦head cap
Fig. 1 Structure of Pneumatic Cylinder

Table 1 Test Plan

시험 조건		샘플수
압력(bar)	온도(℃)	
6.3	23	9
9	23	9
12	23	5
6.3	35	10
9	35	5
12	35	5

3.2 시험 결과

전체 샘플에 대해 Fig. 2 의 수명시험기를 이용하여 정상조건과 가속조건에서 시험을 실시 하였다. 시험 결과는 Table 2 와 같으며, 고장 열에서 0 은 고장을 나타내며, 1 은 관측중단을 나타낸다.



Fig. 2 Life Tester of Pneumatic Cylinder

Table 2 Test Results

압력(bar)	온도(°C)	수명 (백만사이클)	고장
6.3	23	51.00	0
6.3	23	29.04	0
6.3	23	22.31	0
6.3	23	24.50	0
6.3	23	31.86	0
6.3	23	16.10	0
6.3	23	47.39	0
6.3	23	25.51	0
6.3	23	31.49	0
9	23	27.63	0
9	23	17.53	0
9	23	22.42	0
9	23	29.75	0
9	23	23.43	0
9	23	23.78	0
9	23	28.05	0
9	23	38.24	0
9	23	30.88	0
12	23	10.05	0
12	23	18.76	0
12	23	22.42	0
12	23	19.03	0
12	23	16.23	0
6.3	35	13.70	1
6.3	35	8.78	0
6.3	35	15.50	1
6.3	35	11.50	0
6.3	35	8.75	0
6.3	35	12.40	1
6.3	35	7.34	0
6.3	35	14.00	1
6.3	35	11.00	1
6.3	35	6.96	0
9	35	10.69	1
9	35	8.73	0
9	35	10.69	1
9	35	10.69	1
9	35	10.69	1
12	35	11.08	1
12	35	9.97	0

12	35	11.06	1
12	35	11.04	1
12	35	10.38	1

4. Cox 모형을 이용한 시험결과 분석

4.1 시험결과 분석

공기압 실린더에 대한 정상조건과 가속조건에서 수명시험을 한 결과를 가지고 Cox 모형(비례고장 모형)으로 신뢰성 분석을 실시하였다. Cox 모형에 대한 분석을 위해 통계 소프트웨어인 MINITAB의 Regression with Life Data 를 이용하였다. Cox 모형은 비모수적 방법으로도 분석할 수 있으나 본 연구에서는 와이블 분포에 대한 비례고장모형을 사용하였다. 분석의 편의를 위해 압력 스트레스의 경우 6.3bar(0), 9bar(1), 12bar(2)로 대입하였고, 온도 스트레스의 경우 23°C(0), 35°C(1)로 대입하였다.

Regression with Life Data: 수명사이클(백만) versus 압력(bar), 온도(°C)						
Response Variable: 수명사이클(백만)						
Censoring Information Count						
Uncensored value	30					
Right censored value	13					
Censoring value: 관측중단 = 1						
Estimation Method: Maximum Likelihood						
Distribution: Weibull						
Relationship with accelerating variable(s): Linear, Linear						
Regression Table						
	Coef	Standard Error	Z	P	95.0% Normal CI	
Predictor					Lower	Upper
Intercept	3.61228	0.0891531	40.52	0.000	3.43755	3.78702
압력(bar)	-0.318885	0.0799656	-3.99	0.000	-0.475614	-0.162155
온도(°C)	-0.949002	0.150916	-6.29	0.000	-1.24479	-0.653212
압력(bar)*온도(°C)	0.396456	0.162814	2.44	0.015	0.0773465	0.715565
Shape	3.74410	0.545814			2.81358	4.98236
Log-Likelihood = -105.024						

Fig. 3 Results of Life Analysis

Fig. 3의 MINITAB 결과로부터 식 (6)과 같이 유도할 수 있다⁽⁵⁾.

$$\ln \hat{Y}_p = \alpha_0 + \alpha'_1 \cdot x_1 + \alpha'_2 \cdot x_2 + \alpha'_3 \cdot x_1 x_2 + \sigma \varepsilon_p \quad (6)$$

여기서, x_1 은 압력 스트레스, x_2 는 온도 스트레스, α_0 는 절편, 그리고 $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$ 는 계수 값들이다. 또한, $\sigma = 1/\text{shape}$ 이며, 와이블분포의 형상모수 β 는 3.7441이다. 식 (6)과 식 (4)~(5)는 다음과 같은 관계가 있음을 보일 수 있다⁽⁶⁾.

$$\alpha_i = -\alpha'_i \cdot \beta, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\eta = \exp(\alpha_0)$$

와이블분포에 대한 비례고장함수와 신뢰도 함수는 식 (7)과 (8)과 같이 얻을 수 있다.

$$h(t) = \frac{3.7441}{37.05} \left(\frac{t}{37.05} \right)^{2.7441} \times \exp(1.1939x_1 + 3.5531x_2 - 1.4844x_1x_2) \quad (7)$$

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{37.05} \right)^{2.7441} \times \exp(1.1939x_1 + 3.5531x_2 - 1.4844x_1x_2) \right] \quad (8)$$

비례고장모형은 스트레스 변수가 고장률에 미치는 효과가 시간에 관계 없이 일정하다고 가정한다. 비례성 가정을 검토하기 위해 신뢰도 함수의 2중 로그 또는 로그-로그 전환이라고 일컫는 $\ln(-\ln R(t))$ 곡선을 이용한다. Fig. 4는 신뢰도함수의 2중 로그를 표시하고 있다. 본 연구의 결과처럼 그래프의 곡선들이 엇갈리지 않고 평행하다면 고장률의 비례성이 존재한다고 판단한다.

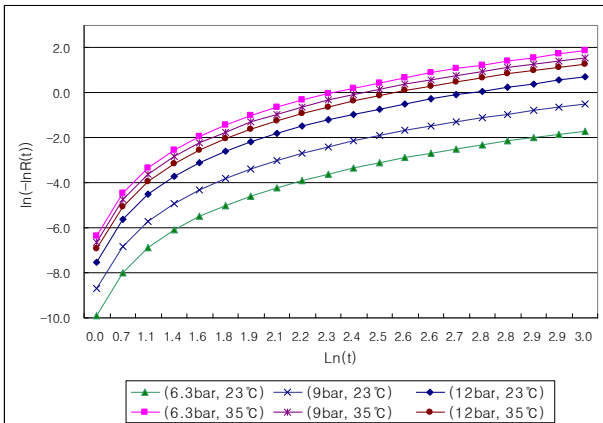


Fig. 4 Diagnostic Graph of Cox Model

4.2 정상조건의 수명예측

공기압 실린더의 정상조건은 압력 6.3bar 와 온도 23°C이다. 따라서, 정상조건에서 2,000 만 사이클에서 신뢰도는 식 (8)에서 x_1 과 x_2 는 0 을 대입하므로 아래와 같이 83.18%임을 알 수 있다.

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{20}{37.05} \right)^{2.7441} \right] = 0.8318$$

공기압 실린더의 정상조건에서 평균수명(MTTF)은 와이블 분포의 평균수명 공식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$E(T) = \eta \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) = 37.05 \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{3.7441} \right) = 33.46 \text{ 백만 사이클}$$

5. 결 론

다양한 산업 분야에서 사용되고 있는 공기압 실린더에 대한 신뢰성 연구는 기업체들에게 중요한 부분이다. 특히, 최근에는 시간과 비용을 줄이기 위해 가속시험을 활용하여 제품의 수명을 예측하고 있는 추세이다.

이에 본 연구에서는 공기압 실린더의 수명예측을 위해 의료분야에서 많이 사용하는 Cox 모형을 이용하였다. 고려한 스트레스들로는 압력 3 수준과 온도 2 수준이다. Cox 모형을 활용하기 위해 MINITAB 통계 소프트웨어를 사용하였다. 분석 결과 공기압 실린더의 형상모수는 3.7441 이며, 척도모수는 37.05 로 나타났고, 평균수명(MTTF)은 33,460,000 사이클임을 알 수 있었다.

본 연구에서는 2 가지 스트레스를 고려하였지만, 수명에 영향을 주는 스트레스 수가 많은 경우 Cox 모형을 이용한 수명예측 방법은 활용가치가 좀 더 높을 것으로 기대한다.

참고문헌

- (1) Dale, C. J., 1985, "Application of the Proportional Hazards Model in the Reliability Field," *Reliability Engineering*, Vol. 10, pp. 1~14.
- (2) Elsayed, E. A. and Chan, C. K., 1990, "Estimation of Thin-Oxide Reliability Using Proportional Hazards Models," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 39, No. 3, pp. 329~335.
- (3) Cox, D. R., 1972, "Regression Models and Life Tables," *Journal of Royal Statistical Society B*, Vol. 34, pp. 187~220.
- (4) Nelson W., 1990, "Accelerated Testing," *WILEY*, pp. 104~105.
- (5) MINITAB Inc., 2008, "Calculating Predicted Values for Regression with Life Data," *MINITAB Technical Support Document*.
- (6) Cho, M. S. and Kim, S. K., 2003, "A Comparative Study of Statistical Programs for Survival Analysis," *Proceedings of the Autumn Conference, Korean Statistical Society*, pp. 335~340.