

# 전자소자 인쇄를 위한 댄서 시스템에서 LQG 장력 제어에 대한 연구

성 진우<sup>†</sup> · 강 현규\* · 신 기현\*\*

## A Study on the LQG Control of Dancer System for Printed Electronics

Jin-Woo Seong, Hyun-Kyoo Kang and Kee-Hyun Shin

**Key Words :** Dancer system(댄서 시스템), Tension control (장력 제어),  
LQG controller(LQG 제어기), Printed electronics (인쇄 전자)

### Abstract

Converting technology has developed to print information for the decades. Recently, this technology (like gravure, gravure-offset) is rising as an alternative way for mass production of printed electronics such as RFID, solar cell. For the width of printing line is under 10 microns, registration error should be minimized less than several microns. Tension disturbance is main cause of registration error and this should be minimized before the substrate is transported into printing zone. With PI controller, it is possible to suppress the disturbance within 2% of operating tension. But register error appears more than 10 micron using PI-controller considering noise. So LQG controller is needed as an alternative control method. In this paper, the comparison of PI and LQG controller in the converting machine including measured noise and tension disturbance is presented. It is shown that the LQG controller is more suitable for precision tension control in printed electronics.

#### 기호설명

A: 웹의 단면적( $m^2$ )  
E: 웹의 탄성계수 (GPa)  
J: 2차 평가함수  
 $J_d$ : 댄서 질량관성 모멘트( $kg \cdot m^2$ )  
 $J_{eq}$ : 댄서기구 등가 질량관성 모멘트( $kg \cdot m^2$ )  
Q, R: LQR 가중 행렬  
 $Q_0, R_0$ : 칼만필터 가중 행렬  
T: 장력 변화량(N)  
V: 속도 변화량(m/s)  
 $\theta$ : 댄서 암 각도 변화(deg)  
b: 베어링 마찰계수( $kg \cdot m^2 / s$ )  
l: 스펠 길이(m)

$l_1$ : 힌지에서 실린더까지 댄서 암 길이 (m)  
 $l_2$ : 힌지에서 댄서 아이들롤 까지 암 길이(m)  
 $r_d$ : 댄서 아이들 롤 반지름(m)  
v: 운전속도(m/s)  
 $w_d$ : 외란  
 $w_n$ : 측정잡음

### 1. 서론

컨버팅 머신은 대표적인 R2R(Roll-to-Roll) 시스템이며, 전통적인 인쇄에서부터 최근의 RFID, solar cell 등의 전자소자 인쇄에 이르기 까지 그 적용분야가 점차 넓어지고 있다. 컨버팅 머신은 언와인더(unwinder), 리와인더(rewinder)로 구성되며 생산제품의 종류에 따라 인쇄, 코팅, 건조 등의 공정이 추가된다. 각 공정에는 드리븐 롤(driven roll)이 위치하여 웹을 연속적으로 이송하게 된다. 생산되는 제품의 인쇄품질은 레지스터 에러(register error)에 의해 결정되며, 레지스터

---

<sup>†</sup> 회원, 건국대학교 기계설계학과  
E-mail : jwseong@konkuk.ac.kr  
TEL : (02)3436-0321 FAX : (02)447-5886

\* 건국대학교 기계설계학과

\*\* 건국대학교 기계공학부

---

에러는 웹의 변형율 (strain)의 함수이다.<sup>(1),(2),(3)</sup> 따라서 레지스터 에러는 웹의 장력제어와 밀접하게 연관된다. 한편 공정 내로 공급되는 웹의 장력을 제어하기 위해 산업현장에서는 댄서(dancer)시스템을 활용하여 장력을 제어하고 있다. 장력 외란은 언와인더의 편심에 의해 발생하는 주기적인 외란과, 공정 중 닙(nip), 웹의 미끄러짐(slip) 등에 의한 비 주기적 외란이 있다. 댄서 시스템은 댄서 아이들 롤(dancer idle roll)과 공압실린더, 댄서 암(dancer arm)으로 구성되며, 댄서 아이들 롤을 지나는 웹의 장력을 제어할 목적으로 설치한다. 액츄에이터가 없는 패시브(passive) 댄서는 스프링의 탄성력과 댐퍼의 감쇠력, 댄서기구의 질량관성모멘트에 의해 장력을 수동적으로 감쇠시키는 반면 액츄에이터를 장착한 액티브(active) 댄서는 댄서기구의 변위를 직접 변화시켜 능동적으로 장력을 제어한다.<sup>(4)</sup> 대부분의 산업용 컨버팅 머신에서는 Fig. 1 과 같이 패시브 댄서를 장착하고 댄서 롤 전, 후 구동 롤의 속도를 변화시켜 장력제어를 달성하고 있다. 이 경우, 댄서 출력 신호를 필터링 하여 PI 제어기를 이용해 장력제어를 수행하며 운전장력 대비 2% 이내로 장력 외란을 감쇠시킬 수 있다. 그러나 PI 제어기는 최적화된 제어기가 아니기 때문에 마이크론(micron) 단위의 레지스터 제어에 적용하기에는 한계가 있다. 전자 소자 인쇄를 위해 요구되는 최소 선폭은 10 마이크론이며<sup>(5)</sup>, 레지스터 에러는 이에 따라 수 마이크론 이내로 제어되어야 한다. 본 논문에서는 언와인더에서 댄서를 거쳐 인쇄 공정 내로 공급되는 웹의 장력을 제어하기 위해 LQG 제어기를 이용한 장력제어를 제안하였다.

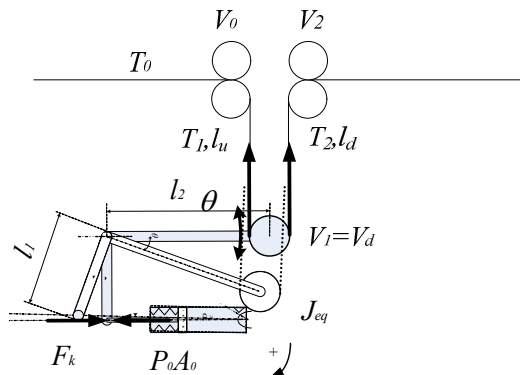


Fig. 1 Schematic of the dancer system

## 2. 댄서시스템의 수학적 모델<sup>(6)</sup>

### 2.1 댄서 상류, 하류의 선형 장력모델

질량보존법칙과 후크의 법칙을 이용하여 유도한 댄서 상류, 하류 스펠 장력모델은 식 (1), (2)와 같으며, 스펠 전 후 롤의 속도차, 현 스펠 및 이전 스펠의 장력, 댄서 암의 움직임으로 인한 장력이 고려되어 있다.

$$\dot{T}_1(t) = \frac{EA}{l_{u0}} \{-V_0(t) + V_1(t)\} + \frac{v_{00}}{l_{u0}} T_0(t) - \frac{v_{10}}{l_{u0}} T_1(t) + \frac{EA}{l_{u0}} l_2 \dot{\theta}(t) \quad (1)$$

$$\dot{T}_2(t) = \frac{EA}{l_{d0}} \{-V_1(t) + V_2(t)\} + \frac{v_{10}}{l_{d0}} T_1(t) - \frac{v_{20}}{l_{d0}} T_2(t) + \frac{EA}{l_{d0}} l_2 \dot{\theta}(t) \quad (2)$$

### 2.2 댄서 아이들 롤의 선형 속도 모델

댄서 아이들 롤은 비구동 롤이며, 웹과 롤의 마찰에 의해 미끄러짐 없이 회전한다. (Fig. 2 (a)) 토크 방정식을 이용하여 식 (3)과 같은 형태의 모델을 얻을 수 있다.

$$J_d \dot{V}_1(t) = \{T_2(t) - T_1(t)\} r_d^2 - b_d V_1(t) \quad (3)$$

### 2.3 댄서 암의 선형 모델

댄서 암은 힌지를 기준으로 회전하는 진자 (pendulum) 방식이며 모멘트 평형식을 이용하여 식 (4)의 모델을 얻을 수 있다.

$$J_{eq} \ddot{\theta}(t) = -l_2 \{T_1(t) + T_2(t)\} - \frac{24}{0.078} l_1^2 \theta(t) - b \dot{\theta}(t) \quad (4)$$

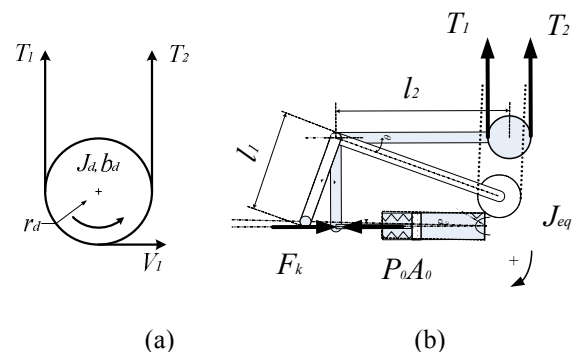


Fig. 2 Free body diagram of the dancer idle roll (a) and the dancer arm (b)

### 2.4 댄서 시스템의 상태공간 모델

상태 되먹임 제어를 위해 상태공간 모델을 식 (5)와 같이 정의한다. 이 시스템은 외란  $w_d$  와 측정 잡음  $w_n$  을 고려하였다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw_d(t) \\ y(t) &= Cx(t) + w_n(t)\end{aligned}\quad (5)$$

시스템의 상태벡터  $x$  및 입력벡터  $u$ , 출력벡터  $y$  는 식 (6)~(8)과 같다.

$$x = [T_1(t) \quad T_2(t) \quad V_1(t) \quad \theta(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T \quad (6)$$

$$u = [T_0(t) \quad V_0(t) \quad V_2(t)]^T \quad (7)$$

$$y = [T_1(t) \quad T_2(t) \quad \theta(t)]^T \quad (8)$$

시스템의 행렬은 식 (9)~(12)과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{v_{10}}{l_{u0}} & 0 & \frac{EA}{l_{u0}} & 0 & \frac{EA l_2}{l_{u0}} \\ \frac{v_{10}}{l_{u0}} & -\frac{v_{20}}{l_{u0}} & -\frac{EA}{l_{u0}} & 0 & \frac{EA l_2}{l_{u0}} \\ -\frac{v_d^2}{J_d} & \frac{v_d^2}{J_d} & -\frac{b_d}{J_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{l_2}{J_{eq}} & -\frac{l_2}{J_{eq}} & 0 & -\frac{24l_1^2}{0.078J_{eq}} & -\frac{b}{J_{eq}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{v_{00}}{l_{u0}} & -\frac{EA}{l_{u0}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{l_{d0}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (5)의 행렬  $G$  는 외란 동특성을 나타내며, 입력  $u$  와 동일하게 시스템이 입력되므로 식 (12)와 같이 가정하였다.

$$G = B \quad (12)$$

### 3. 최적 상태 되먹임 설계 (LQR)

#### 3.1 최적 되먹임 게인 설계

시스템의 안정성과 응답속도는 시스템의 극점 위치에 의해 결정되며, 시스템이 가제어(controllable), 가관측(observable)한 경우 극점 배치를 통해 임의의 지점으로 극점을 배치하여 시

스템의 응답성능을 조절할 수 있다. 이 때 식 (13)의 2 차형 평가함수  $J$  를 최소화하도록 가중치를 결정하여 최적의 극점배치를 달성하는 제어 방법이 LQR 이다.<sup>(7),(8)</sup>

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u dt \quad (13)$$

식 (13)을 최소화 하는 최적해  $u$  는 식 (14)와 같으며, 게인  $K_r$  은 식 (15)와 같다. 이 때  $X$  는 대수 리카티(Riccati) 방정식 (16)의 유일한 양한정 해,  $Q$  는 양반한정 행렬,  $R$  은 양한정 행렬이다.

$$u(t) = -K_r x(t) \quad (14)$$

$$K_r = R^{-1} B^T X \quad (15)$$

$$A^T X + X A - X B R^{-1} B^T X + Q = 0 \quad (16)$$

일반적인 PI 제어기는 Fig. 3 과 같이 댄서암의 각도를 측정 후, 속도입력에 되먹임하여 장력을 제어한다. 따라서 동일한 되먹임 입력에 대해 LQR 제어와 PI 제어의 성능을 비교하기 위해 가중행렬  $Q$  를 선정할 때 Fig. 4 와 같이  $\theta$  항에만 가중치를 주어 되먹임한다. 마찬가지로  $R$  을 선정할 때 제어기 출력  $T_0, V_2$  에 가중치를 주어 제어기 출력  $V_0$  만 시스템에 입력되도록 만든다.

#### 3.2 시뮬레이션

잡음이 없는 이상적인 시스템에 대해 PI 제어기와 LQR 제어기의 성능을 비교하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 제어 성능은 운전장력 50N 인 시스템에 대해  $T_0$  에 30N 크기의 장력 외란 입력 시  $T_2$  에서 운전장력 대비  $\pm 1\%(0.5N)$  이내 감쇠를 목표로 한다. 시뮬레이션 결과를 Fig. 5 에 비교하였다. 이 때의 수렴 값은 LQR 제어 시 약  $\pm 0.4N$ , PI 제어 시 약  $\pm 0.7N$  이내로 각각 수렴하며, 최적제어인 LQR 제어가 PI 제어보다 성능이 우수한 것을 확인할 수 있다. 되먹임 시 사용된  $V_0$  제어입력을 Fig. 6 에 비교하였으며, LQR 제어는 PI 제어와 비교하여 작은 입력과 작은 시정수를 가지고  $T_2$  출력을 빠르게 수렴시키는 것을 확인할 수 있다. 이 때 사용한  $Q, R$  행렬은 (17), (18)과 같다.

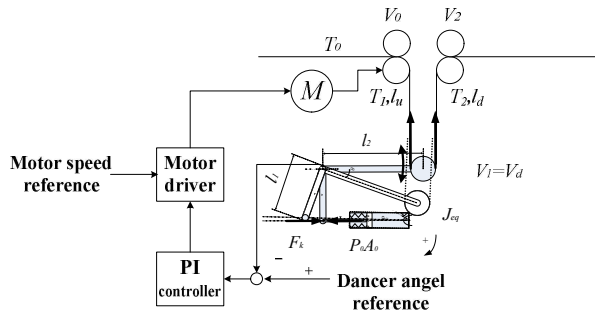


Fig. 3 Schematic of PI controller

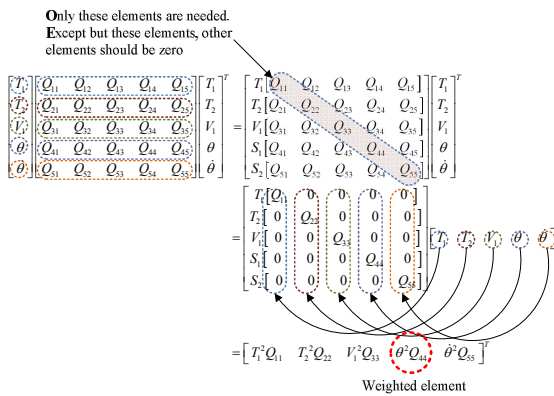


Fig. 4 Strategy for selecting weighting matrix Q

식 (17)의  $Q_{44}$  성분은  $\theta$  만 가중치를 주었음을 나타내며, 식 (18)의 R의 대각성분은 각각  $T_0, V_0, V_2$ 에 대한 가중치를 나타낸다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad (18)$$

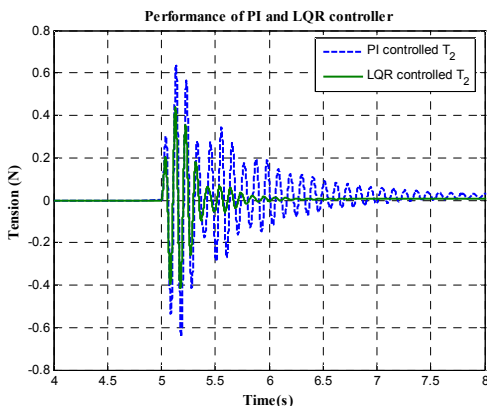


Fig. 5 Step response of PI and LQR controller

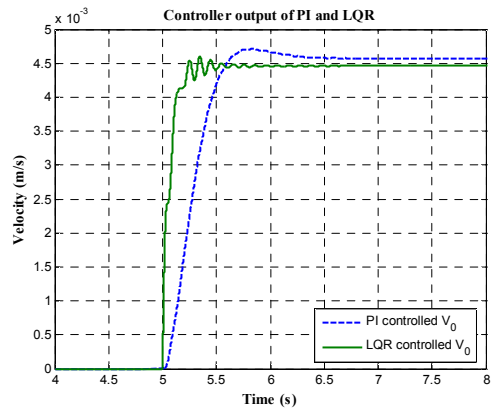


Fig. 6 Controller output of PI and LQR controller

## 4. 칼만필터 설계

### 4.1 칼만필터 게인 설계

댄서시스템의 제어를 위해 되먹임 입력으로  $\theta$ 를 고려한 LQR 제어를 기술하였다. 이 때  $\theta$ 는 전위차계(potential meter)를 이용하여 측정하는데 측정 잡음을 필터링 하지 않을 경우 잡음에 의해 시스템의 정밀한 장력제어가 곤란하다. 특히 LQR 제어기 설계 시  $\theta$  성분에 가중치를 주었기 때문에  $\theta$ 의 작은 변화에도 시스템 출력  $T_2$ 가 민감하게 반응한다. Fig. 7은 0 ~ 5 sec 구간에서  $T_0$  입력이 0인 경우에도  $\theta$  측정시 발생한 잡음으로 인해 LQR 제어기에서 불필요한 제어신호가 생성되었음을 나타내며, 이에 따라  $T_2$  제어가 곤란함을 나타낸다. 따라서 적절한 신호처리를 이용하여 시스템의 잡음을 배제한 원래의  $\theta$ 를 되먹임해야 LQR 제어를 구현할 수 있다.

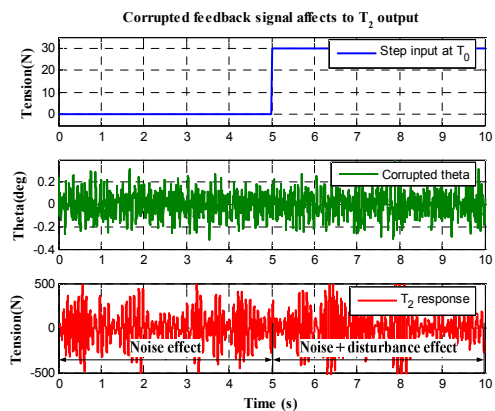


Fig. 7 Noise corrupted output  $T_2$

칼만 필터는 식 (19)와 같이 시스템의 출력  $y$ 와 추정된 출력  $\hat{y}$ 의 오차와 필터 게인  $K_f$ 의 곱을 고려하여 시스템의 상태를 추정한다. 이 때

필터 게인  $K_f$ 는 식 (20)의 필터 리카티 방정식의 해  $Y$ 와  $R_0$ , 출력행렬의 전치행렬  $C^T$ 에 의해 식 (21)과 같이 결정된다. 이 때 리카티 방정식의 해  $Y$ 는 양반한정 행렬이다.<sup>(7)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= Ax + Bu + K_f(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \quad (19)$$

$$AY + YA^T - YC^T R_0^{-1} CY + GQ_0 G^T = 0 \quad (20)$$

$$K_f = Y C^T R_0^{-1} \quad (21)$$

$Q_0$ 와  $R_0$ 를 단위행렬이라 했을 때 가중치의 비를 1:10으로 설정할 경우 Fig. 8과 같은 필터링 효과를 얻을 수 있으며 원래의  $\theta$  출력을 근사하게 추종하고 있음을 확인하였다. 이 때 사용한  $Q_0$ 와  $R_0$ 는 식 (22), (23)과 같다.

$$Q_0 = I_{(3 \times 3)} \quad (22)$$

$$R_0 = 10 \cdot I_{(3 \times 3)} \quad (23)$$

필터링한  $\theta$  출력을 되먹임 하기 위하여 Fig. 9과 같이 Matlab Simulink를 사용해 시스템을 구성하여 시뮬레이션 하였다. 운전장력 50N인 시스템에 대해 운전장력 대비  $\pm 1\%$ (0.5N)이내 감쇠를 제어 목표로 한다.  $T_0$ 에 입력된 크기 30N의 계단 입력과, 진폭 30N, 주파수 2.01rad/s인 사인 입력에 대한  $T_2$  응답을 Fig. 10과 Fig. 11에 도시하였다. 계단 응답은 운전장력 대비  $\pm 1\%$ ( $\pm 0.5$ )이내로 수렴하며, 사인 응답은  $\pm 0.3$ N이내로 수렴하므로  $\pm 1\%$ 이내 수렴조건을 만족한다. 두 가지 응답 모두 측정잡음이 존재하는 상황에서 목표한 제어성능을 만족하고 있음을 확인하였다.

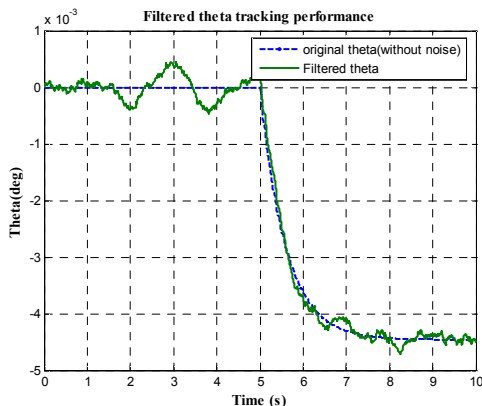


Fig. 8 Tracking performance of filtered output  $\theta$

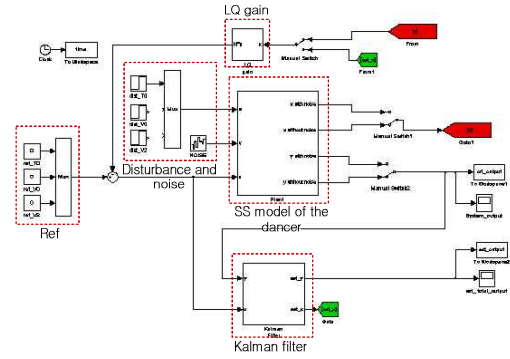


Fig. 9 Block diagram of LQG controller

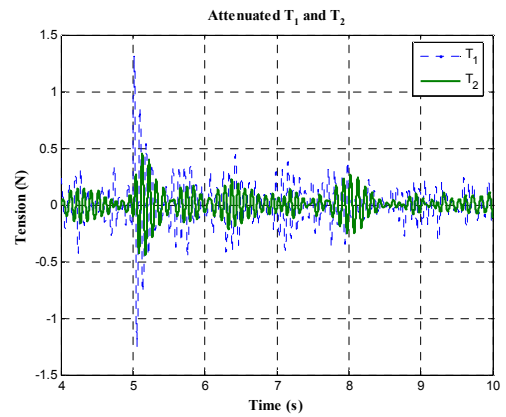


Fig. 10 Step response of LQG controller

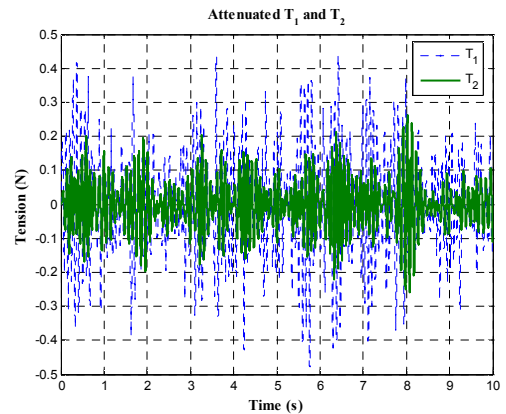


Fig. 11 Sinusoidal response of LQG controller

## 5. 결론

컨버팅 머신은 그 활용분야가 RFID, solar cell과 같은 전자소자 생산까지 넓어지고 있다. 인쇄방식으로 전자소자를 생산하기 위해서 레지스터 에러를 최소화 해야 하는데 선폭이 10 마이크로인 전자소자 생산을 위해 수 마이크로 이내로 레지스터 제어가 되어야 한다. 본 논문에서는 마이크로 단위의 레지스터 제어를 위해 인쇄 공정

내로 공급되는 웹에 대해 댄서를 이용한 LQG 장력제어 기법을 제안하였다.

진자 방식의 댄서 시스템에 대하여 상태공간 모델을 구성하였고 이를 바탕으로 최적 상태 되먹임(LQR) 게인의 설계 방법을 제안하였다. LQR 제어기를 PI 제어기와 비교하였을 때 게인 가중치 선정에 따라 제어성능이 향상되는 것을 시뮬레이션으로 확인하였다.

상태공간 모델에 기반하여 출력을 필터링하는 칼만필터의 설계 후 추정상태가 원래의 출력을 근사하게 추종함을 시뮬레이션으로 확인하였다. 이를 되먹임 하였을 때 측정 잡음이 있는 조건에서도  $T_2$  출력이 운전장력의 1% 부근에서 수렴 가능함을 확인하였다.

본 연구에서는 PI 제어와 LQG 제어의 비교를 위해  $\theta$  되먹임만 비교하였으나, 다변수 제어의 특징을 이용하여  $\theta$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  도 상태 되먹임 할 경우  $\pm 1\%$  이하로 장력 외란을 감쇠시킬 수 있을 것으로 예상된다.

## 후 기

본 연구는 2008 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 국제과학기술협력재단의 지원(No. K20701040597-07A0404-05110) 및 “서울시 산학연 협력사업(10848)”의 지원 하에 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Brandenburg, G., 1977, “New mathematical models for web tension and register error,” *Proceedings of third international IFAC conference on instrumentation and automation in the paper, rubber and plastics industry*, Vol.1, pp.411~438.
- (2) Hyun-Kyoo Kang, Jung-In Kim, Kee-Hyun Shin., 2006, “Compensator-roll-type Register Control on Roll to Roll Flexible Display,” *Proceedings of the Korean Society of Mechanical Engineers Annual Spring Conference*, pp.542~545
- (3) J. I. Kim, H. K. Kang, K. H. Shin., 2006, “Dynamics of Register error on Compensator Roll type Converting Machines,” *Proceedings of the Korean Society for Precision Engineering Annual Spring Conference*, pp.325~326
- (4) Ramamurthy V. Dwivedula, Yongliang Zhu, Prabhakar R. Pagilla., 2006, “Characteristics of active and passive dancers: A comparative study,” *Control Engineering Practice*, Vol.14, pp.409~423

- (5) Wolfgang Mildner., 2008, “OE-A – The international network for the organic and printed electronics industry,” *1<sup>st</sup> Int. Conference on R2R Printed Electronics 2008*, pp.49~67
- (6) Hyun-Kyoo Kang, Chang-Youp Seong, Kee-Hyun Shin., 2006, “Dancer Modeling and Analysis in Converting Machines,” *Proceedings of the Korean Society of Mechanical Engineers Annual Spring Conference*, pp. 1424~1429
- (7) Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite., 2005, “MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and Design,” pp.344~349
- (8) J. H. Kim., 2002, “A study on the control of speed-sensorless dc servo motor using LQG Regulator,” M. S. Thesis, Konkuk Univ.
- (9) Chi-Tsong Chen., 1999, “Linear System Theory and Design,” pp.231~265