

기어 세이빙 공정에서 베타 확률 분포를 이용한 공구 상태 검출

최덕기[†] · 김성준* · 오영탁**

Tool condition monitoring using parameters of beta distribution in gear shaving process

Deokki Choi, Seong-Jun Kim and Young Tak Oh

Key Words : Tool condition monitoring(공구상태검출), shaving(세이빙), beta probability distribution(베타확률분포), method of moments(모멘트법)

Abstract

Tool condition monitoring (TCM) is crucial for improvement of productivity in manufacturing process. However, TCM techniques have not been applied to monitor tool failure in an industrial gear shaving application. Therefore, this work studied a statistical TCM method for monitoring gear shaving tool condition. The method modeled the shaving process using beta probability distribution in order to extract the effective features. Modeling includes rectifying for converting a bi-modal distribution into a unimodal distribution, estimating parameters of beta probability distribution based on method of moments. The usefulness of features obtained from the proposed method was evaluated and discussed.

1. 서론

상태 감시 및 진단에 관한 연구는 절삭 공구는 물론 베어링이나 기어와 같은 부품들에 대해서 오랫동안 이루어져 왔다. 이러한 회전체의 경우 파손 등과 같은 부품의 상태를 검출하기 위한 방법으로 진동 신호의 시간영역 해석, 주파수영역 해석, 시간-주파수 영역 해석 등 다양한 방법들이 시도되고 있다.

시간 영역에서 진동 신호의 진폭 분포는 신호의 세부적인 패턴 변화에는 민감하지 않지만 회전체의 손상으로 인한 신호의 전형적인 변화 패턴을 잘 반영하기 때문에 절삭 조건의 변화와 같이 기계의 손상에 기인하지 않은 신호의 패턴 변화로부터 일반화 오류를 줄이는데 효과적이다⁽¹⁾. 회전체의 손상으로 인하여 발생하는 신호는 임펄스 형태의 피크 모양을 주기적으로 나타낸다. 손상이 진행될수록 임펄스 형태가 신호 대부분을

차지하게 되는데 이러한 형태의 피크는 큰 진폭을 갖기 때문에 진폭 분포 곡선의 양 끝부분을 길게 만든다. 분포 함수의 고차 통계 모멘트는 이와 같은 형태의 분포 변화에 민감하기 때문에 첨도(kurtosis)을 비롯하여 이것을 변형한 FM4, NA4, NB4 등의 지표들이 부품의 손상을 감지하는데 사용되었다⁽²⁾.

상태 감시를 위하여 기존에 제안된 특성값들(features)은 부품이 정상적인 경우 진폭에 대한 히스토그램이 단봉 분포(unimodal distribution)를 보인다는 점을 전제로 하여 제안되었다. 실제로 손상이 없는 베어링을 사용할 때, 진동 신호의 진폭 분포는 정규 분포 형태를 보인다. 하지만, 기어 등과 같은 경우는 정상적인 운전 상태에서도 특정 패턴을 갖는 신호가 주기적으로 발생한다. 이 신호는 양 기어 간의 이물림(tooth meshing) 부하로 인한 진동이 전달 경로를 거치면서 변형되어 센서까지 전달된 것이다. 이러한 경우에는 손상에 대한 직접적인 정보를 갖고 있지 않는 이물림으로 인한 신호를 제거함으로써 단봉 분포를 갖는 정상 상태의 신호를 확보하였다.

손상과 무관하게 나타나는 특정 패턴을 제거하기 위하여 다양한 방법들이 신호 처리

[†] 회원, 강릉대학교 정밀기계공학과
E-mail : chojdk@kangnung.ac.kr
TEL : (033)640-2394 FAX : (033)640-2390

* 강릉대학교 산업시스템공학과

** 안산공과대학 기계과

과정에 이용되었다. 원신호에 들어있는 이물림 주파수의 고조파(harmonics)와 측파대(side-bands)를 제거하기 위하여 인접한 신호의 차분을 이용하거나(FM4)⁽³⁾, 이물림 주파수 성분을 제거한 잔차(residual) 신호를 이용하는(NA4)⁽⁴⁾ 연구들이 회전체의 손상 검출에 유효한 성능을 보이고 있다. Zakrajsek 은 측주파수, 이물림주파수와 고차 조화 성분들을 필터링을 통하여 제거한 후 첩도를 이용하여 파손을 검출하였다⁽⁴⁾.

위에서 언급된 방법들이 원신호로부터 손상과 무관한 특정 패턴을 제거하기 위해서 주로 쓰는 방법이 TSA(Time Synchronous Averaging)이다. TSA 처리 결과는 패턴들 간의 부정확한 위상 관계에 민감하게 영향을 받는다. 따라서 TSA 를 수행하기 전에 특정 패턴을 주기마다 정확하게 분리하는 과정이 선행되어야 하는데 이를 위해서는 신호 취득 과정에 하드웨어적인 동기 신호가 필요하다. 결과적으로 회전축 엔코더(encoder) 등과 같은 피드백 장비가 요구된다. 그 외에도 여러 단계의 신호 전처리가 이 과정에 필요하다⁽⁵⁾.

정상 상태에서 발생하는 진동 신호의 진폭 분포는 위에서 언급한 것과 같은 전처리를 하지 않는다면 모든 회전 기계에서 정규 분포를 보이는 것은 아니다. 기어나 세이빙 공구, 밀링 공구 같은 회전체가 참여하는 공정들은 이물림 또는 단속 절삭으로 인하여 이물림 주기에 걸쳐 특정한 패턴의 진동 신호가 발생한다. 이로 인하여 진동 신호의 진폭 분포는 정규 분포를 벗어난 형태를 보인다. 특히 세이빙 공정에서 이 현상을 잘 확인할 수 있다. 이 공정에서는 정상 상태의 진폭 분포에서 양봉 형태(bi-mode)가 뚜렷하게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

본 연구는 정상 상태에서 진동 신호의 진폭 분포가 양봉 형태를 보이는 대표적인 공정인 세이빙을 대상으로 하여 공정 중에 공구 파손을 신뢰성 있게 검출하는 방법을 제안하였다. 세이빙 공정 중에 발생하는 진동 신호의 진폭 분포를 베타 확률 분포로 모델링하기 위하여 신호의 정류(rectification)와 모멘트법(method of moments)을 이용한 모수 추정을 적용하였다. 공구 파손 실험을 통하여 모델로부터 얻은 특성값들의 검출 성능을 비교 분석하였다.

2. 세이빙 공정

세이빙은 기어 가공을 위한 공정 중 마무리 공정에 해당된다. 호빙, 형삭, 브로칭 공정에 의하여 기어 형상을 가공한 후 최종적으로 치형의 형상 정밀도, 표면 정도 등을 높이기 위하여 세이빙을 실시한다. Fig. 1 은 세이빙 공구를 도시한 그림이다.

Fig. 1 에서 볼 수 있듯이 세이빙 공구의 이는 여러 개의 절삭날로 이루어져 있다. 공구와 공작물 간의 교차각과 공구의 공작물 축 방향 운동에 의하여 기어 치형면에 대한 절삭이 Fig. 2 와 같이 진행된다. 공작물의 축에 대하여 세이빙 공구가 움직이는 방향에 따라 평행형, 대각선형, 플런지형 세이빙으로 구분된다. 본 연구는 플런지형 세이빙(Fig. 2)을 대상으로 하여 진행되었다.

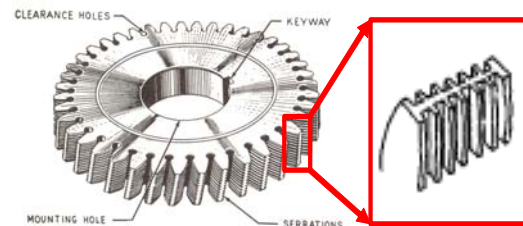


Fig. 1 Shaving cutting tool⁽⁶⁾

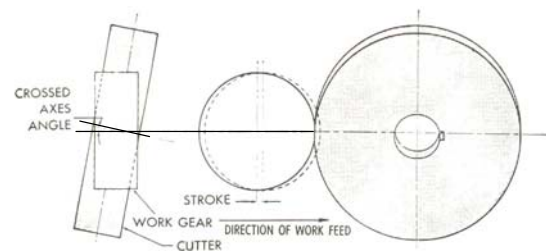


Fig. 2 Illustration of plunge shaving⁽⁶⁾

3. 베타 확률 분포의 적용

공구 파손에 따른 진동 신호의 진폭 분포를 특성화하기 위하여 베타 확률 밀도 함수를 적용하였다. 검출 시스템이 공구 파손을 신뢰성 있게 감지하기 위해서는 공구 파손과 무관한 외부 요인들 예를 들면, 공작물 재료의 불균일성, 절삭 조건의 변화 등에 의해서 공구 파손을 나타내는 특성값이 교란되지 않아야 한다. 결과적으로 공구

과손에 기인한 진폭 분포의 변화를 안정적으로 가장 잘 나타낼 수 있는 특성값의 선정이 무엇보다도 중요하다.

3.1 베타 확률 분포

베타 분포의 밀도 함수는 일정 구간 내에 존재하는 변량에 대하여 정의된다. 구간 [0,1]에서 정의되는 베타 분포를 정규 베타 분포(standard beta distribution)라고 하는데, 정규 베타 분포의 확률 밀도 함수는 (Eq. 1)과 같이 주어진다.

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \quad (\text{Eq.1})$$

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx$$

$$0 \leq x \leq 1; \alpha, \beta > 0$$

여기서, B 는 베타 함수(beta function)를 의미하고 확률 밀도 함수의 적분값을 1로 만드는 정규화 상수로 사용된다. α, β 는 베타 분포의 형상을 결정하는 형상 계수이다.

정규 베타 분포의 확률 밀도 함수를 결정하기 위하여 2개의 형상 계수(α, β)가 사용된다. 이 형상 계수의 값에 따라서 밀도 함수는 Fig. 3 과 같은 형상을 갖는다

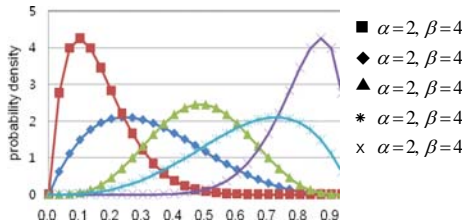


Fig. 3 Shape variation of probability density function of beta distribution according to shape parameters

Fig. 3 에 의하면, 베타 분포는 좌측이나 우측으로 상당히 편향된 고왜도(high skewness)의 분포 곡선뿐만 아니라 평균에 대하여 대칭적인 형태까지도 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 공구 파손으로 인한 진폭 분포의 변화를 모델링하는데 베타 분포의 이러한 특징은 유용하게 사용될 수 있다.

3.2 모멘트법을 이용한 베타 확률 분포의 모수 추정

공구 상태 감시를 위하여 확률 분포의 특성값

을 이용하기 위해서 진동 신호로부터 확률 분포의 모수들을 추정해야 한다. 본 연구에서는 베타 확률 분포의 모수인 형상 계수 α, β 를 추정하기 위하여 모멘트법을 사용하였다.

모멘트법이란 샘플 모멘트를 모집단의 모멘트로 간주함으로써 모수를 추정하는 방법으로서 최대우도추정법(MLE: Maximum Likelihood Estimation)과 함께 모수 추정법으로 많이 사용되고 있다.

확률밀도함수를 $f(x; \theta)$ 라고 하면, 모집단의 k 차 모멘트(m_k)는 (Eq. 2)와 같이 정의된다.

$$m_k = E_\theta[X^k] = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x; \theta) dx \quad (\text{Eq.2})$$

θ : 모수

위 식으로부터 함수 h 가 $\theta = h(m_1, m_2, \dots, m_k)$ 로 표현될 수 있다면, (Eq. 3)과 같이 샘플 모멘트(\hat{m}_k)에 의하여 모수가 추정될 수 있다.

$$\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \quad (\text{Eq.3})$$

$$\hat{\theta} = h(\hat{m}_1, \hat{m}_2, \dots, \hat{m}_k)$$

위와 같은 방식으로 구한 모멘트법 추정값은 일반적으로 불편추정값(unbiased estimate)이 아니지만 샘플의 크기가 크다면 근사적으로 불편추정값에 수렴하는 성질을 갖고 있다.

베타 분포의 경우, 모멘트법을 사용하여 구한 모수 추정 관계식을 정리하면 다음과 같다⁽⁷⁾.

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

$$V(X) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(x))^2 f(x)dx$$

$$= \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

$E(X)$, μ_x : 평균, $V(X)$, σ_x^2 : 분산

베타 분포가 구간 [0,1]에 걸쳐 분포할 때, 샘플 평균 \bar{x} 와 샘플 분산 V 에 의하여 베타 확률 밀도 함수의 형상 계수 α, β 를 나타내면 (Eq. 4)와 같다.

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{V} (\bar{x} - \bar{x}^2 - V) \quad (\text{Eq.4})$$

$$\beta = \frac{(1-\bar{x})}{V} (\bar{x} - \bar{x}^2 - V)$$

고차 모멘트는 고차 중심 모멘트(central moment)와 분산을 사용하여 정규화될 수 있으므로, 샘플 데이터와 (Eq. 4)로부터 구한 α, β 를 이용하여 베타 분포의 정규화된 왜도(S)와 첨도(K)를 다음과 같이 계산할 수 있다⁽⁷⁾.

$$S = \frac{E[(X - \mu_x)^3]}{\sigma_x^3} = \frac{2(\beta - \alpha)}{(\alpha + \beta + 2)} \sqrt{\frac{\alpha + \beta + 1}{\alpha\beta}} \quad (\text{Eq.5})$$

$$K = \frac{E[(X - \mu_x)^4]}{\sigma_x^4} = \frac{3(\alpha + \beta + 1)(2\alpha^2 - 2\alpha\beta + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + 2\beta^2)}{(\alpha + \beta + 2)(\alpha + \beta + 3)\alpha\beta}$$

모드는 형상 계수에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$M = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2} \quad (\alpha > 1, \beta > 1)$$

4. 세이빙 공정의 공구 파손 감시

4.1 실험 방법

세이빙 공정에서 정상 공구와 파손 공구를 사용하였을 때 발생하는 신호의 샘플을 얻기 위하여 실험을 수행하였다. 사용 시간이 다른 3개의 정상 공구들과 2개의 파손된 공구를 실험에 사용하였다. Fig. 4는 파손된 공구의 사진이다. 신호 대 잡음비가 높은 진동 신호를 얻기 위하여 가속도계의 설치 위치를 결정하기 위한 예비 실험을 수행하였다. 예비 실험 결과에 근거하여 Fig. 5에 표시된 위치에 가속도계를 설치하였다.

1개의 기어에 대한 세이빙 시간은 약 30초 정도가 소요된다. 공구 한 개당 기어 5개를 가공하면서 25kHz의 샘플링 주파수로 각 공정에 대한 진동 신호를 취득하였다.

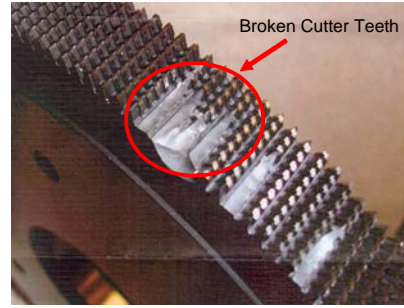


Fig. 4 Broken shaving cutter

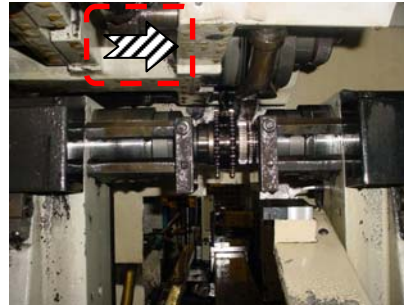


Fig. 5 Accelerometer locations on machine

4.2 실험 결과 및 분석

Fig. 6은 실험에서 얻은 진동 신호를 보여준다. 위 그래프는 정상적인 공구를 대표하는 신호를 보여주고 있고 아래 그래프는 파손된 공구를 대표하는 신호를 나타내고 있다.

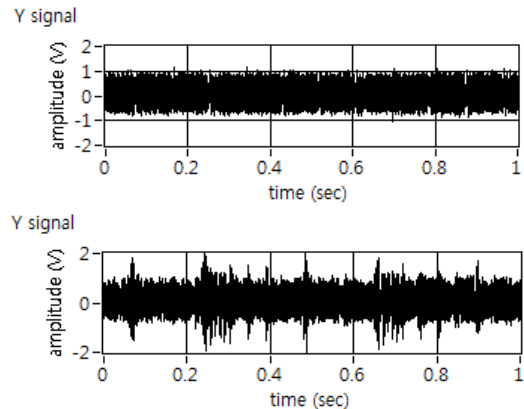


Fig. 6 Vibration signals from no broken tool(upper) and broken tool(lower)

파손된 공구의 진동 신호의 경우, 탈락된 이의 영향으로 큰 진폭을 갖는 신호가 간헐적으로 나타나고 있다. 각 신호에 대한 진폭 분포를 검토하기 위하여 구한 히스토그램을 Fig. 7에 나타내었다.

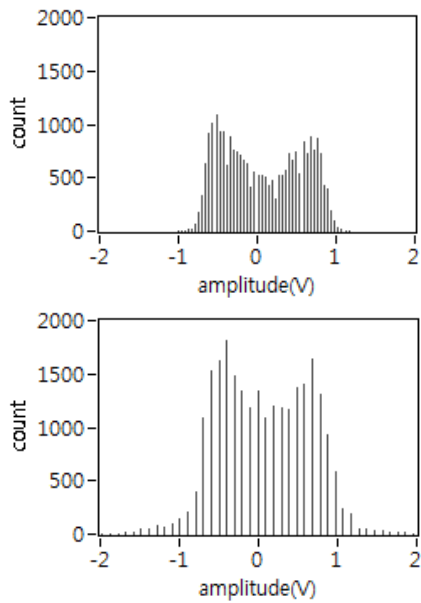


Fig. 7 Histogram of vibration signals from no broken tool(upper) and broken tool(lower)

두 경우 모두 양봉을 갖는 진폭 분포를 보이고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 양봉 분포를 포함하는 다봉 분포를 모델링하기 위해서는 혼합 모델링이나 비모수추정법을 사용하여야 한다. 하지만, 혼합 모델링은 최대우도를 추정하기 위하여 사용하는 EM(Expectation-Maximization) 알고리즘으로 인하여 계산 시간이 오래 걸리며 일관적이지 못하다⁽⁷⁾. 실제로 본 실험에서 얻은 데이터에 대하여 양봉 분포를 타 커널에 비해 단순한 가우시안 커널을 사용하여 혼합 모델링을 수행한 결과 모델링 평균 시간이 약 22 초 걸렸다. 이에 비하여 비모수추정법은 상대적으로 계산 시간이 짧지만 기계 상태 모니터링을 위한 특성값 선정에 적당하지 않다.

따라서, 본 연구에서는 실시간으로 특성값을 얻기 위하여 신호를 정류한 후 모멘트법을 적용하는 방법을 제시한다. 정류를 통하여 양봉 진폭 분포를 단봉 진폭 분포로 변환한 후 변환된 단봉 진폭 분포에 대하여 3.2 에서 기술한 바와 같이 모멘트법을 이용하여 밀도 함수를 추정하였다.

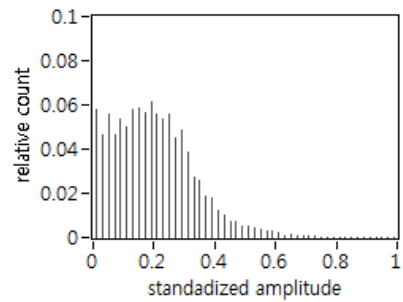
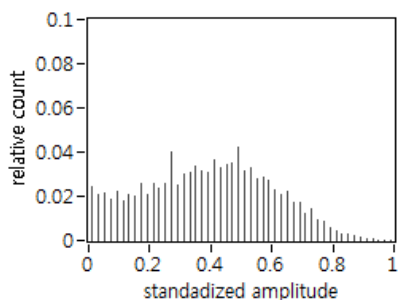


Fig. 8 Histogram of rectified signal from no broken tool(upper) and broken tool(lower)

Fig. 8 은 정상 공구와 파손 공구의 정류된 진동 신호에 대한 히스토그램을 보여 준다. Y 값은 상대적 빈도를 의미한다. 정상 공구에 비하여 파손 공구의 진폭 분포가 좌측으로 상당히 치우쳐 있음을 확인할 수 있다. 이 현상은 파손 공구라 할지라도 정상적인 이에 의해 발생하는 진동 신호의 진폭값이 진폭 분포의 대부분을 유지함과 동시에 파손된 이로 인한 간헐적인 큰 폭의 진동 신호가 진폭값의 범위를 상대적으로 넓혀 주기 때문이라고 해석될 수 있다. 이 사실은 진폭 분포의 치우친 정도를 정량화할 수 있는 지표를 사용하면 공구의 상태를 파악할 수 있다는 것을 의미한다.

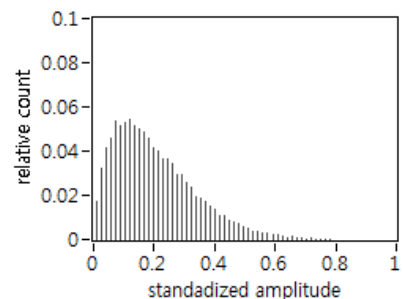
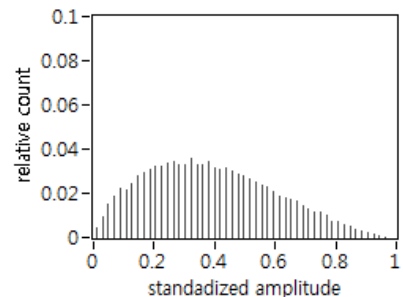


Fig. 9 Histogram of modeled beta distribution

Fig. 9 는 정류 신호를 바탕으로 추정된 베타 분포의 히스토그램을 나타낸 것이다. 작은 진폭 근처에서 모델링 오차가 다른 부분에 비해서 비교적 크게 발생하고 있음을 알 수 있다. 하지만 이 진폭 영역 내에서의 신호의 변화는 일반적으로 공구 파손에 기인하지 않기 때문에 이 현상은 오히려

공구 파손 감지에 대한 베타 분포 모델의 강건성을 보여준다. 두 히스토그램의 주요한 차이점은 최대 빈도를 나타내는 모드의 위치와 큰 진폭 부분에서의 곡선의 형상이다. 베타 분포 모델은 여타 분포 모델보다 이 점들을 충분히 반영하고 있다.

정상 공구들과 파손 공구들로부터 얻은 진동 신호를 대상으로 정류 과정 및 모멘트법을 이용한 모수 추정 과정을 거쳐 구한 베타 분포의 형상 계수와 통계적 모멘트값들을 Table 1에 정리하였다.

Table 1 Parameters and statistical moments of beta distribution estimated by method of moments

| Tool | Modeled beta distribution | | | | | | |
|-----------|---------------------------|---------|---------|--------------|-------|-------|-------|
| | α | β | μ_x | σ_x^2 | S | K | M |
| No broken | 1.806 | 3.094 | 0.371 | 0.040 | 0.376 | 2.428 | 0.281 |
| Broken | 1.661 | 6.156 | 0.215 | 0.020 | 0.843 | 3.408 | 0.114 |
| No broken | 0.086 | 0.424 | 0.022 | 0.004 | 0.057 | 0.107 | 0.022 |
| Broken | 0.151 | 1.161 | 0.020 | 0.004 | 0.055 | 0.170 | 0.016 |

(upper : mean, lower : standard deviation)

특성값별로 공구 파손 검출에 대한 성능을 평가하기 위하여 2 클래스(정상 공구, 파손 공구)에 대한 베이스 오류률(Bayes error rate)을 산출하였다. Fig. 10은 두 클래스의 사전 확률을 동일하게 놓고 구한 최소 오류 확률을 로그 스케일로 나타내고 있다. 완전 검출(singular detection)을 위해서는 베이스 오류률이 상대적으로 낮은 값을 보이는 특성을 선정하는 것이 중요하다.

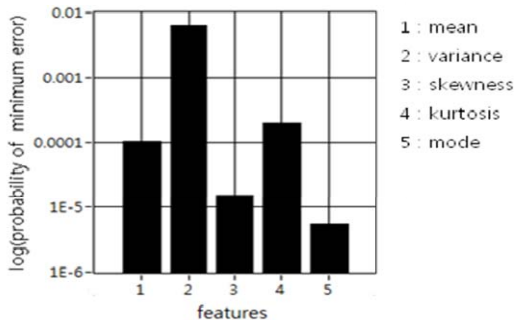


Fig. 10 Comparison of Bayes error rate according to features from Table 1

Fig. 10에 의하면 추정된 베타 분포의 모드를 공구 파손을 위한 검출 특성값으로 사용할 때 가장 높은 검출 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

세이빙 공정에서 공구 파손을 검출하기 위하여 베타 분포 모델에 기반한 특성값을 제안하였다. 양봉 형태의 진폭 분포를 갖는 진동 신호를 베타 분포 모델링을 하기 위하여 진동 신호를 정류한 후 모멘트법을 사용하여 통계적 모수를 추정하는 방법을 적용하였다. 공구 파손 실험을 통하여 추정된 베타 분포의 모드가 여타 특성보다 높은 공구 파손 검출 성능을 갖고 있음을 베이스 오류률을 통하여 확인하였다.

차후 연구에서는 공구 파손 검출을 위한 단일 특성값으로서 모드의 유효성을 추가적으로 확인하는 실험과 여러 특성들을 동시에 고려하는 다변량 진단 방법과의 검출 성능 비교를 수행하고자 한다. 또한, 본 논문에서 제시한 방법을 기반으로 공구 마모의 단계적인 진행 상태를 검출하는 연구를 수행할 계획이다.

참고문헌

- (1) S. Braun, 1986, Mechanical Signature Analysis: Theory and Application, Academic Press.
- (2) V. Bhujanga Rao, 1999, "Kurtosis as a Metric in the Assessment of Gear Damage," The Shock and Vibration Digest, Vol.31, No.6, pp.443-448.
- (3) Stewart, R.M., 1977, "Some Useful Data Analysis Techniques for Gearbox Diagnostics," Institute of Sound and Vibration Research Paper, MHM/R/10/77.
- (4) Zakrajsek, J. J., Townsend, D. P., and Decker, H. J., 1993, "An Analysis of Gear Fault Detection Methods as Applied to Pitting Fatigue Failure Data," NASA TM-105950, presented at the 47th M. F. P. G. Meeting, Virginia Beach, VA, April 13-15, pp.1-10.
- (5) Katherine McClintic, Mitchell Lebold, Kenneth Maynard, Carl Byington, and Robert Campbell, 2000, "Residual and Difference Feature Analysis with Transitional Gearbox Data," Proceedings of the 54th M. F. P. G. Meeting, Virginia Beach, VA, May 1-4, pp.635-645.
- (6) United States Cutting Tool Institute, 1989, Metal Cutting Tool Handbook, Industrial Press, Inc.
- (7) D. C. D. Oguamanam, H. R. Martin and J. P. Huissoon, 1995, "On the Application of the Beta Distribution to Gear Damage Analysis," Applied Acoustics, Vol. 45, Issue 3, pp.247-261.