

# 개선된 교차축 연동제어를 통한 리니어 모터의 비선형 적응제어

한상오<sup>†</sup> · 황우현\* · 이상민\* · 허건수\*\*

## Nonlinear Adaptive Control for A Linear-Motor-Driven Two Axes through A Enhanced Cross-Coupling Algorithm

Sangoh Han, Woohyun Hwang, Sangmin Lee and Kunsoo Huh

**Key Words :** Cross-Coupling Control (교차결합 제어), Sliding Mode Control (슬라이딩 모드 제어), Friction Force (마찰력), Force Ripple (리플력)

### Abstract

The linear motors are easily affected by load disturbance, force ripple, friction, and parameter variations because there is no mechanical transmission to reduce the effects of model uncertainties and external disturbance. For high-speed/high-accuracy position control of a linear- motor-driven two axes, a nonlinear adaptive controller including a cross- coupling algorithm is designed in this paper. The nonlinear effects such as friction and force ripple are estimated and compensated. An enhanced approach for cross-coupling algorithm is proposed to effectively improve the biaxial contour accuracy with the closed-loop stability. The proposed controller is evaluated through the computer simulations.

### 1. 서 론

리니어 모터를 이용한 직선 이송 기구는 산업 전반에 걸친 기초 기반 제품으로서 선형운동이 필요한 매우 다양한 분야에 적용되고 있다. 고속/고정밀 선형운동을 구현하기 위하여 보통 리드 스크류 같은 기계적 동력전달 메커니즘을 이용한 로터리 모터를 사용하거나 직접구동 방식의 리니어 모터가 사용하고 있다. 그러나 동력 전달 장치를 이용한 방법은 시간지연이나 동적 응답특성을 감소시킬 뿐만 아니라 백래쉬, 마찰력 등으로 인한 운동에너지의 손실이 크게 나타나므로 성능향상에 한계가 있다. 이에 비해 리니어 모터는 비선형 효과를 크게 줄일 수 있으며 구조가 간단하여 고추력, 긴 수명, 적은 유지비용, 적은 열손실과 같은 장점이 있어 고속/고정밀 직선 이송기구로 리니어 모터 시스템의 적용이 급격히 증가하고 있다. 그러나 직접 구동방식인 리니어 모터는 모델의 불확

실성이나 외란에 민감할 뿐만 아니라 리플, 마찰 특성에 쉽게 영향을 받게 된다.

리니어 모터의 구동성능에 영향을 미치는 비선형 특성으로는 마찰력과 리플력이 대표적이다. 마찰은 접촉에 의해서 불가피하게 발생하게 되며 정밀 위치제어를 구현하는데 주요한 장애물이 되고 있다. 이러한 마찰력은 보통 정적, 쿨롱, 점성마찰과 stribek 효과로 모델링하며, 특히 정적마찰과 쿨롱마찰은 속도에 대한 비선형 함수이다. 리플력은 코깅과 자기저항에 의해 발생하며, 주로 iron-core 타입이나 저속 또는 이동자에 적은 하중이 작용할 때 크게 발생한다. 리니어 모터의 지배적인 비선형성이 주는 악영향을 극복하기 위해서 모터 자석의 공간배치나 모터구조의 대체설계, 공기베어링 등의 대책이 강구할 수 있지만 이러한 메커니즘은 시스템의 구조를 더욱 복잡하게 하거나 비용이 높아지는 단점이 있다.

리니어 모터 시스템에 대하여 적절한 알고리즘을 통하여 이와 같은 비선형 특성을 보상하여 고속/고정밀 제어를 가능하게 하는 연구가 진행되었다<sup>(1-3)</sup>. 예를 들면 Tan<sup>(2)</sup>과 Kim<sup>(4)</sup> 등은 한 축의 PMLSM (Permanent Magnet Linear Synchronous Motor) 시스템에서 비선형성을 강인한 적응 제어를 이용하여 위치오차를 줄이는 연구를 수행하였

<sup>†</sup> 한양대학교 대학원 자동차공학과

\* 한양대학교 대학원 자동차공학과

\*\* 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : khuh2@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0437 FAX : (02)2295-4584

다. 그러나 두 축 운동을 수행하는 리니어 모터에서는 이러한 기준의 알고리즘을 적용하여 제어하기는 쉽지 않다. 두 축 구동 시 축간의 동기화는 기계적 동력전달 메커니즘과 고속/고정밀 선형운동을 구현하기 위하여 고려되어야 하며 이를 위해 교차축 연동 제어기 (cross-coupling controller)는 기준윤곽과 실제윤곽의 거리인 윤곽오차 (contour error)를 감소시키며 축 간의 동기화에 효율적인 제어기이다. Koren<sup>(5)</sup>에 의해 처음 제이기가 제안되었으며 Srinivasan 와 Kulkarni<sup>(6-7)</sup> 등은 최적제어 방식에 의한 윤곽오차 제어를 설계하였고 Yao<sup>(8)</sup> 등은 두 축 시스템의 대하여 불확실한 파라미터와 외란을 보상하기 위해 강인한 적응제어를 PMLSM에 적용하였다. Koren 과 Lo<sup>(9)</sup>는 원하는 윤곽상의 순간 기준점에 접하는 원의 곡률반경을 계산하여 윤곽오차를 근사화 하였다. 이는 윤곽오차가 원하는 궤적의 각 기준점에서 순간 접선방향의 추적 뒤짐 오차 (tracking lag error)에 비해 적고 또한, 접선방향의 추적 뒤짐 오차가 기준점에서의 순간 곡률반경에 비해 현저히 적다는 가정하에 적용하였으며 위에 언급된 외란 등에 대한 강인성과 안정성을 보장하지는 못하였다.

본 논문은 리니어 모터의 x-y 축을 대상으로 위치제어에 악영향을 주는 비선형 함수들의 파라미터를 추정하고 이를 보상하며 개선된 교차축 연동기를 통하여 축 간의 동기화 및 윤곽정밀도를 향상시키기 위한 제어기를 설계하였으며 설계된 비선형 적응 제어기의 타당성을 모의실험으로 검증하였다.

## 2. PMLSM의 모델링

PMLSM 드라이브 시스템은 서보 드라이버에 전류신호를 입력하여 리니어 모터의 위치를 제어하는 전류제어 시스템으로 엔코더에 의해 측정되며 피드백 된 이동자의 변위와 속도신호는 각각 기준 위치입력과 기준 속도입력과 비교되어 위치 루프 제어기 (position loop controller)와 속도 루프제어기 (speed loop controller)에 의해 서보 드라이버에 전류를 인가하게 된다.

PMLSM의 동 특성 방정식은 기준에 연구된 바와 같이 동기회전식 기준 프레임 (synchronous rotating reference frame)으로 표현 될 수 있다<sup>(10)</sup>.

$$\begin{aligned} v_q &= Ri_q + p\lambda_q + \omega_e \lambda_d \\ v_d &= Ri_d + p\lambda_d - \omega_e \lambda_q \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_q &= L_q i_q \\ \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_{PM} \\ \omega_e &= P\omega_r \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $v_d$ 와  $v_q$ 는 각각  $d$ ,  $q$ 축 전압,  $i_d$ 와  $i_q$ 는 각각  $d$ ,  $q$ 축 전류,  $\lambda_d$ 와  $\lambda_q$ 는 각각  $d$ ,  $q$ 축 회전자 자속,  $L_d$ 와  $L_q$ 는 각각  $d$ ,  $q$ 축 인덕턴스,  $R$ 은 회전자 저항,  $\omega_e$ 는 인버터 주파수,  $\lambda_{PM}$ 은 영구자석의 자속,  $\omega_r$ 은 이동자 속도,  $P$ 는 극수,  $p$ 는 미분 연산자이다. 또한, 생성된 전자기력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_{em} = \frac{3}{2} P [\lambda_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (3)$$

PMLSM 서보 드라이버의 제어에서  $d$ ,  $q$  좌표축에서의 자속의 위치는 홀센서에 의해 결정이 되므로  $i_d = 0$ 이라 가정하면  $\lambda_{PM}$ 은 PMLSM에 대하여 상수이므로  $d$ 축 자속  $\lambda_d$ 는 고정되고 전자기력  $F_{em}$ 은 페루프 제어에 의해 결정되는 전류 제어기의 입력인  $i_q^*$ 에 비례하게 된다. 따라서 전자기력  $F_{em}$ 은 전류 제어기의 입력 값인  $i_q^*$ 와 추력상수의 곱으로 간단히 표현할 수 있다.

$$F_{em} = K_f i_q^* \quad (4)$$

여기서,  $K_f$ 는  $1.5P\lambda_{PM}$ 으로 모터의 전류당 발생토크 출력을 나타내는 추력상수이다. 기계적인 지배방정식에 식 (4)를 대입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M_i \ddot{x}_{mi} + w_i(t) = F_{emi} = K_f i_q^* \quad (5)$$

여기서,

$$w_i(t) = F_{fi}(\dot{x}_{mi}) + F_{ri}(x_{mi}) \quad (6)$$

이며,  $x_{mi}$ 은  $i$ 축의 모터 이동변위,  $M_i$ 는 이동자의 무게,  $w_i(t)$ 는  $i$ 축의 전체 외란 항으로 리플력, 마찰력과 부하의 합이다. 리플력은 주기적인 정현파 형식의 함수로 식 (7)과 같은 일차 모델<sup>(2)</sup>, 마찰력은 정적, 쿨롱, 점성 마찰과 stibek 효과의 조합으로 식 (8)과 같이 모델링 할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{ri}(x_{mi}) &= A_i \sin(\omega x_{mi} + \phi) \\ &= a_{1i} \sin(\omega x_{mi}) + a_{2i} \cos(\omega x_{mi}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$F_{fi}(\dot{x}_{mi}) = [F_{ci} + (F_{si} - F_{ci})e^{-(|\dot{x}_{mi}|/\dot{x}_s)^2}] \text{sign}(\dot{x}_{mi}) + B_i \dot{x}_{mi} \quad (8)$$

여기서,  $a_{1i}$ 과  $a_{2i}$ 는 리플력의 크기이며  $\omega$ 는 리플의 주파수이다.  $F_{ci}$ 는 쿨롱마찰,  $F_{si}$ 는 정적 마찰의 높이,  $\dot{x}_s$ 는 stibek velocity,  $B_i$ 는 점성 마찰계수이다.

### 3. 적응 제어기 설계

적응 슬라이딩 모드 제어기(ASMC)는 시스템이 어느 정도의 불확실성을 가지고 있을 때 시스템의 안정성을 보장할 수 있는 강인한 적응 제어기법으로 리니어 모터의 비선형 함수들의 계수들을 각각 추정하여 보상함으로써, 비선형성에 의해 발생하는 위치 정밀도를 향상시킨다.

일반적인 서보 제어기는 각 구동 축에 대해 독립적으로 설계 되는데 비해 교차축 연동제어기는 구동 축들을 상호 연관시켜 두 축의 동기화를 시키며 위치추정 성능과 윤곽추정 성능을 향상시킨다. 위치추정 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$e_i := x_{di} - x_{mi} \quad (9)$$

여기서  $x_{di}$  는 기준위치이다. 임의의 궤적에 관한 윤곽오차는 Fig. 1 와 같이 기준윤곽과 실제윤곽의 차로 정의된다.

$$e(t) = \cos \phi e_2 - \sin \phi e_1 = c_2 e_2 - c_1 e_1 \quad (10)$$

여기서

$$c_1 = \frac{(dx_2/dx_1)}{\sqrt{1+(dx_2/dx_1)^2}}, \quad c_2 = \frac{1}{\sqrt{1+(dx_2/dx_1)^2}}.$$

$dx_1, dx_2$  는 윤곽궤적에 정규화된 법선 벡터이다. 위치오차와 윤곽오차를 동시에 줄이기 위해 다음과 같이 커플 된 새로운 오차를 정의한다.

$$e_i^* := e_i + (-1)^i \alpha c_i e \quad (11)$$

슬라이딩 모드 제어시스템 설계에서 먼저 선행되어야 할 것은 제어대상에 대한 적절하고 안정한 슬라이딩 평면 (sliding surface)을 선정하는 것으로서 서보 시스템의 추종성능을 향상시키기 위해 아래와 같이 슬라이딩 평면을 선정하였다.

$$s_i = \dot{e}_i^* + \Lambda e_i^* \quad (12)$$

여기서  $\Lambda, k_c$  는 양의 계수이다. 슬라이딩 평면을 시간에 대해 미분하고  $\dot{e}_i = \dot{x}_{di} - \dot{x}_{mi}$  과 같이 나타낼 수 있으므로  $\dot{x}_{mi}$  은 식 (13)과 같이 정리될 수 있다.

$$\dot{x}_{mi} = \dot{x}_{di} + \frac{d}{dt} \left[ (-1)^i \alpha c_i e + (-1)^i \alpha c_i \dot{e} + \Lambda e_i^* \right] - \dot{s}_i \quad (13)$$

식 (7), (8), (13)을 식 (5)에 대입하면 오차방정식은 다음과 같이 전개된다.

$$M_i \dot{s}_i = -K_f i_{qi} + \theta_i^T Y_i \quad (14)$$

여기서

$$D_i^* := \dot{x}_{di} + \frac{d}{dt} \left[ (-1)^i \alpha c_i e + (-1)^i \alpha c_i \dot{e} + \Lambda e_i^* \right]$$

$$\theta_i = \left[ M_i \quad [F_{ci} + (F_{si} - F_{ci})e^{-(\dot{x}_{mi}/s_i)^2}] \quad B_i \quad a_{1i} \quad a_{2i} \right]^T$$

$$Y_i = \left[ D_i^* \quad \text{sign}(\dot{x}_{mi}) \quad \dot{x}_{mi} \quad \sin(\omega x_{mi}) \quad \cos(\omega x_{mi}) \right]^T$$

으로 정의된다. 또한, 오차방정식의 안정성을 증명하기 위하여 다음과 같은 리아프노프 (Lyapunov Function Candidate) 함수를 정의하면 식 (15)와 같다.

$$V(s_i, \tilde{\theta}_i, \epsilon) = \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{1}{2} s_i^T M_i s_i + \frac{1}{2\Gamma} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i \right] + \frac{1}{2} k_c \epsilon^T (1+\alpha) \epsilon \quad (15)$$

여기서,  $V$  는 리아프노프 함수,  $s_i$  는 슬라이딩 평면,  $\Gamma$  는 적응이득 (adaptation Gain),  $\tilde{\theta}$  는 리니어 모터의 비선형성 함수의 실제 파라미터와 추정 파라미터와의 오차이다. 리아프노프 함수를 시간에 대해 미분하고 식 (14)을 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^2 \left[ \dot{s}_i^T M_i s_i + \dot{\tilde{\theta}}_i^T \tilde{\theta}_i \right] + k_c \dot{\epsilon}^T (1+\alpha) \epsilon \quad (16)$$

$$= \sum_{i=1}^2 \left[ -K_f i_{qi} s_i + \theta_i^T Y_i s_i + \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}}_i^T \tilde{\theta}_i \right] + k_c \dot{\epsilon}^T (1+\alpha) \epsilon$$

식 (16)와 같이 리아프노프 함수를 시간에 대해 미분한  $\dot{V}$  은 적어도  $\dot{V} \leq 0$  이고 추종오차를 0으로 수렴시키기 위해 제어입력인 전류명령  $i_{qi}$  과 적응칙 (adaptation law)을 식 (17), (18)로 유도할 수 있다.

$$i_{qi} = \frac{1}{K_f} \left[ \hat{\theta}_i^T Y_i + H s_i + (-1)^i k_c c_i e + \beta(s_i, \epsilon) \text{sign}(s_i) \right] \quad (17)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -\Gamma Y_i s_i \quad (18)$$

$H$ 와  $\Gamma$  는 각각 양이며 위의 두 식을 식 (16)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^2 \left[ s_i^T H s_i + \tilde{\theta}_i^T (Y_i s_i + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i) + \beta(s_i, \epsilon) \|s_i\| \right] \quad (19)$$

$$+ k_c \epsilon^T (c_1 s_1 - c_2 s_2) + k_c \dot{\epsilon}^T (1+\alpha) \epsilon$$

식 (10), (12)을 이용하여 아래와 같이 정리하면

$$k_c \epsilon^T (c_1 s_1 - c_2 s_2) = k_c \epsilon^T [(c_1 \dot{e}_1 - c_2 \dot{e}_2) - \alpha \dot{e} - \Lambda (1+\alpha) \epsilon] \quad (20)$$

$$\dot{\epsilon}^T k_c \epsilon = [(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1) + (c_2 \dot{e}_2 - c_1 \dot{e}_1)]^T k_c \epsilon. \quad (21)$$

식 (18), (20), (21)을 식 (19)에 대입하면 아래와 같다.

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^2 \left[ s_i^T H s_i + \beta(s_i, \epsilon) \|s_i\| \right] \quad (22)$$

$$+ (\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1)^T k_c \epsilon - \epsilon^T k_c \Lambda (1+\alpha) \epsilon$$

함수  $(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1)^T k_c \epsilon$  이 음의 반한정 (negative semi definite)임을 보장할 수 없으나 아래와 같이  $\beta(s_i, \epsilon)$ 을 선택한 후 식 (22)에 대입하면 아래와 같다.

$$\beta(s_i, \epsilon) = \mu k_c \|\epsilon\| \|(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1)\| \|s_i^{-1}\| \quad (23)$$

여기서  $\mu$ 는 양의 계인이다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^2 [s_i^T H s_i] - 2\mu k_c \|\epsilon\| \lambda_{\min}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1) \\ &\quad + k_c \|\epsilon\| \lambda_{\max}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1) - \epsilon^T k_c \Lambda(1 + \alpha)\epsilon \\ &= -\sum_{i=1}^2 [s_i^T H s_i] - \epsilon^T k_c \Lambda(1 + \alpha)\epsilon \\ &\quad - k_c \|\epsilon\| \lambda_{\max}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1) \left[ 2\mu \frac{\lambda_{\min}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1)}{\lambda_{\max}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1)} - 1 \right] \\ &= -\sum_{i=1}^2 [s_i^T H s_i] - \epsilon^T k_c \Lambda(1 + \alpha)\epsilon - \mu' k_c \|\epsilon\| \lambda_{\max}(\dot{c}_2 e_2 - \dot{c}_1 e_1) \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $\lambda_{\min}(\cdot)$ ,  $\lambda_{\max}(\cdot)$ 는 각각  $(\cdot)$ 의 최소값과 최대값이다.  $\mu$ 를 충분히 큰 값으로 선택하면 식 (24)은 음의 반한정이다. 이는 리아프노프 함수  $V$ 가 제한 (bound) 된다는 의미이며, 따라서, 식 (15)에 의해서  $s_i$ ,  $\epsilon$  그리고  $\tilde{\theta}_i$ 도 제한된다. 또한,  $s_i$ 의 제한으로부터 시간이 무한대로 증가함에 따라  $e_i^*$ 은 0으로 수렴함을 알 수 있다. 즉, 위치 추정오차와 윤곽추정오차는 시간이 지남에 따라 0으로 수렴한다.

#### 4. 모의실험

개선된 교차축 연동제어기 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해 x-y 서보 축의 모델을 바탕으로 MATLAB/SIMULIN를 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 반경 100mm인 x축과 y축에 각각 사인 파와 코사인 파의 기준입력을 주어 12sec 동안 구동하였으며 각 축의 시스템 파라미터 값은 Table. 1과 같다.

Fig. 2은 임의로 부여한 마찰력과 리플력을 적응 알고리즘을 이용하여 각각을 추정한 결과를 보여 주고 있다. 우수한 추정을 확인할 수 있으며 이는 제안된 제어기가 구동에 악영향을 주는 비선형효과를 잘 보상할 수 있다. Fig. 3에서는 각 축의 위치오차이며, Fig. 4에서는 제안된 제어기를 적용했을 경우, 제안된 제어기에서 윤곽오차를 고려하지 않았을 경우 ( $\alpha=0$ ,  $k_c=0$ ), 변수계인에 관한 교차축 연동제어기를 적용했을 경우<sup>9)</sup>, 그리고 마찰력과 리플력을 보상하지 않았을 경우의 윤곽오차를 비교하였다.

#### 5. 결론

x-y 축에 리니어 모터의 고속/고정밀 선형운동을 구현하기 위하여 위치제어에 악영향을 주는 마찰력이나 리플력의 지배적인 비선형성을 추정하여 보상하며 개선된 교차축 연동기를 통하여 축 간의 동기화 및 윤곽정밀도를 향상시키기 위해 알고리즘을 구현하였으며 모의실험을 통하여 제안된 제어기의 성능을 평가하였다.

#### 후 기

본 연구는 지식경제부와 한국산업기술재단의 전략기술인력양성사업으로 수행된 연구결과임

#### 참고문헌

- (1) Otten, G., Theo, J. A., Amerongen, J. A., Rankers, A. M. and Gaal, E. W., 1997, "Linear Motor Motion Control Using a Learning Feedforward Controller," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 2, No. 3, pp. 179~187.
- (2) Tan, K. K., Huang, S. N. and Lee, T. H., 2002, "Robust Adaptive Numerical Compensation for Friction and Force Ripple in Permanent-Magnet Linear Motor," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 38, No.1, pp. 221~228.
- (3) Yao, B. and Xu, L., 2002, "Adaptive Robust Motion Control of Linear Motors for Precision Manufacturing," *Mechatronics*, Vol. 12, pp. 595~616.
- (4) Kim, H. B., Lee, B. H. and Huh, K. S., 2005, "Nonlinear Adaptive Control for Linear Motor Through the Estimated Friction Force and Force Ripple," *KSME International Journal*, No.05S201, pp.1144~1149.
- (5) Koren, Y., 1980, "Cross-coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing System," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 120, No. 4, pp. 265~272.
- (6) Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., 1990, "Cross-coupled Control of Biaxial Feed Drive Servomechanisms," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112, No. 2, pp. 225~232.
- (7) Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., 1989, "Optimal Contouring Control of Multi-Axial Drive Servomechanisms," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 111, No. 2, pp. 140~148.
- (8) Yao, B. and Xu, L., 2002, "Adaptive Robust Motion Control of Linear Motors with Negligible Electrical Dynamics," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 6, No. 4, pp. 444~452.
- (9) Koren, Y. and Lo, C. C., 1992, "Variable-gain Cross-Coupling Controller for Contouring," *Annals of the CIRP*, Vol. 40, No. 1, pp. 371~374.
- (10) Pillay, P. and Krishnan, R., 1989, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent Magnet Motor Drives, Part 1: The Permanent Magnet Synchronous Motor Drive," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, pp. 189~196.

Table 1 System parameters

	<i>i</i> -axis	( <i>i</i> +1)-axis
$M$	1.5 kg	2.0 kg
$F_c$	10 N	8 N
$F_s$	12 N	10 N
$\dot{x}_s$	0.1 m/s	0.1 m/s
$B$	0.003	0.08
$a_1$	3 N	2 N
$a_2$	0.3 N	0.3 N
$\omega$	300 rad/m	300 rad/m

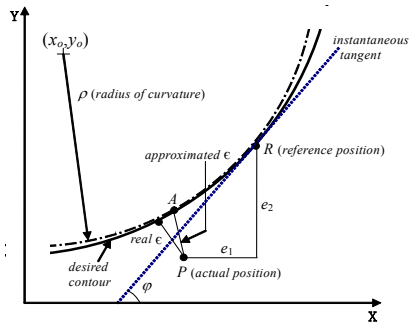


Fig. 1 The actual and approximated contour error

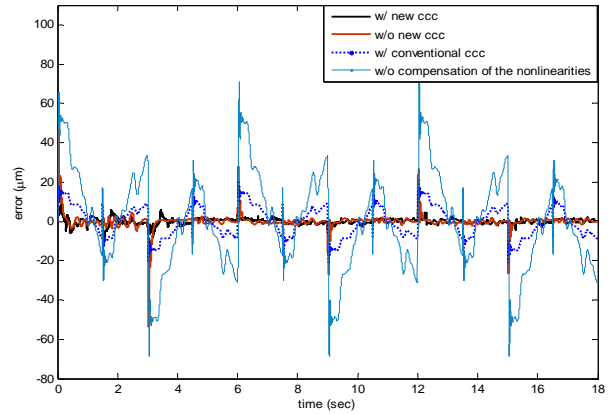


Fig. 4 Comparison of the contour errors

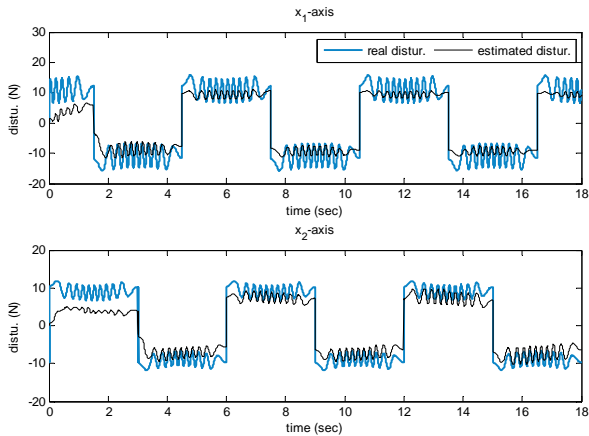


Fig. 2 The estimated sum of friction force and ripple force

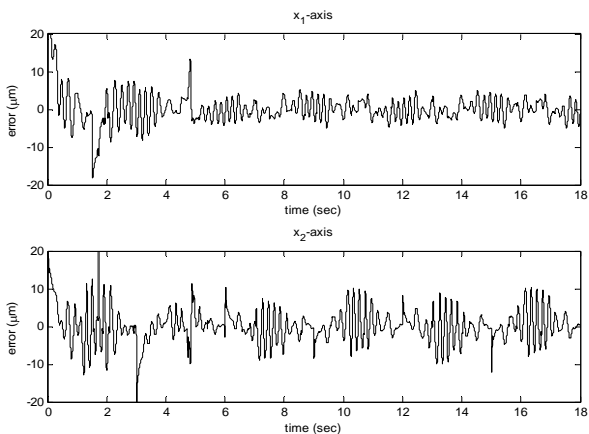


Fig. 3 The tracking errors of  $x_1$  and  $x_2$