

비선형 테더 방정식을 이용한 에어로스탯 돌풍하중해석

강왕구[†] · 이인* · 김동민**

Analysis of 32m aerostat gust load using non-linear cable equation

Wanggu Kang, In Lee, Dong-min Kim

Key Words : tethered aerostat(에어로스탯), nonlinear cable dynamics(비선형 케이블 동운동), continuous turbulence(연속돌풍), maximum wind speed(최대 풍속), tether reaction(테더 반력)

Abstract

The aerostat dynamic equation of motion has been built including the tether cable dynamic effects. A numerical program to solve the derived equation of motion has been developed. The dynamic motion of the 32m aerostat has been analyzed under discrete gust and continuous turbulence. The aerostat behaviors under discrete gust which represents a deterministic approach for determining design loads for manned aircraft are solved to verify the effect of aerostat mechanical properties on the aerostat dynamic behavior. Continuous turbulences are simulated for each given altitude, translational mean wind velocity and gust intensity. Dynamic behaviors of the 32m aerostat are simulated for each continuous turbulence conditions. Translational and vertical velocity and pitching behavior and tether reaction force are monitored for each simulation.

기호설명

\tilde{u} : 접선방향 테더 케이블 속도

\tilde{v} : 수직방향 테더 케이블 속도

ϕ : 지면에 대한 테더케이블 각도

\tilde{u}_t : 대기에 대한 케이블의 상대속도

\tilde{v}_n : 대기에 대한 케이블의 상대속도

d : 케이블 직경

w_c : 케이블 선밀도

C_{Dr} : 케이블의 접선허력계수

C_{Dn} : 케이블의 수직방향 항력계수

E_T : 테더 케이블 탄성계수

A_r : 테더 케이블 단면적

α : 받음각

W : 에어로스탯 중량

T : 테더 반력

B : 부력

N : 수직방향 공기력

A : 수평방향 공기력

u : 에어로스탯 수평속도

w : 에어로스탯 수직속도

q : 에어로스탯 피치 각속도

$C_{N,A}$: 수평, 수직 방향 공기력 계수

1. 서론

에어로스탯(aerostat)은 헬륨의 부력(buoyancy force)을 이용하여 공중에 채공하며, 무동력으로 지상에 테더 케이블로 계류되어 운용되는 비행체이다. 에어로스탯은 지상 150m 에서 4.5km 까지의 고도에서 운용되며, 지상/공중 감시, 우주선(cosmic ray), 전파 관측 등의 임무에 사용되어 왔다. 에어로스탯은 헬륨의 부력을 이용한다는 면에서 기존 비행선(airship, blimp) 등과 동일하나 추진력을 위한 동력장치가 없고,

[†] 강왕구, 한국항공우주연구원 항공사업단
E-mail : wgkang@kari.re.kr
TEL : (042)860-2328 FAX : (042)860-2006

* 한국과학기술원, ** 한국항공우주연구원

일정한 범위에 체류하기 위해 테더 케이블(tether cable)을 사용하여 지상에 계류된다는 면에서 기존의 비행선과는 구분된다. 에어로스탯은 부력을 발생시키는 비행체부분과 테더 케이블 그리고 지상운용장비로 구성되며, 비행체는 공기역학적인 형상을 막재료를 이어 붙여 제작된 기낭과 역-Y 형상의 꼬리날개로 구성된다

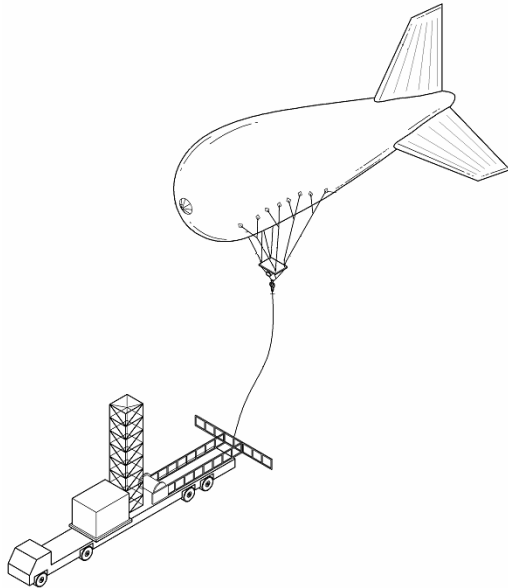


Figure 1 Aerostat

에어로스탯과 같이 기존의 항공기와 전혀 다른 형상을 지닌 비행체의 개발에서 설계자가 마주치는 문제는 기존의 결정론적 방법이 더 이상 유효하지 않다는 것이다. 에어로스탯의 경우 충분한 수의 비행체가 개발되지 못했으며, 제한된 수의 개발과 운용 또한 미군을 중심으로 수행되었기 때문에 데이터가 공유되지 못하고 있는 한계가 있다. 이러한 이유로 에어로스탯과 같은 비행체의 구조설계를 위해서는 기존의 결정론적인 방법이 아닌 새로운 방법이 제시되어야 한다. 새로운 방법은 기존에 개발된 에어로스탯 설계 및 운용경험을 일반화한 것이 아닌, 새로 개발되는 에어로스탯의 운용임무와 예상운용환경의 분석으로부터 설계요구조건이 산출될 수 있어야 한다. 특히 매우 긴 케이블로 지상에 연결된 에어로스탯 시스템은 기존의 비행선등과 매우 다른 동운동 특성을 보여준다. 본 논문에서는 돌풍에 의해 에어로스탯에 발생하는 하중을 산출하기 위하여, 기존 에어로스탯 하중해석에 사용된 절점 케이블

모델[1] 대신에, 에어로스탯의 동운동 방정식과 테더 케이블의 비선형 방정식을 결합하여 해석함으로써, 기존의 연구보다 개선된 방식을 제안하였다.

2. 32m 에어로스탯 운동방정식 구성

에어로스탯은 크게 비행체와 테더 케이블로 나누어 진다[fig 2]. 1km 상공에 체공하는 에어로스탯을 케이블-동체 모델화 함으로써 수치적인 접근이 가능해진다. 전체 모델의 거동을 케이블의 운동으로 보고, 에어로스탯 비행체는 케이블 한 끝단의 경계조건으로 치환함으로써 보다 문제를 간단하게 치환할 수 있다. 돌풍에 의한 하중해석을 위해서 본 논문에서는 케이블과 비행체의 평면상 운동만을 고려하였다. 이는 돌풍에 의한 하중이 주로 수직방향과 앞뒤방향의 운동에 의해 발생함에 기인한다. 케이블은 변형가능하며, 대변형이 가능하도록 figure 2 와 같이 모델되었다. 이는 Bliet[2]가 도입한 방법으로 해저에서 활동하는 ROV(remote operating vehicle)의 모델링에 적용된바 있다. 에어로스탯의 테더 케이블은 다음과 같은 지배방정식을 가진다.

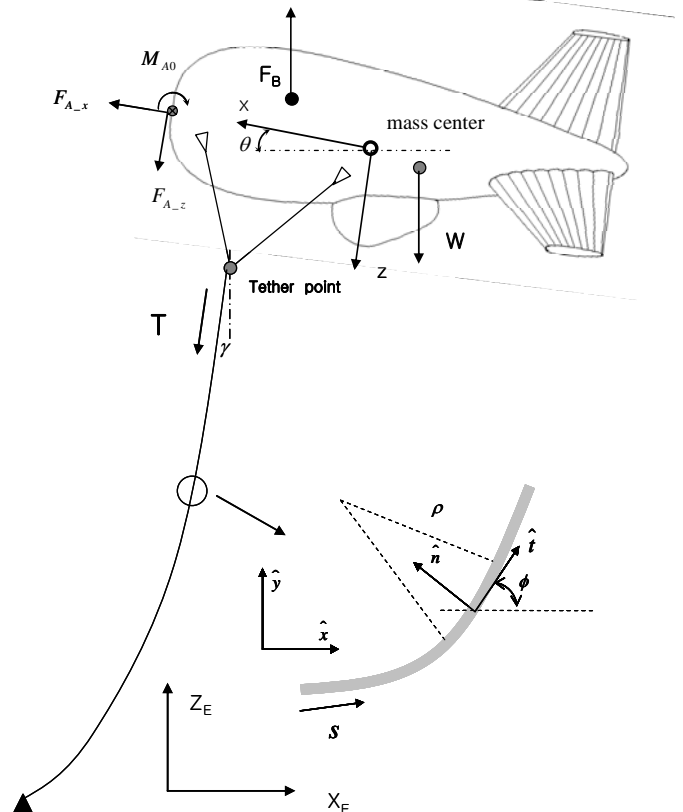


Figure 2 External force and coordinate model

$$m\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} v\right) = -\frac{1}{2}\rho_{air}d\pi C_{D_t}u_t|u_t|(1+\varepsilon) + \frac{\partial T}{\partial s} - w_c \sin \phi$$

$$m\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} u\right) = -\frac{1}{2}\rho_{air}d\pi C_{D_n}v_n|v_n|(1+\varepsilon) + T\frac{\partial \phi}{\partial s} - w_c \cos \phi$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} - \frac{\partial \phi}{\partial s} v = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial \phi}{\partial s} u = \frac{\partial \phi}{\partial t}(1+\varepsilon)$$

$$T = E_T A \varepsilon$$

위와 같은 케이블 방정식은 매우 큰 비선형성을 가진다. 비선형 케이블 방정식의 해를 풀기 위해서는 수치적인 기법의 도입이 필수적이다. 케이블 지배 방정식은 다음과 같은 벡터 $\vec{Y} = [u, v, \phi, \varepsilon]^T$ 를 도입하면 다음과 같이 행렬 방정식으로 간단화가 가능하다. 물론 아래 방정식에서 질량 및 강성 행렬이 속도와 변형률등의 시간함수를 가지고 있어 여전히 높은 비선형성을 유지하고 있다.

$$M \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t} + K \frac{\partial \vec{Y}}{\partial s} + F = 0$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & -mv & 0 \\ 0 & m & mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1+\varepsilon & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -E_T A \\ 0 & 0 & -E_T A \varepsilon & 0 \\ -1 & 0 & v & 0 \\ 0 & -1 & u & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho_{air}d\pi C_{D_t}u_t|u_t|(1+\varepsilon) + w_c \sin \phi \\ \frac{1}{2}\rho_{air}d\pi C_{D_n}v_n|v_n|(1+\varepsilon) + w_c \cos \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

위 방정식에 대한 수치해는 위 방정식을 시간과 공간에 대한 차분식으로 분해함으로써 얻어진다. 즉 테더 케이블을 Δs 의 크기로 나누고, 각각의 시간항(t_{k+1})에 대한 미지수의 \vec{Y} 값은 시간항 t_k 의 \vec{Y} 값으로부터 유추하는 방법이다. 하지만 높은 비선형성을 가지는 행렬방정식의 경우, 수렴성의 보장이 매우 어려워 box-method 등을 사용한다[3]. 수치해를 위한 분절된 방정식은 경우 공간과 시간 분절의 중간값에 대하여도 동일한 방정식이 성립해야 함으로, 위 방정식은 다음과 같은 차분식으로도 표현될 수 있다.

$$\left(\frac{1}{\Delta t}(M_{j+1}^{k+1} + M_j^k) + \frac{1}{\Delta s}(K_{j+1}^{k+1} + K_j^k)\right)\vec{Y}_{j+1}^{k+1} + \left(\frac{1}{\Delta t}(M_j^{k+1} + M_j^k) + \frac{1}{\Delta s}(-K_{j+1}^{k+1} - K_j^k)\right)\vec{Y}_j^{k+1}$$

$$+ \left(\frac{1}{\Delta t}(-M_{j+1}^{k+1} - M_{j+1}^k) + \frac{1}{\Delta s}(K_{j+1}^k + K_j^k)\right)\vec{Y}_{j+1}^k + \left(\frac{1}{\Delta t}(-M_j^{k+1} - M_j^k) + \frac{1}{\Delta s}(-K_{j+1}^k - K_j^k)\right)\vec{Y}_j^k$$

$$+ F_{j+1}^{k+1} + F_j^{k+1} + F_{j+1}^k + F_j^k = 0$$

이와 같은 차분식은 여전히 높은 비선형성을 가지고 있다. 비선형 방정식은 Newton-raphson 방식에 의한 수치해가 존재함이 증명되었다[3]. 본 논문에 사용된 에어로스탯의 물리량은 다음과 같다.

Table 1. Tether Cable Properties

L	980m	C_{D_t}	0.035
d	15.8 mm	C_{D_n}	1.17
w_c	300 g/m	E_T	16.3 GPa

Nahon[4]에 따르면 테더 케이블의 끝단에 연결되는 에어로스탯의 중운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$-W \sin \theta + B \sin \theta + A + (T \sin \gamma \cos \theta - T \cos \gamma \sin \theta) = m_x(\dot{u} + qv)$$

$$W \cos \theta - B \cos \theta + N + (T \sin \gamma \sin \theta + T \cos \gamma \cos \theta) = m_x(\dot{w} - qu)$$

$$W \cos \theta(r_{CG}^x - r_{CT}^x) + W \sin \theta(r_{CG}^z - r_{CT}^z)$$

$$+ (T \sin \gamma \sin \theta + T \cos \gamma \cos \theta)(r_{CT}^x - r_{CB}^x)$$

$$- (T \sin \gamma \cos \theta - T \cos \gamma \sin \theta)(r_{CT}^z - r_{CB}^z)$$

$$- B \cos \theta(r_{CB}^x - r_{CB}^x) - B \sin \theta(r_{CB}^z - r_{CB}^z)$$

$$+ (r_{CB}^x N - r_{CB}^z A) + M_0 = I_{yy} \dot{q}$$

여기서 각각의 방정식은 수평방향, 수직방향 그리고 피칭 방향의 운동방정식을 나타낸다. 에어로스탯과 테더 케이블이 접합되는 지점의 속도가 일치해야 함으로, 접합조건을 이용하여 테더 케이블과 에어로스탯의 경계조건을 산출할 수 있다.

$$U_{TE} = -(u + q(r_{CG}^z - r_{CT}^z)) \cos \theta - (w - q(r_{CG}^x - r_{CT}^x)) \sin \theta$$

$$W_{TE} = (u + q(r_{CG}^z - r_{CT}^z)) \sin \theta - (w - q(r_{CG}^x - r_{CT}^x)) \cos \theta$$

방정식의 초기조건은 각각의 풍속조건에 따라 결정되며 다음과 같은 방정식으로 표현된다.

$$W \cos \theta(r_{CG}^x - r_{CT}^x) + W \sin \theta(r_{CG}^z - r_{CT}^z) + B \cos \theta(r_{CT}^x - r_{CB}^x)$$

$$+ B \sin \theta(r_{CT}^z - r_{CB}^z) - r_{CT}^x N + r_{CG}^z A + M_0 = 0$$

3. 해석결과

해석에 사용된 에어로스탯은 현재 한국항공우주연구원에서 개발중에 있는 32m 에어로스탯을 사용하였다. 해석에 사용된 에어로스탯의 물리량은 다음과 같다.

Table 2 32m aerostat physical dimensions

Buoyancy	1,450 kg
Net Lift	150kg
Mass (including added mass)	1,640 kg
Inertia(Iyy)	160,700 kg-m ²
Weight	990 kg
Volume of Hull	1,746 m ³
Volume of ballonnet	624 m ³
Finess ratio	3:1
Hull Length	32.8m
Maximum Diameter	10.9m
Fin Area	45.52 m ²

먼저 일반적인 분절 돌풍에 대한 응답특성을 파악하기 위하여 다음과 같이 FAA 규정에 따라 모델링된 돌풍하중을 고려하였다.

$$W_{wind} = \frac{1}{2} U_{de} (1 - \cos \frac{2\pi s}{H})$$

수평 바람속도 20m/sec 에 돌풍속도 $U_{de} = \sigma_{mean}$ (4.11 m/sec), $H = c$ (32.8m/sec)에 대한 해석을 수행하였다. 에어로스탯의 선속도와 각속도 그리고 테더 반력을 산출하였다. 산출된 결과는 다음 그림과 같다.

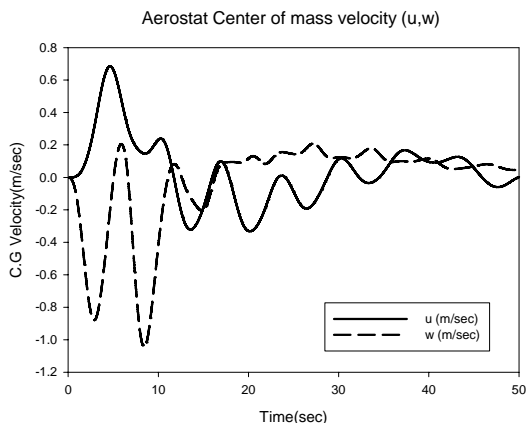


Figure 3 Linear vel. of aerostat under discrete gust

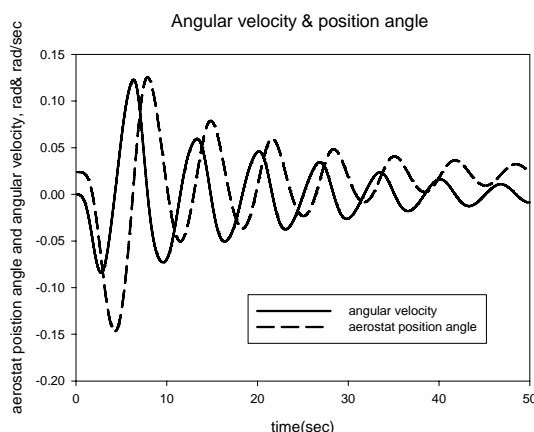


Figure 4 Angular vel. Under discrete gust

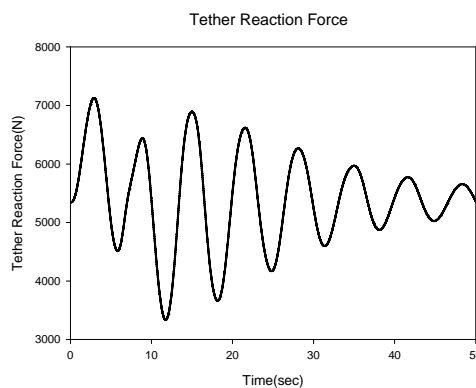


Figure 5 Tether reaction under discrete gust

보다 자연 상태의 돌풍에 근접하는 환경은 연속돌풍하중 해석을 통해 산출된다. 연속돌풍은 다음과 같은 von-Karman PSD 를 만족하는 돌풍에 대한 시간이력을 산출함으로써 얻어질 수 있다.

$$\Phi(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + \frac{8}{3} (1.339L\Omega)^2}{1 + (1.339L\Omega)^{11/6}}$$

이에 대한 시간이력은 P.Veers[6]에 의하여 다음과 같이 얻어진다.

$$x(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{2\Omega(\omega_k) \Delta_k \omega} \cos(\omega_k t + \varphi_k)$$

여기서 ω_k 는 PSD 의 각속도 성분이며, φ_k 는 -180~ 180 도 사이에 무작위로 분포하는 각도성분이다. 연속돌풍의 평균속도와 돌풍의 세기를 변화시키며, 이에 대한 테더 반력의 평균값과 표준편차를 다음과 같이 산출하였다.

테더 반력은 평균속도의 제곱치에 비례하고, 돌풍이 강도에 비례함을 알 수 있다. 이는 비행체에 작용하는 힘이 공기력의 제곱에 비례하는 물리적 법칙을 잘 반영하는 것이다.

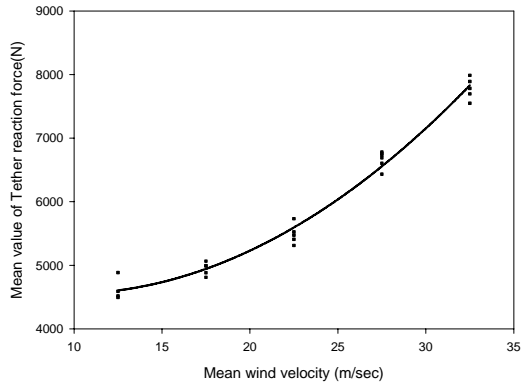


Figure 6 Tether reaction under continuous gust

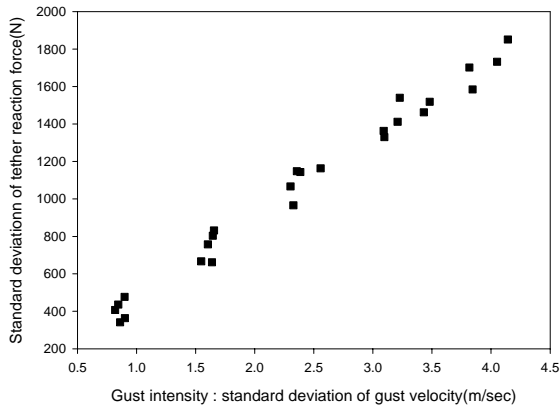


Figure 7 Tether reaction under continuous gust

60 분간 돌풍 평균속도 32.5m/sec 에 돌풍강도 4.1m/sec 를 가지는 조건에 대한 반력을 측정하고 이에 대한 발생빈도를 기록하였다. 또 이를 3 매개변수를 가지는 weibull 분포함수로 근사하였다. 이 결과 다음과 같은 그래프를 얻을 수 있었다.

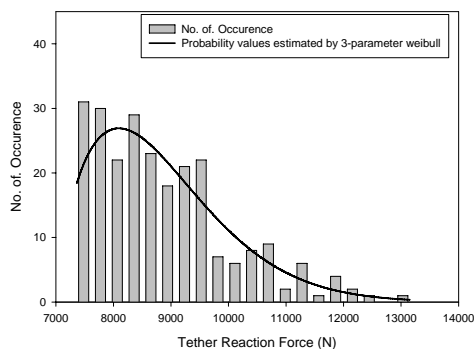


Figure 8 Tether reaction peak value distribution

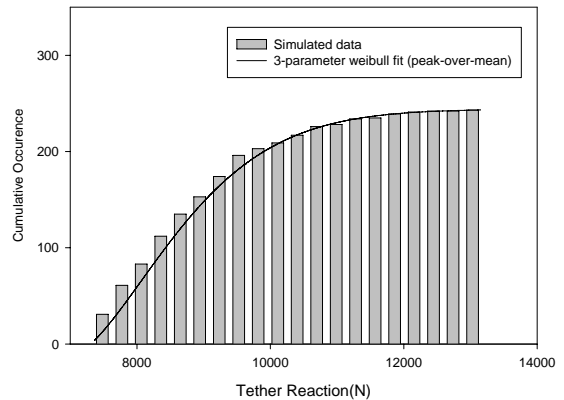


Figure 9 Cumulative tether reaction distribution under continuous gust

후 기

본 연구는 산업자원부 주관인 항공우주부품 기술개발사업의 일환으로 진행중인 “중형 에어로스탯개발” 사업을 통해 수행되었음.

참고문헌

- (1) DeLaurier, J.D., “Prediction of Tethered-Aerostat Response to Atmospheric Turbulence,” Journal of Aircraft, Vol. 14, No. 4, 1977, pp. 646-651.
- (2) Blik, A., “Dynamic Analysis of Single Span Cables,” Ph.D. Dissertation, Dept. of Ocean Engineering, MIT., Cambridge, MA, 1984.
- (3) Tjavaras, A. A., Zhu, Q., Liu, Y., Triantafyllou, M. S., and Yue, D. K. P., “The Mechanics of Highly-Extensible Cables,” Journal of Sound and Vibration, 213(4), 1998, pp. 709-737
- (4) Lambert, C., and Nahon, M., “Stability Analysis of a Tethered Aerostat,” Journal of Aircraft, Vol. 40, No. 4, 2003, pp. 705-715.