

유체-다물체 동역학 연성해석을 통한 베어링 윤활해석

이정희[†], 김재형^{*}, 김창완^{**}

Bearing Hydrodynamic Lubrication Analysis with Fluid-Multi Body Dynamics Coupling

J. H. Lee, J. H. Kim and C. W. Kim

Key Words : Bearing, Hydrodynamics, Integration, Lubrication, Multi-body dynamics

Abstract

This research deals with the implementation hydrodynamic (HD) lubrication system with an integration of multibodydynamics (MBD) in order to analyze bearing lubrication characteristics such as pressure distribution and oil film thickness dynamically. The HD solver developed newly will transmit force and torque data to MBD solver, and receive position and velocity data from it continuously. After an analysis, we will verify the result with existing commercial software. Moreover, other functions like adjusting size of mesh grid, setting oil hole & groove effects, and consideration of thrust force will be introduced.

기호설명

C_r	: 유막두께
λ	: Lagrange multiplier
p	: 오일의 압력
R	: 저널의 반지름
Re	: 레이놀즈 수
u, v, w	: 유체의 x, y, z 방향의 속도성분
μ	: 오일의 점성계수
ω	: 저널의 회전속도
x, y, z	: Cartesian 좌표계

1. 서론

베어링은 하중을 지지하고 마찰을 줄이면서 동력과 변위를 전달하는 역할을 한다. 동력 발생 장치인 내연기관에서는 피스톤(Piston), 피스톤 핀(Piston pin), 커넥팅로드(Connecting rod), 크랭크

샤프트(Crankshaft) 및 엔진블럭(Engine block) 사이를 연결하는 다수의 베어링이 사용되고 있다. 이러한 베어링은 엔진의 회전에 따라 주기적인 변동 하중을 받으면서 동력전달의 주요 요소로서 엔진의 원활한 작동을 보장하고 내구성에도 밀접하게 관련 되어 있다. 최근 엔진의 고출력, 경량화에 따라 점점 더 엄격한 환경에서 작동하는 베어링이 필요해지고, 이에 따라 베어링 윤활 해석의 중요성도 더욱 커지고 있다⁽¹⁻³⁾. 베어링의 윤활 성능에 관한 연구는 트라이볼로지(Tribology) 분야에서 오래 전부터 진행되어 왔다⁽⁴⁻⁵⁾. 베어링의 윤활 연구는 상대 운동하는 물체 사이에 형성되는 유막 압력에 관계된 레이놀즈(Reynolds) 방정식⁽⁶⁾에 그 기초를 두고 있으며, 엔진 베어링과 같이 변동 하중을 받는 저널(Journal) 베어링에서 저널의 상대 운동 궤적에 대한 연구는 1948 년 Ott⁽⁷⁾와 1956 년 Hahan⁽⁸⁾이 처음 시도했고, Dowson 과 Higginson 에 의해 윤활 이론의 기초가 만들어졌으며⁽⁹⁾, Hamrock 과 Dowson 은 윤활막의 두께와 특성, 접촉 간의 상관관계에 관한 연구를 하였다⁽¹⁰⁾. Holland 와 Butenschoen 의 고전적인 분석 방법은 오늘날까지도 쓰이고 있고⁽¹¹⁾, 이후 Hydrodynamic 이론이 연구되었다. 베어링의 유막의 두께, 압력, 힘의 손실, 유량 등의 윤활막 특성을 예측하기 위해서는 유체윤활(HD : Hydrodynamic Lubrication)을 이

[†] 평선베이(주) leejh@functionbay.co.kr

^{*} 서울대학교 기계공학과

^{**} 건국대학교 기계설계학과 goodant@konkuk.ac.kr

용한 해석이 필요하다. 그리고 베어링과 저널의 변위를 연동해서 계산해주기 위해서는 다물체동역학(MBD : Multibodydynamics) 이론도 필요하다(12-14).

본 연구에서는 Fig. 1 과 같이 HD 를 이용해 베어링의 윤활 특성을 해석해서 압력분포를 수치적으로 구한 후, 계산된 하중과 토크(Torque)를 MBD 에 반영하였다. MBD 에서는 입력 받은 계산 결과와 시간에 따른 변위를 이용해 베어링의 다음 상태를 다시 HD 로 풀 수 있게 넘겨주는 반복적인 방법을 통해 동적인 베어링의 윤활 해석을 하였으며 기존의 상용프로그램과 비교해서 타당성을 검토하고자 한다. 기존 상용프로그램의 해석 범위에서 나아가 몇 가지 기능을 추가하였다. 자유로운 격자(Mesh grid) 수의 조절이 가능하도록 하여 모델의 형상에 따라 최적화된 해석이 가능하며 오일홀(Oil hole)과 그루브(Groove)의 경계 조건을 추가할 수 있도록 하였고 축 방향으로 발생하는 힘(Thrust force)을 고려한 해석이 가능하도록 하였다.

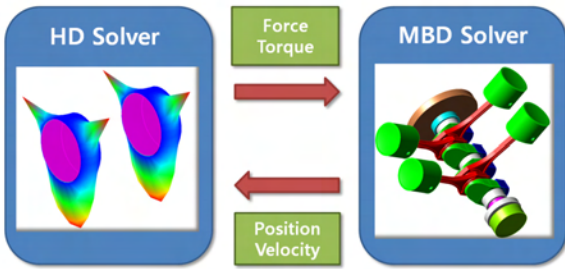


Fig. 1 Integration of hydrodynamics with multi-body dynamics.

2. 이 론

2.1 유체 윤활에 관한 지배방정식

Fig. 2 은 베어링과 저널 사이의 관계를 나타낸 그림이다.

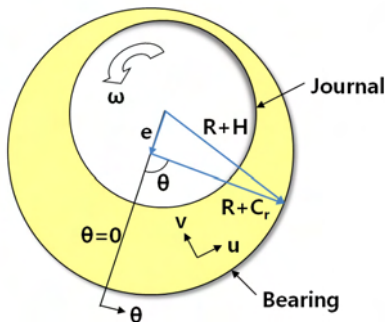


Fig. 2 Dimension of the journal bearing.

저널의 반지름 R 과 간격 C_r 의 크기를 고려해서, 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\left(\frac{C_r}{R}\right)^2 \ll 1 \quad (1)$$

$$\text{Re} \frac{C_r}{R} \ll 1 \quad \left(\text{Re} \frac{C_r}{R} \approx O(0.001) \right) \quad (2)$$

위의 가정을 이용하면 질량보존방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 정리될 수 있다. 저널과 베어링 면에서의 경계 조건을 고려한 후에 다음과 같이 층류 레이놀즈 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{H^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12(V_2 - V_1) \quad (3)$$

$$+ 6(U_1 - U_2) \frac{\partial H}{\partial x} + 6H \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2)$$

베어링은 정지되어 있다고 가정하면, 경계면에서의 속도는 다음과 같다.

$$U_1 = V_1 = 0 \quad (4)$$

식(4)을 대입하면, 최종적으로 다음과 같은 식이 나온다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial p}{\partial z} \right) =$$

$$12V_2 + 6U_2 \frac{\partial H}{\partial x} + 6H \frac{\partial U_2}{\partial x} \quad (5)$$

여기서 $\Gamma = \frac{H^3}{\mu}$ 이다.

2.2 다물체동역학 운동방정식

구속조건이 주어진 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 정의 된다(18).

$$F = B^T (M \dot{Y} + \Phi_2^T \lambda - Q) = 0 \quad (6)$$

여기서, λ 는 라그랑지 멀티플라이어 벡터이며, Φ 는 위치 수준 구속 벡터(position level constraint vector)로 표현된다. M 과 Q 는 각각 직교좌표계에서 접촉력(Contact force)이 포함된 질량 행렬

과 힘벡터이다.

운동방정식과 위치 수준 구속 벡터는 \dot{q} 을 v 로 표현하여 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$F(q, v, \dot{v}, \lambda) = 0 \quad (7)$$

$$\Phi(q) = 0 \quad (8)$$

위치 수준 구속 연속적 미분항들은 다음과 같다.

$$\dot{\Phi}(q, v) = \Phi_q v - \nu = 0 \quad (9)$$

$$\ddot{\Phi}(q, v, \dot{v}) = \Phi_q \dot{v} - \gamma = 0 \quad (10)$$

DAE (Differential Algebraic Equation)를 풀기 위한 Backward 미분 공식의 알고리즘은 다음과 같다.

$$H(p) = \begin{bmatrix} F(q, v, \dot{v}, \lambda) \\ \Phi(q) \\ \dot{\Phi}(q, v) \\ \ddot{\Phi}(q, v, \dot{v}) \\ U_0^T(q + \beta_0 v + \beta_1) \\ U_0^T(v + \beta_0 \dot{v} + \beta_2) \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

여기서, $p = [q^T, v^T, \dot{v}^T, \lambda^T]^T$, β_1 , β_2 과 β_2 는 암시적 적분기의 계수로 결정된다.

p 를 구하기 위해 뉴튼-랩슨법(Newton-Raphson method)을 사용했다.

$$H_p \Delta p = -H \quad (12)$$

$$p^{i+1} = p^i + \Delta p, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

$$H_p = \begin{bmatrix} F_q & F_v & F_{\dot{v}} & F_\lambda \\ \Phi_q & 0 & 0 & 0 \\ \dot{\Phi}_q & \dot{\Phi}_v & 0 & 0 \\ \ddot{\Phi}_q & \ddot{\Phi}_v & \ddot{\Phi}_{\dot{v}} & 0 \\ U_0^T & \beta_0 U_0^T & 0 & 0 \\ 0 & U_0^T & \beta_0 U_0^T & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

3. 수치해석 과정

이 연구에서 사용한 수치해석의 기본 가정은 다음과 같다.

- (1) 윤활은 층류 유동(Laminar flow)이다.
- (2) 베어링과 저널은 강체(Rigid body)이다.
- (3) 윤활 유체의 점성 계수는 크랭크의 회전 각도에 상관없이 평균값을 상수로 처리 한다.

지배방정식을 이산화하기 위해 유한차분법(Finite Difference Method)을 사용하였고, 최종 이산화된 방정식은 다음과 같다.

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + s_c \quad (15)$$

3.1.1 단순한 모델(Simple Model)

Table 1 의 데이터를 이용해서 Fig 3 와 같은 실린더 형상의 단순한 모델을 만들었다.

Table 1 Input data of the simple model.

Parameter	Value	Unit
Journal diameter	62.5	mm
Bearing width	25.0	mm
Lubrication gap	0.02	mm
Dynamic viscosity	0.006	N · s/mm ²
Number of circumference nodes	30	N/A
Number of axial nodes	7	N/A

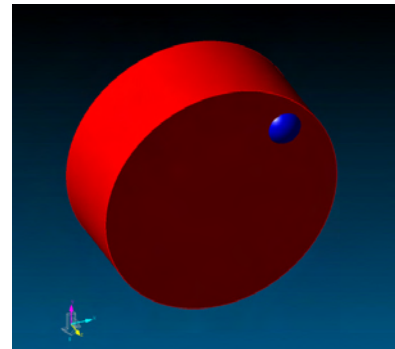


Fig. 3 Simple model.

4. 수치해석 결과

3.1.2 Engine 모델

Table 2의 데이터를 이용해서 Fig 4과 같이 4기통 엔진 모델을 만들었다. 이 모델에는 주기마다 Fig. 5과 같은 프로파일(Profile)을 갖는 Gas Force가 주어졌다.

Table 2 Input data of the engine model.

Parameter	Value	Unit
Journal diameter	62.5	mm
Bearing width	25.0	mm
Lubrication gap	0.02	mm
Dynamic viscosity	0.006	N·s/mm ²
Number of circumference nodes	30	N/A
Number of axial nodes	7	N/A
Gas force	10 at peak	N

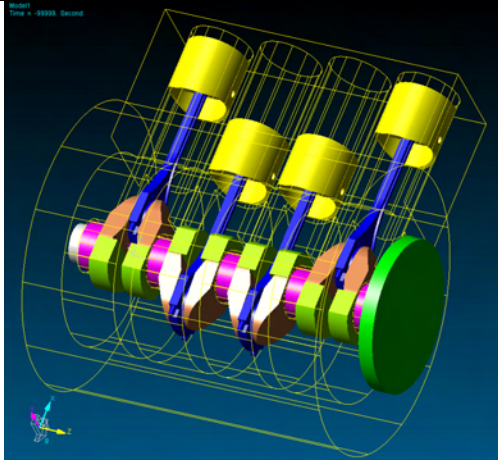


Fig. 4 Engine model.

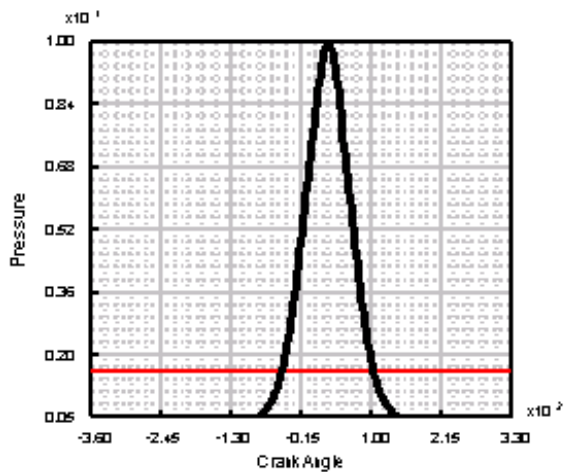


Fig. 5 Gas force of the engine model.

해석 결과 검증

4.1.1 단순한 모델

베어링에 외부 힘이 가해지지 않은 채 정지한 상태로 있는 Simple model을 해석해서, 그 결과를 상용 수치해석 프로그램¹과 비교하였다.

Fig. 6은 Simple model의 해석 결과 중 윤활 영역에서 저널의 변위를 비교한 것으로 정량적으로 일치함을 볼 수 있다. Fig. 7은 같은 모델에서 $t = 1.0$ s 일 때 i 방향 압력 분포를 그래프로 비교한 것이다. 변위와 마찬가지로 전 영역에서 압력 분포가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

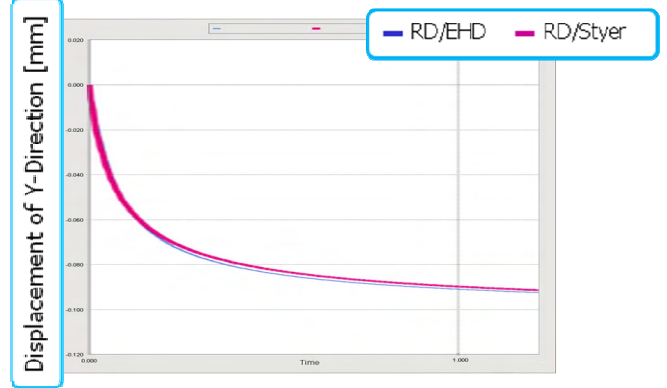


Fig. 6 Displacement in the lubrication region.

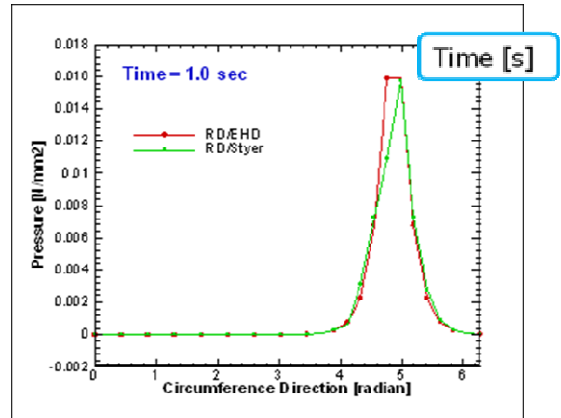


Fig. 7 Pressure distribution in the lubrication region.

Fig. 8은 X-Y 평면에서 본 Simple model의 압력 분포 contour를 시간에 따라 나타낸 것이다. 저널이 자중에 의해 $t = 0.0 \sim 2.0$ s에 걸쳐서 아래쪽(Y-direction)으로 쏠리면서 압력 분포가 점점 더 좁아짐을 알 수 있고 압력의 최대크기는 증가함을 알 수 있다.

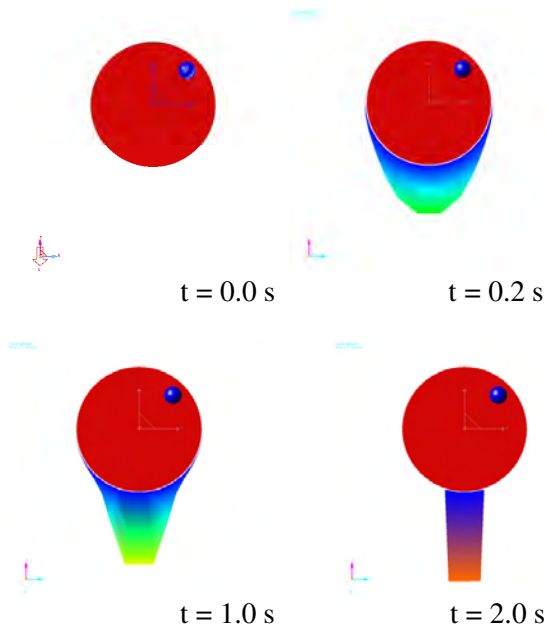


Fig. 8 Pressure distribution of the simple.

4.1.2 엔진 모델

3.1.2 에서 모델링한 4 기통 엔진 모델을 해석하고, 그 결과를 Simple model 과 마찬가지로 상용 수치해석 프로그램과 비교하였다. Fig. 9 은 두 해석 결과에서 저널의 변위를 비교한 것으로 정량적 차이는 있지만 비슷한 경향을 보이고 있다. Fig. 10 은 저널과 베어링 사이의 screw force 를 비교한 것으로 정량적으로 거의 같은 결과를 얻었다. Fig. 11 은 저널이 고속으로 회전하는 Engine model 의 압력 분포 Contour 를 시간에 따라 나타낸 것이다.

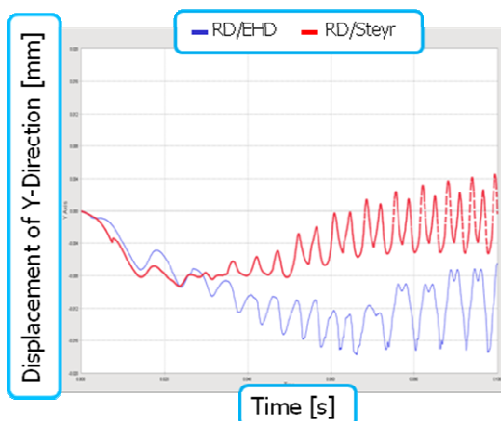


Fig. 9 Displacement of the journal.

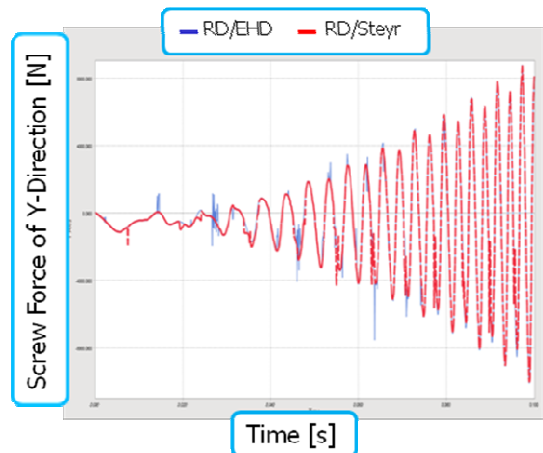


Fig. 10 Screw Force between the Journal and Bearing

5. 결론

본 연구에서는 기존의 유체역학과 다물체동역학 이론을 바탕으로 베어링을 비롯한 윤활을 실시간으로 해석할 수 있는 HD 수치해석 프로그램을 만들고, 중력 외의 외부 힘이 가해지지 않은 단순한 모델, 복잡한 4 기통 엔진 모델에 대한 해석 결과를 얻었다. 그리고 단순한 모델과 엔진 모델을 기존의 상용 수치해석 프로그램과 비교 검증해서 정량적으로 일치하거나 또는 비슷한 추세를 보인다는 것을 밝혀서 새로 개발된 수치해석 프로그램의 정확성을 입증했다.

새로운 해석 방법은 비교대상이었던 기존 수치해석 프로그램이 지원하지 않는 자유로운 격자 크기의 조절, 경계조건을 이용한 오일홀과 그루브 효과의 설정이 가능하고, 축방향 힘을 고려해서 해석하는 것이 가능하다. 따라서 기능적인 측면에서 지속적 응용 사례를 도출할 예정이다.

참고문헌

- (1) C. M. Taylor, 1993, "Engine Tribology," Elsevier science publishers B. V., pp. 75~87.
- (2) K. P. Oh, and P. K. Goenka, 1985, "The elastohydrodynamic solution of journal bearings under dynamic loading," ASME, Journal of tribology, Vol. 107, No. 3, pp. 389~395.
- (3) G. A. Labouff, and J. F. Booker, 1985, "Dynamically loaded journal bearings: a finite element treatment for rigid and elastic surfaces," ASME, Journal of tribology, Vol. 107, No. 4, pp. 505~515.
- (4) K. Prabhakaran Nair, R. Sinhasan, and D. V. Singh, 1987, "A study of elastohydrodynamic effects in a three-lobe journal bearing," Tribology international,

- Vol. 20, No. 3, pp.125~132.
- (5) Takeru Makino, and Toshimitsu Koga, 2002 ,
 “Crank Bearing Design Based on 3-D Elasto-
 hydrodynamic Lubrication Theory,” *Mitsubishi
 Heavy Industries, Ltd. Technical Review*, Vol. 39, No.
 1, pp. 16~20.
 - (6) O. Reynolds, 1886, “On the Theory of Lubricaiton
 and its Application to Mr. Beauchamp Tower’s
 Experiments, Including an Experimental
 determination of the Viscosity of Olive Oil,” *Phil.
 Trans. Roy. Soc.*, Vol. 177, pp.157~234.
 - (7) H. H. Ott, 1948, “Zylindrische Gleitlager unter
 instationarer Belastung,” *Diss. ETH. Zurich*.
 - (8) H. W. Hahn, 1957, “Das Zulindrische Gleitlager
 endlicher Breite unter zeitlich veranderlicher
 Belastung,” *Diss. TH. Karlsruhe*.
 - (9) D. Dowson, and G. R. Higginson, 1959, “A
 numerical Solution to the Elasto-hydrodynamic
 Problem,” *J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 1, pp. 6~15.
 - (10) Hamrock, B. J., and Dowson, D., 1976,
 “Isothermal Elasto-hydrodynamic Lubrication of
 Point Contacts, Part I, Theoretical Formulation,”
ASME J. Lubr. Technol., Vol. 98, pp. 223~229.
 - (11) Sasa Bukovnik, Nicole Dorr, Valdas Caika,
 Wilfried J. Bartz, and Bernhard Loibnegger, 2006,
 “Analysis of diverse simulation models for
 combustion engine journal bearings and the influence
 of oil condition,” *Tribology International*, Vol. 39, pp
 820~826.
 - (12) D. Peiskammer, H. Riener, M. Prandstotter, and M.
 Steinbatz, 2002, “Simulation of motor components:
 intergration of EHD – MBS – FE – Fatigue,”
ADAMS User Conference.
 - (13) H. Riener, M. Prandstotter, and W. Witteveen,
 2001 , “Conrod Simulation: Integration on EHD –
 MBS – FE – Fatigue,” *ADAMS User Conference*.
 - (14) M.-T. Ma, I. R. W. McLuckie, A Poynton, and D.
 Garner, “An EHD study of a connecting rod big end
 bearing including elasticity and inertia effects of the
 bearing structure,” AVL .
 - (15) S. A. McKee, and T. R. McKee, 1932, “Journal
 bearing friction in the region of thin film
 lubrication,” *SAE, J.*, Vol. 31, pp. 371~377.
 - (16) Joseph Edward Shigley, Joseph Shigley, Charles
 Mischke, and Richard Budynas, 2003, “Mechanical
 Engineering Design,” 7th edition, pp. 479~492.
 - (17) Jeffrey S. Marth, 1999, “Renewable lubricants
 manual,” Chapter 2. Principle of lubrication, pp.
 2.1~2.10.
 - (18) D. S. Bae, J. M. Han, and H. H. Yoo, 1999, "A
 Generalized Recursive Formulation for Constrained
 Mechanical System Dynamics," *Mech. Struct. And
 Machines*, Vol . 27, No. 3, pp. 293~315.