

# 3차원 유한요소해에 기초한 Berkovich 압입 물성평가법

김민수\* · 현홍철\* · 이경윤\* · 이형일†

## A Berkovich Indentation Technique Based on 3D FEA solutions for Material Property Evaluation

Minsoo Kim, Hong Chul Hyun, Kyoung Yoon Lee and Hyungyil Lee

**Key Words :** Self-similarity (자기 유사성), Dual-Berkovich indentation test (이중 버코비치 압입 시험), Finite element analysis (유한요소해석), Material property evaluation (물성평가)

### Abstract

Due to the self-similarity of Berkovich and conical indenters, different materials may show the same load-depth curve for single indentation. In this study, we first compare the load-depth characteristics of conical and Berkovich indenters via finite element method. We also analyze the variation of load-depth curves with angle of Berkovich indenter, indentation parameters, and material properties. With numerical regressions of obtained data, we then propose dual-Berkovich indentation formulae for material property evaluation. The proposed approach provides the values of elastic modulus, yield strength and strain-hardening exponent and corresponding stress-strain curve with an average error of less than 3%. The method is valid for any elastic indenters made of tungsten carbide and diamond for instance.

### 기 호 설 명

$A$  : 압흔의 투영접촉면적  
 $d$  : 압입접촉직경  
 $C$  : Kick's law 계수  
 $E$  : 시편 영률 (탄성계수)  
 $E_l$  : 압입자 영률  
 $h_{max}$  : 최대압입깊이  
 $h_t$  : 압입깊이  
 $n$  : 변형경화지수  
 $P$  : 압입하중  
 $S$  : 해중 기울기  
 $\alpha$  : 압입자 반내각  
 $\epsilon_0$  : 항복변형률  
 $\epsilon_t$  : 총변형률  
 $\sigma_0$  : 항복강도  
 $\nu$  : 시편 푸아송비

$\nu_l$  : 압입자 푸아송비  
 $\kappa$  : 수정된 영률보정계수

### 1. 서 론

인장 및 압축시험 등 기존의 전통적인 물성평가 시험법은 표준화가 비교적 잘 되어 있어 그 과정이 명확하고 문헌값 등과 비교가 용이하지만, 이를 미소재료 시험에 적용하기 위해서는 이에 맞는 장비 개발과 더불어 시편제조 등의 난제를 해결해야 한다. 이에 반해 압입시험법은 기존의 물성평가 시험법과 달리, 미소시편 혹은 현재 사용부위에 직접 미소 압입을 실시해 얻어지는 하중-변위 값으로부터 다양한 재료들의 물성치를 환산해 낼 수 있다.<sup>(1-7)</sup> 특히 Lee 등<sup>(8-9)</sup>은 구형 압입에 대해 재료 물성의 영향을 정량화한 무차원 압입 변수들을 제시하고 이를 통한 재료 물성평가 프로그램을 개발하였다.

첨단형 압입자는 구형 압입자보다 상대적으로 제작이 용이해, 나노 압입시험기에서는 주로 첨단형 압입자들이 사용된다. 하지만 첨단형 압입자들은 자기 유사성 (self-similarity)으로 인해 서로 다른

† 책임저자, 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과  
 E-mail : hylee@sogang.ac.kr  
 TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

\* 서강대학교 대학원 기계공학과, 회원

재료 물성치를 갖는 재료들이 동일한 하중-변위 곡선을 주곤 한다. Lee 등<sup>(10)</sup>은 다양한 항복변형률에 대한 변형경화지수와 Kick의 법칙 계수  $C$  사이의 관계를 통해,  $C$  값이 동일한 재료들이 무수히 존재함을 보였다. 이에 자기유사성 압입자에 의한 물성평가에는 다른 압입각을 가진 둘 이상의 압입자들을 사용해야 한다.

Chollacoop 등<sup>(11)</sup>과 Bucaille 등<sup>(12)</sup>은 각이 서로 다른 2개의 원뿔형 압입자를 이용한 물성평가법을 제안하였다. 그들은 원뿔형 압입자 중심각에 따른 대표변형률을 이용한 이중 압입으로 재료물성을 측정했다. 그러나 동일 압입깊이에 대해 Berkovich 압입자와 투영 접촉면적이 같은 원뿔형 압입자는, 동일 재료에 대해 서로 다른 하중-변위곡선을 주기 때문에 Berkovich 압입자에 대한 독립적인 연구가 필수적이다.

본 연구에서는 탄소성 압입 유한요소해들을 기초로 하여, 이중 Berkovich 압입시험을 이용한 재료 물성평가법을 개발한다. 먼저 유한요소해석 (ABAQUS, 2005)<sup>(13)</sup>을 이용해 동일 압입깊이에 대해 원뿔형 및 Berkovich 압입자들이 주는 하중-변위 곡선들을 비교한다. 또한 다양한 재료들에 대한 Berkovich 압입 유한요소해석들로부터 얻은 하중-변위 곡선들의 특징을 알아본다. 이를 바탕으로 이중 Berkovich 압입을 통해 얻은 하중-변위 곡선들의 회귀분석으로 재료 물성치를 얻는 이중 Berkovich 압입 물성평가 알고리즘을 제시한다.

## 2. 원뿔형 및 Berkovich 압입자들의 하중-변위 곡선들 차이

동일 압입깊이에 대해 Berkovich 압입자와 같은 투영 접촉면적을 주는 원뿔형 압입자는 압입자

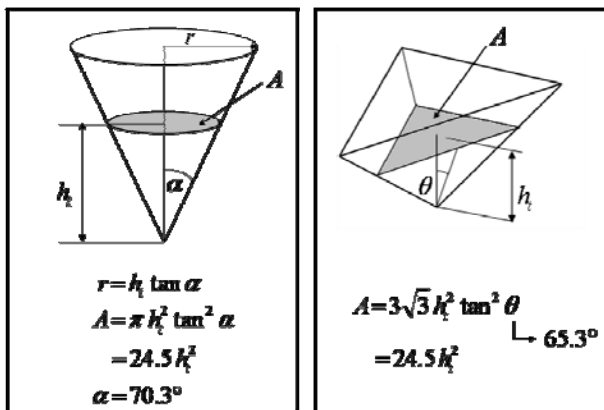
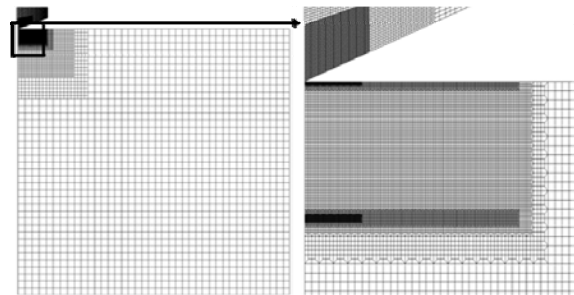


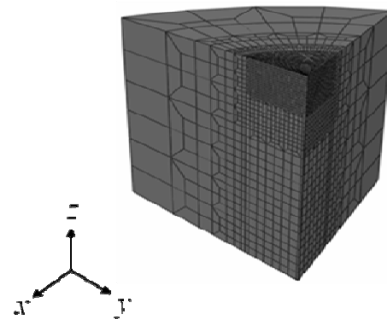
Fig. 1. Schematic of two indenters with same projected contact area.

반내각 (half-include angle)을  $\alpha = 70.3^\circ$ 로 취한다 (Fig. 1). 각 압입자의 유한요소 모델은 Fig. 2와 같다. 원뿔형 압입자는 하중과 형상 모두 축대칭임을 고려하여 유한요소 모델을 형성했다. 해석에 사용한 요소는 4절점 축대칭 요소 CAX4 (요소형태 ABAQUS Library, 2005)이다. Berkovich 압입 모델은 축을 중심으로 6개의 형상이 대칭 이므로 1/6 모델을 사용한다. 사용한 요소는 8절점 3D 감차적분 요소인 C3D8R (요소형태 ABAQUS Library, 2005)이다. 압입자는 탄성 변형만을 고려하며, 텅스텐 카바이드 (WC) 압입자에 대한 압입 수식을 전개했다. 일반적인 금속재료간의 접촉에서 마찰계수는 0.1 - 0.4 사이 값을 갖는다. Bucaille 등<sup>(12)</sup>은 압입자 반내각이  $60^\circ$  미만이면 마찰계수의 영향을 무시할 수 없고, 동일 압입깊이에서 압입 하중이 큰 차이가 있다고 했다. 그들은  $f=0-0.3$ 에 대해서만 하중변화를 관찰했다. Lee 등<sup>(10)</sup>은  $f \geq 0.3$  이면  $f$ 가 하중-변위 곡선에 큰 영향을 주지 않음을 확인했다. 이에 마찰계수를 0.3으로 고정했다.

동일재료에 대한 두 압입자로 얻은 하중-변위 곡선을 Fig. 3에 나타냈다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 동일 재료 및 동일 압입깊이에 대해, 투영접촉면적이 서로 같은 원뿔형 및 Berkovich 압입자들은 서로 다른 하중-변위 곡선을 준다.



(a)



(b)

Fig. 2. Overall mesh design (a) using axisymmetric conical indenter and (b) 1/6 Berkovich indenter

### 3. 응력-변형률 곡선의 멱함수적 표현

유한요소해에 기초한 압입시험에서는 재료 물성치가 중요변수가 되므로, 재료의 응력-변형률 특성을 정량적으로 나타낼 수 있는 물성회귀식이 필요하다. 응력-변형률 관계는 다음과 같이 구간 멱함수 형태로 표현될 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_0; \quad 1 < n \leq \infty \end{cases} \quad (1)$$

이때  $\sigma_0$ 는 항복강도,  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ 는 항복변형률이며,  $E$ 는 영률,  $n$ 은 변형경화 지수이다. 총변형률  $\varepsilon_t$ 는 탄성과 소성변형률로 나눌 수 있다 ( $\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ ). 많은 압입시험에 대한 연구에서 Ramberg-Osgood의 응력-변형률 관계식을 사용하나, 본 연구에서는 탄성영역 및 항복강도 구분이 명확한 식 (1)을 사용한다. 식 (1)은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\sigma = \sigma_0 (\varepsilon_t / \varepsilon_0)^{1/n} = K \varepsilon_t^{1/n} \quad (2)$$

여기서  $K$ 는 강도계수 (strength coefficient)이다. 식 (2)는 항복점  $\sigma = \sigma_0$ 일 때에도 성립해야 하므로 항복점에 대해 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_0 = K \varepsilon_0^{1/n} \quad (3)$$

한편 항복점에서 탄성 응력-변형률 관계 ( $\sigma_0 = E\varepsilon_0$ )를 적용하면 다음식이 유도된다.

$$\sigma_0 = (K^n / E)^{\frac{1}{n-1}} = E(K/E)^{\frac{n}{n-1}} \quad (4)$$

따라서 식 (2)를 이용한 응력-변형률 곡선 회귀로  $n$ 과  $K$ 를 계산하여 식 (4)에 대입하면 항복강도를 얻을 수 있다.

### 4. 압입시험을 통한 영률결정

Lee 등<sup>(10)</sup>은 탄소성 압입 유한요소해에 근거해 원뿔형 압입자에 대해 다음과 같은 영률 예측식을 제시했다.

$$E = \frac{(1-\nu^2)}{d / (\kappa S) - (1-\nu_t^2) / E_t} \quad (5)$$

여기서 보정계수  $\kappa$ 는 앞서 설명한 탄성 압입자의 영향과 굴곡면을 갖는 탄소성 재료의 영향을 내포하고 있다.  $\kappa$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\kappa \equiv \frac{d}{S} \left\{ \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_t^2}{E_t} \right\}^{-1} \quad (6)$$

Figure 4는 재료 영률에 따라 각각 항복변형률과 변형경화지수가 변할 때  $\kappa$ 의 변화 추이를 나타낸 것이다. Fig. 4(a)에서는 변형경화지수를 10으로 고정한 후 항복변형률에 따른  $\kappa$ 를 살펴보고, Fig. 4(b)에서는 항복변형률을 0.002로 고정해 변형경화지수에 따른  $\kappa$ 를 살펴보고,  $\kappa$ 는 재료영률에 따라 변할 뿐 항복변형률과 변형경화지수와는 큰 상관이 없다. 따라서 Berkovich 압입자의 보정계수  $\kappa$ 를 구하는데 있어서 재료영률이 가장 중요한 요소이다. 영률 계산에 사용된 해중기울기  $S$ 는 압입 깊이에 민감하게 변화한다. 이에 영률과 기울기의 관계를 함수로 나타낼 수 있는 무차원 변수  $\kappa$ 를 도입해 수정된 영률식 식 (6)을 제시했다. 해중

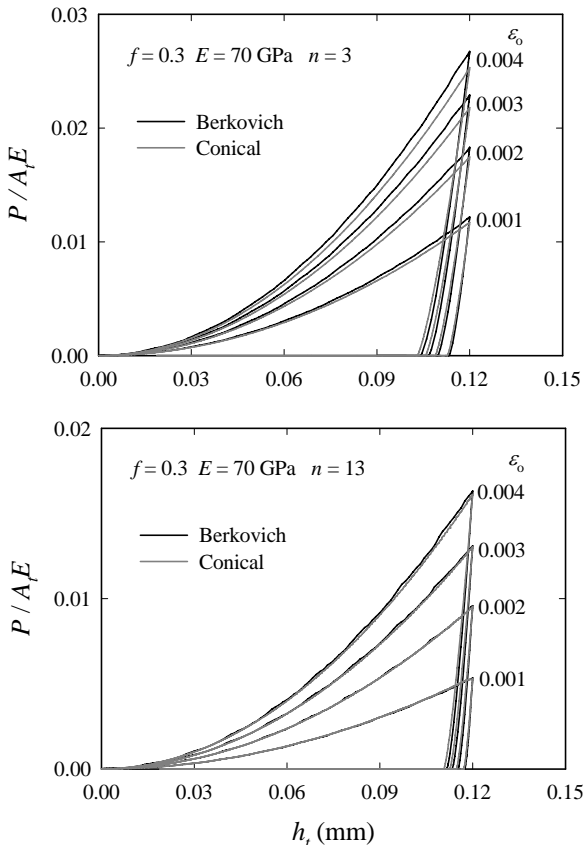
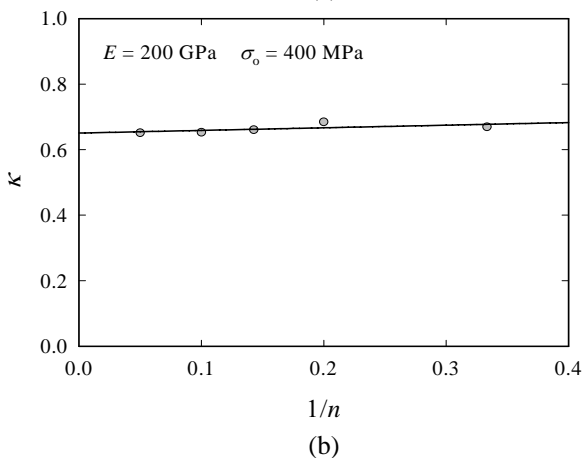
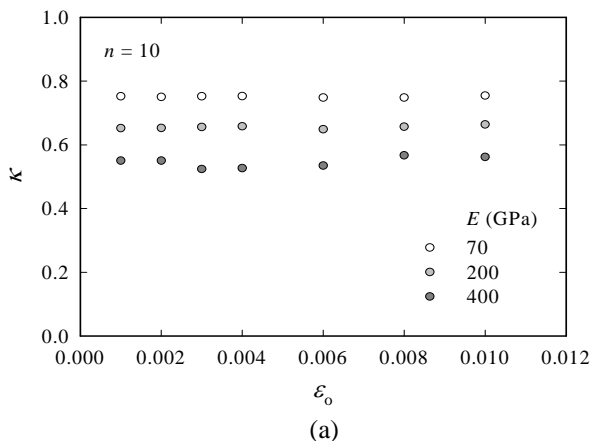


Fig. 3 Normalized force vs. indentation depth for various values of yield strain

곡선의 최대하중으로부터 해중기울기  $S$ 와 압입 접촉직경  $d$ 를 구하고, 이에 상응하는  $\kappa$ 를 식 (6)에 대입해 영률을 계산한다. Berkovich 압입자를 이용해 압입 및 해중하여 얻어지는 하중-변위 곡선을 유한요소해석으로부터 구하여, 이를 작성된 재료 물성평가 프로그램에 입력자료로 대입해 재료 영률을 도출했다. 새 영률평가 수식을 이용하면 3% 이내의 평균 오차범위에서 각 재료의 영률을 예측할 수 있다 (Table 1).

**Table 1** Comparison of computed  $E$  to those given

Indenter	$E$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)	$n$	Computed $E$ (GPa)	Error (%)
WC	70	140	5	72	2.9
	200	400		196	2.1
	400	800		399	0.3
	200	200	5	205	2.6
		800		203	1.7
	200	400	7	201	0.5
10			209	4.7	



**Fig. 4** Variation of correction factor  $\kappa$  with (a) yield strain and (b) hardening exponent

## 5. 압입시험의 수치접근법을 이용한 물성평가

Figures 5(a)-(b)는 각각 원뿔형 압입자의 반내각  $\alpha$ 가  $70.3^\circ$ 와  $45.0^\circ$ 일 때 동일한 계수  $C$ 와 영률을 갖는 두 가지 재료에 대해 중심각  $\alpha$ 가 변화할 때의 하중-변위 곡선을 나타낸 것이다. 중심각  $\alpha$ 가 변화에 따라 동일했던 하중-변위 곡선들이 서로 달라짐을 확인할 수 있다. 이것은 동일한 계수  $C$ 를 갖는 두 가지의 재료에 대하여 중심각  $\alpha$ 가 변하면 계수  $C$ 가 달라져서 이를 통해 재료를 구분해 낼 수 있음을 의미한다. 본 연구에서는 이를 활용하여 이중 Berkovich 압입시험을 이용한 물성평가 기법을 제시하고자 한다. Berkovich 압입자의 반내각은 원뿔형 압입자와 동일 압입깊이에서 같은 접촉면적을 갖는  $65.3^\circ$ 와  $37.9^\circ$ 압입자를 사용한다. 여기서 계수  $C$ 의 값은 다양한 항복 변형률과 변형경화지수에 대해 유한요소해석으로부터 구하며, 이를 식 (7)과 같이 회귀분석해 나타냈다.

$$C_i / E = f_{ij}(\epsilon_0) n^{-j} = (\alpha_{ijk} \epsilon_0^k) n^{-j}; \quad (7)$$

$$i = 1, 2; j, k = 0, 1, 2, 3, 4$$

여기서  $E$ 는 재료영률,  $\epsilon_0$ 와  $n$ 은 항복변형률과 변형경화지수,  $i = 1, 2$ 는 반내각  $65.3^\circ$ 와  $37.9^\circ$ 인 경우이다. Fig. 6는 식(7)에 상응하는  $C_i$  곡선들이다.

이중 압입시험으로 좌변의  $C_1$ 과  $C_2$  값들을 낸다. 이중 압입시험으로 좌변의  $C_1$ 과  $C_2$  값들을 알면 식 (7)은 두 변수들  $\epsilon_0$ 와  $n$ 에 대한 비선형 연립방정식들이 된다. 이들을 Newton-Raphson 방법을 이용해 수치반복적으로 풀면  $\epsilon_0$ 와  $n$ 을 구할 수 있다.

식 (7)에 준해, 이중 Berkovich 압입 하중-변위 곡선들로부터 영률, 항복강도, 변형경화지수와 이에 상응하는 응력-변형률 곡선을 구할 수 있는 물성평가 프로그램을 작성하였다. 프로그램은  $E = 200$  GPa 에 기초했으나 영률이 다른 재료에 대해서도 유효하다. 이는 영률이나 항복강도의 절대값이 아닌 그 상대비인 항복변형률이 핵심 압입변수이기 때문이다. Fig. 7과 Table 2에 이중 압입시험에 대한 물성 회귀곡선과 계산된 물성치들을 보였다. 이중 압입시험을 통한 새로운 물성 평가수식을 이용하면 다양한 재료에 대해 평균 3% 이내로 항복강도와 변형경화 지수의 예측이 가능하다. 또한 다이아몬드 압입자에 대해서도 동일 오차범위 내에서 재료물성 예측이 가능하다.<sup>(10)</sup>

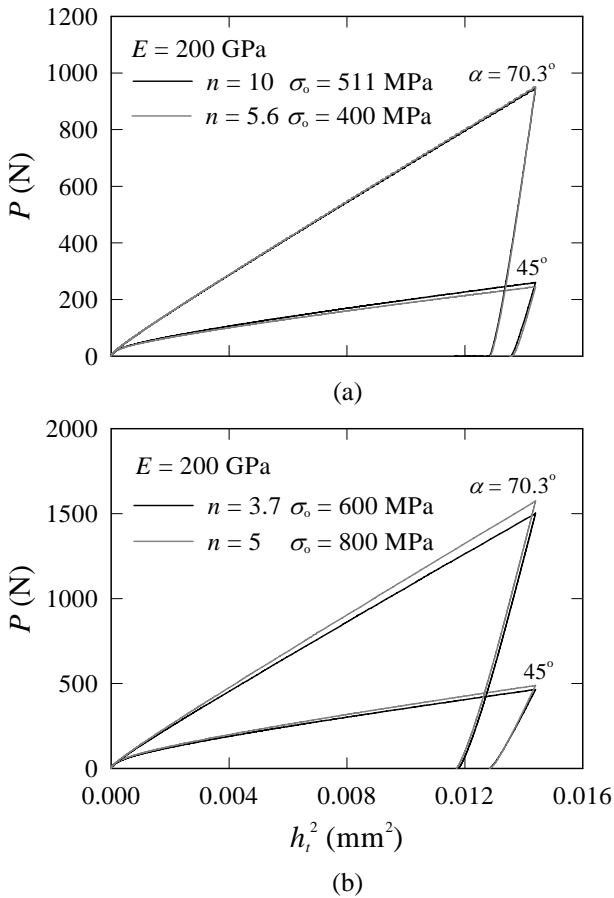


Fig. 5 Force vs. indentation depth for different material properties with the same  $C$  and  $E$  for  $\alpha = 70.3^\circ$  and  $45^\circ$

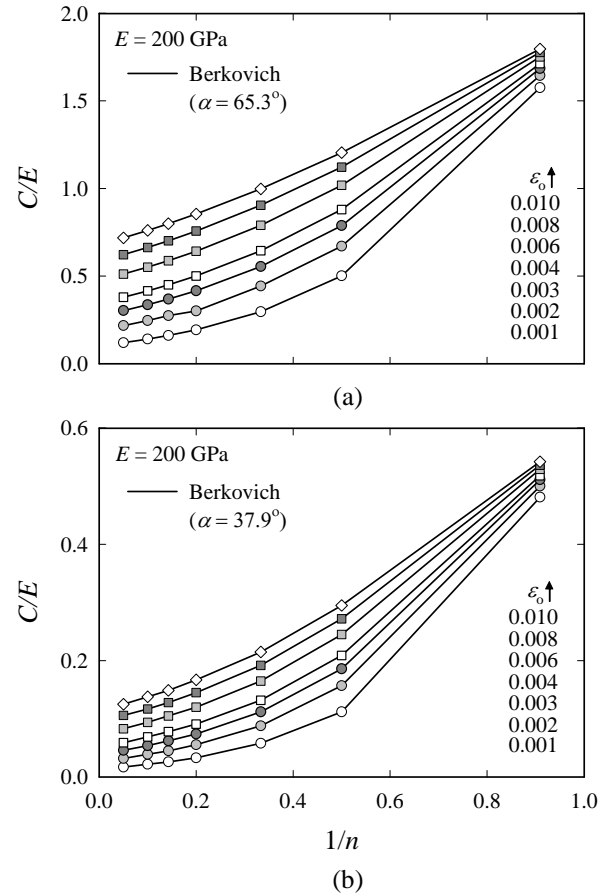


Fig. 6  $C/E$  vs.  $1/n$  with various values of yield strain for (a)  $\alpha = 65.3^\circ$  and (b)  $\alpha = 37.9^\circ$

## 6. 요약

본 연구에서는 동일 압입깊이에 대하여 원뿔형 압입자와 같은 투영 접촉면적을 주는 Berkovich 압입자의 유한요소해석을 통해, 동일 재료에서 서로 다른 하중-변위 곡선을 갖는 것을 확인했다. Berkovich 압입시험의 유한요소해석으로 자기유사성을 나타내는 Kick's law 계수  $C$ 의 영향을 조사했다. 또한 동일한 계수  $C$ 와 영률을 갖는 두 가지 재료에 대하여, 중심각  $\alpha$ 가 변함에 따라 동일했던 하중-변위 곡선이 서로 달라짐을 이용해 이중 Berkovich 압입시험을 통한 새로운 물성평가 수식들을 제시하였다. 이를 통해 평균 3% 이내로 재료 물성치 예측이 가능하다.

**Table 2** Comparison of computed material property values to those given for  $E = 200$  GPa

$\sigma_o/E$	$n$	$C_1/E$	$C_2/E$	Computed $\sigma_o$	Error (%)	Computed $n$	Error (%)
0.001	5	0.194	0.033	210.0	5.0	5.2	4.8
	10	0.141	0.022	204.5	2.3	10.6	5.5
0.002	3	0.444	0.088	423.9	5.9	3.1	2.3
	5	0.301	0.055	415.8	4.0	5.1	2.0
	7	0.274	0.045	416.3	4.1	7.4	5.6
0.003	10	0.247	0.039	416.4	4.1	11.0	9.8
	5	0.417	0.074	620.4	3.4	5.2	3.8
0.004	10	0.337	0.054	612.5	2.1	10.7	6.1
	5	0.501	0.091	799.5	0.1	5.0	0.4
0.004	10	0.416	0.069	802.7	0.3	10.2	1.9

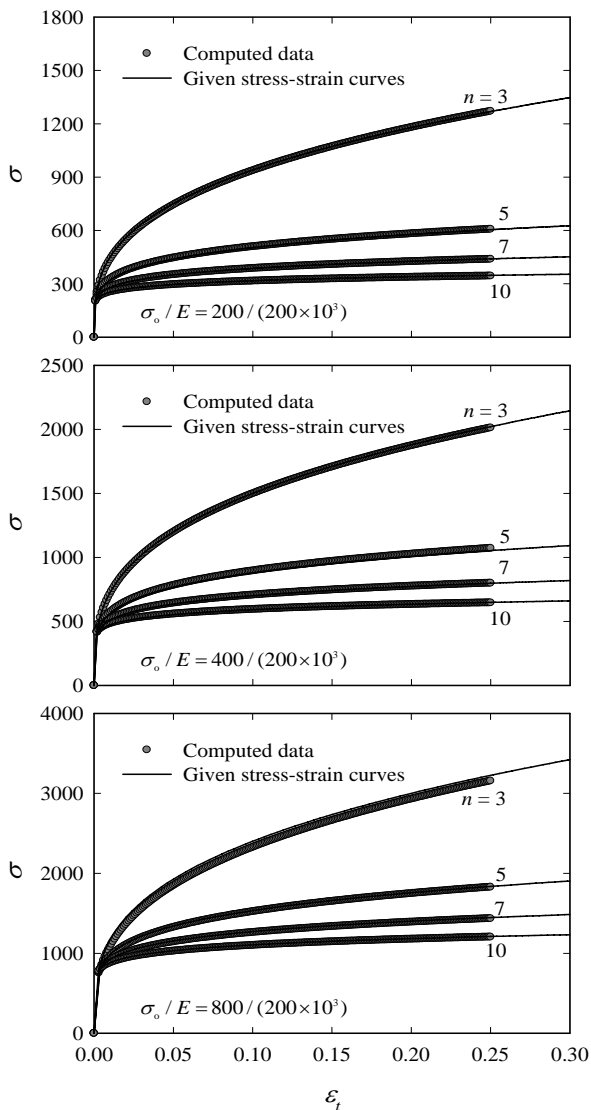


Fig. 7 Comparison of computed stress-strain curves to those given for  $E = 200$  GPa  
 $[\varepsilon_0 = (a) 0.001 (b) 0.002 (c) 0.003 \text{ and } (d) 0.004]$

## 후 기

본 연구는 2007년도 상반기 중소기업청 선도형 기술혁신전략과제 지원사업에 의해 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

(1) Giannakopoulos, A. E. and Suresh, S., 1999, "Determination of Elastoplastic Properties by Instrumented Sharp Indentation," *Scripta Materialia*, Vol. 40, pp. 1191~1198.

(2) Dao, M., Chollacoop, N., Van Vliet, K. J., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, "Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 3899~3918.

(3) Lee, J. H. and Lee, H., 2006, "An Indentation Method Based on FEA for Equi-biaxial Residual Stress Evaluation," *Transactions of KSME*, Vol. 30, No. 1, pp. 42~51.

(4) Chen, X., Ogasawara, N., Zhao, M. and Chiba, N., 2007, "On the Uniqueness of Measuring Elastoplastic Properties from Indentation: The Indistinguishable Mystical Materials," *Journal of the Mechanics and Physics Solid*, Vol. 55, pp. 1618 ~ 1660.

(5) Shim, S., Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 2007, "A Comparison of 3D Finite Element Simulation for Berkovich and Conical Indentation of Fused Silica," *International Journal of Surface Science and Engineering*, Vol. 1, pp. 259~273.

(6) Lee, J. H., Yu, H. S. and Lee, H., 2007, "A Numerical Approach to Indentation Techniques for Thin-film Property Evaluation," *Transactions of KSME*, Vol. 31, No. 3, pp. 313~321.

(7) Xu, Z. -H. and Li, X., 2008, "Effect of Indenter Geometry and Material Properties on the Correction Factor of Sneddon's Relationship for Nanoindentation of Elastic-plastic Materials," *Acta Materialia*, Vol. 56, pp. 1399~1405.

(8) Lee, J. H., Lee, H. and Pharr, G. M., 2005, "A Numerical Approach to Spherical Indentation Techniques for Material Property Evaluation," *Journal of the Mechanics and Physics Solid*, Vol. 53, pp. 2037~2069.

(9) Lee, J. H. and Lee, H., 2007, "Enhanced Spherical Indentation Techniques for Property Evaluation," *Transactions of KSME*, Vol. 31, No. 43, pp. 461~471.

(10) Lee, J. H., Kim, D. H. and Lee, H., 2008, "A Numerical Approach to Young's Modulus Evaluation by Conical Indenter with Finite Tip-radius," *Transactions of KSME*, Vol. 32, No.1, pp. 35~42.

(11) Chollacoop, N, Dao, M. and Suresh, S., 2003, "Depth-sensing Instrumented Indentation with Dual Sharp Indenters," *Acta Materialia*, Vol. 51, pp. 3713~3729.

(12) Bucaille, J. L., Stauss, S., Felder, E., and Michler, J., 2003, "Determination of Plastic Properties of Metals by Instrumented Indentation Using Different Sharp Indenters," *Acta Materialia*, Vol. 51, pp. 1663~1678.

(13) ABAQUS *User's Manual*, 2005, Version 6.5, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.

(14) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.